

## **Steuerklienteleffekte und Steuerstundungsoptionen auf dem deutschen Rentenmarkt – Ein Binomialbaummodell**

Von Frank Altrock, Münster

### **I. Problemstellung und Einordnung**

In der Literatur zur Nach-Steuer-Bewertung von festverzinslichen Wertpapieren haben sich zwei Richtungen herausgebildet. Auf der einen Seite stehen Ansätze, die sich unter dem Begriff „Steuerklientel-Literatur“ subsumieren lassen. Diese Ansätze zeichnen sich durch drei Merkmale aus:

- Deterministische Bewertung durch Ausklammerung zukünftigen Handels (Buy-and-Hold-Annahme) und Abstraktion von eventuellen anderweitigen Unsicherheiten im Nach-Steuer-Zahlungsstrom,
- heterogene Besteuerung der Investoren und
- Optimierungsansatz unter Berücksichtigung von Friktionen.

Beginnend mit den Arbeiten von Schaefer versucht die Steuerklientel-Literatur, aus der Gesamtmenge der am Markt verfügbaren Finanztitel das aus Sicht des betrachteten Wirtschaftssubjektes *optimale* Finanztitelportfolio durch Lösung des intertemporalen Nutzenmaximierungsproblems unter einem Leerverkaufsverbot zu ermitteln,<sup>1</sup> was allerdings wegen der strengen Informationserfordernisse über die Nutzenfunktion des Wirtschaftssubjektes in der Realität in den seltensten Fällen möglich ist. Der Schwerpunkt der Steuerklientel-Literatur liegt daher auf der Bestimmung der aus Sicht einer Steuerklasse *effizienten* Finanztitelmenge.<sup>2</sup>

Ein anderer Zweig der Literatur umfaßt Ansätze, die unter dem Begriff „Steuroptions-Literatur“ zusammengefaßt werden können. Diese Ansätze zeichnen sich im wesentlichen durch drei Merkmale aus:

- Berücksichtigung der Unsicherheit der zukünftigen Finanztitelpreise und explizite Berücksichtigung zukünftiger Handelsmöglichkeiten,

---

<sup>1</sup> Vgl. Schaefer (1982a).

<sup>2</sup> Vgl. Schaefer (1981); Schaefer (1982b); Ronn (1987); Rasch (1996).

- homogene Besteuerung der Investoren und
- vereinfachende Annahmen über den als Opportunität zu verwenden- den Bewertungsmaßstab.

In diesen Ansätzen<sup>3</sup> wird der Versuch unternommen, stochastische Prozesse über die die Finanztitelpreise bestimmenden Einflußfaktoren (z.B. kurzfristige Zinssätze) zu spezifizieren und daraus Preis und Wert der Finanztitel durch die Lösung von partiellen Differentialgleichungen zu ermitteln. Diese Ansätze unterstellen, beginnend mit Constantinides/Ingersoll (1984), die Gültigkeit der (sog. lokalen) Erwartungshypothese der Zinsstruktur<sup>4</sup>, was die Heranziehung des jeweils gültigen kurzfristigen Zinssatzes als Opportunität motiviert.<sup>5</sup> Im Kern verlangt das dahinterstehende Optimierungskalkül, daß in jedem Zeitpunkt und Umweltzustand überprüft wird, ob ein im Bestand befindlicher Finanztitel noch (eine marginale Zeiteinheit) länger im Bestand gehalten oder sofort veräußert und der Verkaufserlös zum kurzfristigen Marktzins angelegt werden soll. Die Bewertungsmethodik ist die gleiche wie diejenige, die zur Ermittlung der optimalen Ausübungspolitik einer amerikanischen Put-Option verwendet wird.<sup>6</sup> Der Wert, der der Alternative, den Finanztitel weiter zu halten, hierbei beigemessen wird, ist im allgemeinen nicht identisch mit demjenigen Wert, der sich aus der Diskontierung der noch ausstehenden zukünftigen Zahlungen mit den entsprechenden kurzfristigen Zinssätzen ergibt. Vielmehr kann er höher sein, weil an einem späteren zukünftigen Zeitpunkt vor Fälligkeit des Finanztitels eine vorzeitige Veräußerung optimal ist.<sup>7</sup>

Eine Zusammenführung dieser beiden relativ unverbunden nebeneinanderstehenden Literaturzweige<sup>8</sup> versucht Tian (1996), welcher in einem diskreten dynamischen Handelsmodell unter *Unsicherheit* die Bewer-

<sup>3</sup> Vgl. Constantinides/Ingersoll (1984), Dammon et al. (1989) und Dammon/Spatt (1996).

<sup>4</sup> Vgl. hierzu z.B. Cox et al. (1981), S. 774ff.

<sup>5</sup> Vgl. Constantinides/Ingersoll (1984), S. 308.

<sup>6</sup> Vgl. z.B. den vielbeachteten Ansatz von Cox et al. (1981), S. 229ff.

<sup>7</sup> Diese in der Optionswertliteratur gängige Erkenntnis ignorieren z.B. Rümmele/Haas (1997), S. 8ff. und S. 16ff., wenn sie die Frage nach der optimalen Haltedauer eines Zerobonds lediglich an den Alternativen festmachen, den Zerobond entweder sofort oder nicht vor Fälligkeit zu veräußern. In die Sprache der Optionstheorie übersetzt: Die Tatsache, daß der Preis einer Put-Option über dem inneren Wert liegt, ist nicht hinreichend für die Optimalität der sofortigen Ausübung der Option.

<sup>8</sup> Ehrhardt et al. (1995) z.B. stellten noch vor kurzem fest: „In summary, the existence of tax-clientele and/or tax-option effects is still very much an unresolved issue.“ (S. 1058).

tungsunterschiede *heterogen besteuarter* Wirtschaftssubjekte einbezieht und unter Verwendung vereinfachender Annahmen über den als Opportunität zu verwendenden Bewertungsmaßstab analysiert. Auf diese Weise finden Klienteleffekte Eingang in die Steueroptions-Literatur, was zu potentiell realistischeren Bewertungsansätzen führt. Allerdings lassen sich mit dem vorgeschlagenen rekursiven Bewertungsansatz im allgemeinen keine geschlossenen Formeln für Preise und Werte der zu bewertenden Wertpapiere angeben. Es sind nur numerische Ergebnisse erzielbar.

Sämtliche Steueroptions-Arbeiten stellen auf US-amerikanische Besteuerungsmodalitäten ab. In diesem Beitrag wird der Ansatz von Tian (1996) übernommen und im Hinblick auf die von deutschen Investoren zu beachtenden Besteuerungsvorschriften modifiziert. Die Modifikationen betreffen zum einen die Parametrisierung, zum anderen die Methodik der pfadunabhängigen Finanztitelbewertung, welche zur Abbildung der von deutschen Unternehmen zu beachtenden Niederstwertvorschrift ungeeignet ist.

Nach einem die Problemstellung illustrierenden einleitenden Beispiel in Abschnitt II. wird in Abschnitt III. das modifizierte Modell vorgestellt. Darin nennt Abschnitt III.1. zunächst die zugrundeliegenden Annahmen, Abschnitt III.2. charakterisiert die Abbildung der deutschen Bewertungsvorschriften und Abschnitt III.3. beschreibt die rekursive Bewertungsprozedur. Die in Abschnitt IV. präsentierten Simulationsergebnisse umfassen eine Darstellung und Interpretation der simulierten Wertpapierpreise (Abschnitt IV.1.), einen Vergleich mit einer Situation ohne zukünftige Handelsmöglichkeit (Abschnitt IV.2.) sowie eine Analyse der relativen Bewertung laufzeitgleicher Wertpapiere mit alternativen Kuponsätzen (Abschnitt IV.3.). Abschnitt V. beschließt.

## II. Ein einleitendes Beispiel

Die Bedeutung von Klienteleffekten in Verbindung mit zukünftigen Handelsmöglichkeiten für die Nach-Steuer-Bewertung von festverzinslichen Finanztiteln sei einleitend an einem einfachen Zahlenbeispiel erläutert.<sup>9</sup>

Betrachten wir zwei Privatanleger  $h$  und  $l$ . Während  $l$  keine Steuern zahlt, entrichtet  $h$  eine Steuer von 50 % auf Kuponeinkünfte. Etwaige Kursgewinne/-verluste seien so bemessen, daß sie steuerlich unbeachtlich sind. Zur Bewertung stehe ein zweiperiodiger Finanztitel mit einem Kuponsatz von 15 % an. Die für  $h$  und  $l$

---

<sup>9</sup> Vgl. ähnlich *Arak/Silver* (1984), S. 255 ff.

einheitlich angewendeten Kalkulationszinssätze betragen (für Anlagen von  $t = 0$  bis  $t = 1$ )  $r_1 = 10\%$  und (für Anlagen von  $t = 1$  bis  $t = 2$ )  $r_2 = 20\%$ . Daraus ergeben sich die mit Hilfe der Kapitalwertformel errechneten Reservationspreise in  $t = 0$  als

$$(1) \quad p_0^h = \frac{0,075}{1,05} + \frac{1,075}{1,05 \cdot 1,1} = 1,0022$$

bzw.

$$(2) \quad p_0^l = \frac{0,15}{1,1} + \frac{1,15}{1,1 \cdot 1,2} = 1,0076.$$

Wirtschaftssubjekt  $l$  hat also die höhere Wertschätzung für den Finanztitel. Dies sieht in  $t = 1$  anders aus. Dort gilt:

$$(3) \quad p_1^h = \frac{1,075}{1,1} = 0,9772$$

bzw.

$$(4) \quad p_1^l = \frac{1,15}{1,2} = 0,9583.$$

In dieser Situation ist ein Verkauf des Finanztitels von  $l$  an  $h$  in  $t = 1$  optimal.  $l$  erzielt einen Verkaufserlös, der oberhalb seiner eigenen Wertschätzung liegt. War aber seine Wertschätzung in  $t = 0$  mit dem einfachen Kapitalwertkalkül korrekt abgebildet? Schließlich konnte  $l$  bereits in  $t = 0$  davon ausgehen, daß er bei der hier unterstellten Sicherheit der Kalkulationszinssätze den Finanztitel nicht bis zu dessen Fälligkeit halten würde. Folglich sollte  $l$  in seine Wertschätzung in  $t = 0$  auch den Wert der Option auf eine vorzeitige Veräußerung zum Reservationspreis des  $h$  in  $t = 1$  einschließen.  $l$  rechnet dann:

$$(5) \quad (p_0^l)^* = \frac{0,15 + p_1^h}{1,1} = 1,0248.$$

Das ist erheblich mehr, als das einfache Kapitalwertkalkül für den Buy-and-Hold-Fall ausweist.

### III. Das Modell

#### 1. Annahmen

In diesem Beitrag nehmen wir an:

**Annahme 1 (Risikoneutralität)** *Alle Wirtschaftssubjekte sind risikoneutral.*

Diese Annahme<sup>10</sup> erlaubt eine einfache, auf den tatsächlichen Wahrscheinlichkeiten aufbauende Bewertung. Man vermeidet so die Notwen-



digkeit der Spezifizierung individueller Preise zur Abgeltung übernommener Risiken.

**Annahme 2 (Zinsprozeß)** Die Folge der einperiodigen Zinssätze sei die einzige bewertungsrelevante Quelle von Unsicherheit und spanne den Zustandsraum vollständig auf, d. h., in Kenntnis der tatsächlich realisierten einperiodigen Zinssätze kann man den letztlich eingetretenen Umweltzustand benennen. Ausgehend von dem einperiodigen Zinssatz  $r_{t,v}$  im Ereignis  $v$  der Periode  $t$  (für Anlagen von  $t$  bis  $t+1$ ) steige der einperiodige Zinssatz für die Periode  $t+1$  mit Wahrscheinlichkeit  $\pi$  oder falle mit Wahrscheinlichkeit  $1-\pi$  im Vergleich zu  $r_{t,v}$  um  $\Delta r$ . Es existieren jedoch Ober- und Untergrenzen  $\bar{r}$  und  $\underline{r} > 0$  für die kurzfristigen Zinssätze  $r_{t+1,v}$ . Der einperiodige Zinssatz folge also einem binomialen Random Walk (mit Reflecting Barriers): Mit Wahrscheinlichkeit  $\pi$  sei im ersten Folgeereignis  $v^+$  von  $(t,v)$  der Zinssatz  $r_{t+1,v^+} = \min(r_{t,v} + \Delta r, \bar{r})$ , mit Wahrscheinlichkeit  $1-\pi$  sei im zweiten Folgeereignis  $v^-$  der Zinssatz  $r_{t+1,v^-} = \max(r_{t,v} - \Delta r, \underline{r})$ .

Dieser einfache Zinsprozeß genügt sicher nicht allen Anforderungen, die heute üblicherweise an Einfaktormodelle der Zinsstruktur gestellt werden (z. B. Arbitragefreiheit); er wurde jedoch aus Gründen der Vergleichbarkeit mit den Ergebnissen von Tian (1996) und Constantinides/Ingersoll (1984) gewählt. Wegen der Nichtnegativität der Zinssätze  $r_{t+1,v}$  kann auf eine explizite Berücksichtigung der Kassenhaltung verzichtet werden.

**Annahme 3 (Opportunität)** Für alle Investoren stelle die Investition in einperiodige Finanztitel die bewertungsrelevante Alternative zur Investition in und zum (Weiter-)Halten von mehrperiodige(n) Finanztitel(n) dar.

Gemäß dieser Annahme verwenden alle Investoren die gleiche, in Annahme 2 spezifizierte kalkulatorische Opportunität.<sup>11</sup> Unter Berücksichtigung der Annahme 1 ergibt sich somit folgender Zusammenhang zu den für Bewertungszwecke benötigten Zustandspreisen  $d_{t+1,v^+}^{k*} = \frac{\pi}{1+r_{t,v}(1-\tau^k)} d_{t,v}^{k*}$  und  $d_{t+1,v^-}^{k*} = \frac{1-\pi}{1+r_{t,v}(1-\tau^k)} d_{t,v}^{k*}$ .<sup>12</sup>

**Annahme 4 (Marktpreise)** Der Marktpreis eines Finanztitels entspreche in jedem Zeitpunkt  $t$  und Ereignis  $v$  dem maximalen Reservationskaufpreis aller potentiellen Investoren.

<sup>10</sup> Vgl. ebenso Constantinides/Ingersoll (1984), S. 308. Auch Tian (1996) verwendet diese Annahme, ohne sie jedoch zu benennen.

<sup>11</sup> Im von Constantinides/Ingersoll (1984) untersuchten Fall des repräsentativen Investors ist diese Annahme unmittelbar bedeutungsgleich mit der Annahme der Gültigkeit der (lokalen) Erwartungshypothese der Zinsstruktur.

<sup>12</sup> Vgl. ähnlich Copeland/Weston (1988), S. 119.

Diese Annahme übernehmen wir aus Vergleichbarkeitsgründen aus dem Ansatz von Tian (1996). Sie ist durchaus diskussionswürdig, denn es ist nicht ohne weiteres klar, warum die Aufteilung eines Einigungsintervalls zwischen Verkäufer und Käufer stets so sein soll, daß der Verkäufer die Differenz zwischen Reservationskauf- und -verkaufspreis komplett als „Produzentenrente“ einstreicht und die „Konsumentenrente“ des Käufers immer 0 sein soll. Auch ist nicht ohne weiteres klar, ob die kaufende Klientel hinreichend vermögend ist, um sämtliche Verkäufe zu absorbieren. Die Vereinbarung von Annahme 4 hat nicht zuletzt technische Gründe: Eine durchaus wünschenswerte Einbeziehung des Reservationsverkaufspreises in die Preisbildung würde die rekursive Lösung des noch darzustellenden Entscheidungsproblems verhindern, da an einem beliebigen zukünftigen Ereignis noch gar nicht bekannt ist, wer als potentieller Verkäufer (und unter welchen Bedingungen) zur Verfügung stehen wird.<sup>13</sup>

Schließlich gelte ein institutionelles Leerverkaufsverbot, und wir abstrahieren von Transaktionskosten des Verkaufs.

## 2. Besteuerungsmodalitäten für deutsche Investoren

In diesem Abschnitt wollen wir die Besteuerungsmodalitäten für wichtige Investorengruppen (zum Zeitpunkt der Verfassung dieses Beitrags)<sup>14</sup> stilisiert abbilden. Wir beschränken uns dabei auf *normalverzinsliche* Wertpapiere. Wir ignorieren also für einige Finanztitel mit sehr niedrigem Kupon die durch die jeweiligen Normensysteme vorgegebenen tatsächlichen Grenzen zur Niedrigverzinslichkeit. Dies geschieht wegen der einfacheren Rechenbarkeit und wegen der Vergleichbarkeit mit früheren Studien und kann dadurch motiviert werden, daß die betreffenden Finanztitel bereits im Umlauf sind und bei Emission normalverzinslich waren. Wir untersuchen vier Investorengruppen:

- Die mit  $h$  bezeichnete Gruppe sind Privatanleger mit einem Steuersatz von  $\tau^h = 53\%$ , dem Spitzensteuersatz. Die Handelszeitpunkte seien

---

<sup>13</sup> Aus den gleichen Gründen ist eine Bewertung von solchen Finanztiteln, die im Falle des zukünftigen Sekundärmarkterwerbs zur Berechnung der Nachsteuer-Zahlung die Kenntnis von Preisen vorheriger Zeitpunkte, insbesondere des Emissionspreises und aus ihm errechneter Größen (z.B. Emissionsrendite), verlangen, mit diesem Ansatz nicht möglich. Diese Einschränkung betrifft z.B. niedrigverzinsliche Finanztitel im Bestand deutscher Privatanleger oder *original-issue discount bonds* US-amerikanischer Investoren.

<sup>14</sup> Die durch das Steuerentlastungsgesetz 1999/2000/2002 bewirkten Änderungen bleiben hier unberücksichtigt und sind Gegenstand einer weiterführenden Studie.

hinreichend weit voneinander entfernt, so daß Kursgewinne und -verluste steuerlich unbeachtlich sind.<sup>15</sup>

- Die mit  $l$  bezeichnete Gruppe sind Privatanleger mit einem Steuersatz von  $\tau^l = 30\%$ . Dieser mittlere Steuersatz entspricht der derzeitigen Höhe des Zinsabschlagsteuersatzes auf Kuponeinkünfte von Inländern. Er gibt also auch den entscheidungsrelevanten Steuersatz für im Inland anlegende Steuerhinterzieher an. Auch für die Gruppe  $l$  seien Kursgewinne und -verluste steuerlich unbeachtlich.
- Die mit  $0$  bezeichnete Gruppe sind steuerbefreite Anleger, d.h., für sie gilt  $\tau^0 = 0\%$ . Das können sowohl Privatanleger als auch gewerbliche Anleger (Unternehmen) sein.
- Die mit  $c$  bezeichnete Gruppe sind gewerbliche Anleger (Unternehmen), deren Steuersatz  $\tau^c = 60\%$  betrage. Diese Gruppe zahlt Steuern auf Kupon- und Kursgewinneinkünfte bzw. erhält Steuererstattungen auf Kursverluste. Die zeitliche Verteilung der Steuerzahlungen wird von den handels- und steuerrechtlichen Bewertungsvorschriften determiniert. Für die Bewertung im Anschaffungszeitpunkt sind nach § 255 (1) HGB die Ausgaben maßgeblich, die mit dem Anschaffungsvorgang in Zusammenhang stehen,<sup>16</sup> also in unserem Fall der Kaufpreis. Für die Folgebewertung ist der jeweils aktuelle Börsen-/Marktpreis maßgeblich, welcher (ggf.) den beizulegenden Wert bzw. den steuerlichen Teilwert determiniert. Insgesamt gilt wegen § 253 (1) HGB, daß eine Bewertung nicht oberhalb des Anschaffungspreises erfolgen darf. § 253 (3) HGB regelt die zwingende Abschreibung auf den niedrigeren Börsen-/Marktpreis für (normalverzinsliche) Schuldverschreibungen im Umlaufvermögen. Im Anlagevermögen ist die Abschreibung auf den niedrigeren Börsen-/Marktpreis bei vorübergehender Wertminderung nach § 253 (2) HGB zwar nicht zwingend geboten. Jedoch ist es aus der hier zu analysierenden Nach-Steuer-Bewertungssicht vorteilhaft, das Abwertungswahlrecht im Sinne der Abschreibung auszuüben, da dies stets mit einem vorteilhaften Steuerstundungseffekt verbunden ist. Losgelöst von der Zuordnung zu Anlage- oder Umlaufvermögen ist im übrigen eine Abschreibung auf den niedrigeren Wert, der auf einer nur steuerlich zulässigen Abschreibung beruht, stets zulässig, d.h., der Börsen-/Marktpreis kann und sollte stets auf diesem Wege die tatsächliche Bewertung determinieren.<sup>17</sup> Eine Zuschreibung hat entweder

<sup>15</sup> Diese Annahme wird durch die Verlängerung der Spekulationsfrist im Rahmen des Steuerentlastungsgesetzes 1999/2000/2002 zunehmend angreifbarer.

<sup>16</sup> Vgl. hierzu und zum folgenden *Oestreicher* (1993), S. 6ff.



deswegen zu unterbleiben, weil ggf. nicht über die Anschaffungskosten hinaus zugeschrieben werden darf, oder sie wird aus den gleichen Gründen wie zuvor freiwillig unterlassen. Es wird hier also davon ausgegangen, daß die Wertaufholung gemäß § 253 (5) bzw. § 280 (2) HGB optimalerweise stets unterbleibt.<sup>18</sup>

Alle Wirtschaftssubjekte sind mit nur einem (proportionalen) Steuersatz  $\tau^k$  für sämtliche Einkunftsarten konfrontiert.<sup>19</sup>

Steuerzahlungen oder -erstattungen erfolgen sofort, d.h., wir ignorieren solche Effekte, die auf einem Auseinanderfallen von Steuerentstehungs-, -erklärungs- und -zahlungszeitpunkten beruhen.

### 3. Der rekursive Bewertungsprozeß

Finanztitel können in jedem Zeitpunkt gehandelt werden. Wenn ein Investor (unmittelbar) vor einem Zeitpunkt positive Bestände eines Finanztitels hält, kann er diese verkaufen oder nicht und er kann zusätzliche Bestände dieses Finanztitels kaufen oder nicht. Ein Kauf findet immer dann statt, wenn der Wert des Finanztitels aus Sicht des Investors nicht kleiner ist als der aktuelle Preis. Ein Verkauf findet immer dann statt, wenn die dadurch generierte Nach-Steuer-Zahlung aus Sicht des Investors größer ist als der Wert, den Finanztitel noch länger im Bestand zu halten. Ist das Gegenteil der Fall, so wird sich der Investor dafür entscheiden, die vorhandenen Bestände des Finanztitels noch mindestens bis zum nächsten Zeitpunkt zu halten.

Insgesamt hat der Investor also vier Möglichkeiten: a) Kauf zusätzlicher Bestände, b) Verkauf der Bestände, c) Verkauf der Bestände und

---

<sup>17</sup> Vgl. *Oestreicher* (1993), S. 13f. Das Steuerentlastungsgesetz 1999/2000/2002 zerstört für Wertpapiere im Umlauf- und Anlagevermögen die Möglichkeit der Abschreibung bei nur vorübergehender Wertminderung. Ob aber festverzinsliche Wertpapiere, da bei Fälligkeit zu pari getilgt, wenn dann stets nur als vorübergehend wertgemindert zu gelten haben, ist zum Zeitpunkt der abschließenden Verfassung dieses Beitrags noch ungeklärt.

<sup>18</sup> Auch die Möglichkeit der Beibehaltung eines niedrigeren beizulegenden Wertes wird durch die Einführung eines strikten Wertaufholungsgebotes (Streichung von § 6 (5) Nr. 1 Satz 4 und Nr. 2 Satz 3 EStG) im Rahmen des Steuerentlastungsgesetzes 1999/2000/2002 zerstört.

<sup>19</sup> Wir betrachten also keine Unterschiede in den Steuersätzen für Kupon- und Kursgewinneinkünfte, welche als wesentlicher Bestandteil des US-amerikanischen Steuerrechts erheblichen Einfluß auf die nachgewiesene Vorteilhaftigkeit dynamischen Handels haben; vgl. *Constantinides/Ingersoll* (1984), S. 301ff.; *Tian* (1996), S. 316f.



gleichzeitiger Kauf neuer Bestände („wash sale“) und d) kein Handel (Halten der Bestände).<sup>20</sup> In den Fällen a) und c) ist der betrachtete Investor der marginale Investor, d. h., seine Wertschätzung bestimmt gemäß Annahme 4 den aktuellen Preis des Finanztitels in dem Ereignis des betrachteten Zeitpunktes. Ohne positive Bestände vor dem betrachteten Zeitpunkt beschränkt sich die Wahl des Investors auf die Alternativen a) und d).

Im folgenden betrachten wir die Bewertung von Kupontiteln, welche Kuponzahlungen genau an den diskreten Zeitpunkten aufweisen. Von besonderer Bedeutung ist hierbei die *steuerliche Basis*, deren Änderung während der Haltedauer des festverzinslichen Finanztitels Steuerzahlungen/-erstattungen auslöst. Bezeichne  $b_{t,v,m}^k$  die Steuerbasis für Wirtschaftssubjekt  $k$  des seit dem Zeitpunkt  $m$  im Bestand von  $k$  befindlichen Finanztitels  $j$  im Ereignis  $v$  des Zeitpunkts  $t$ .<sup>21</sup> Die Steuerbasis wird gemäß der Besteuerungsmodalität des betrachteten Investors aus der Steuerbasis des Vorgängerereignisses im vorangehenden Zeitpunkt errechnet. Für Investoren  $k$  vom Typ  $h, l, 0$  gilt schlicht

$$(6) \quad b_{t+1,v^+,m}^k = b_{t+1,v^-,m}^k = b_{t,v,m}^k,$$

d. h., die Steuerbasis bleibt über die Zeit stets unverändert.

Für Investoren  $k$  vom Typ  $c$  hingegen gilt

$$(7) \quad b_{t+1,v^+,m}^k = \min(p_{t+1,v^+}, b_{t,v,m}^k) \quad \text{und} \quad b_{t+1,v^-,m}^k = \min(p_{t+1,v^-}, b_{t,v,m}^k).$$

Im Erwerbszeitpunkt  $m$  gilt für alle Investoren  $k$

$$(8) \quad b_{m,v,m}^k = p_{m,v}.$$

In den Berechnungsformeln für die Steuerbasis gibt  $p_{t,v}$  den Kaufpreis des betrachteten Finanztitels  $j$  im Ereignis  $v$  des Zeitpunkts  $t$  an. Dieser errechnet sich aus den Reservationskaufpreisen  $p_{t,v}^k$  der Investoren in dem betreffenden Ereignis und Zeitpunkt nach Annahme 4 als

$$(9) \quad p_{t,v} = \max_k p_{t,v}^k.$$

Der Reservationskaufpreis  $p_{t,v}^k$  des  $k$  wiederum errechnet sich unter Verwendung der Wahrscheinlichkeiten und Zinssätze aus Annahme 2,

<sup>20</sup> Vgl. hierzu und zum folgenden Tian (1996), S. 317ff.

<sup>21</sup> Zur Vereinfachung der Notation lassen wir den Subskript  $j$  zur Kennzeichnung des gerade betrachteten Finanztitels fort.

welche nach Annahme 3 die relevante Opportunität ausmachen, nach der Formel

$$(10) \quad p_{m,v}^k = \left\{ \pi \left[ (1 - \tau^k) c + \tau^k (b_{m,v}^k - b_{m+1,v^+,m}^k) + v_{m+1,v^+,m}^k \right] + (1 - \pi) \left[ (1 - \tau^k) c + \tau^k (b_{m,v}^k - b_{m+1,v^-,m}^k) + v_{m+1,v^-,m}^k \right] \right\} \cdot \{1 + r_{m,v} (1 - \tau^k)\}^{-1}.$$

Der Reservationskaufpreis wird also durch einfache Erwartungswertbildung berechnet. Wegen der Risikoneutralitätsannahme 1 können hierbei die unveränderten Wahrscheinlichkeiten aus dem Zinsprozeß übernommen werden, da sie hier das äquivalente Martingalmaß sind.<sup>22</sup>

Für Wirtschaftssubjekte  $k$  vom Typ  $h, l, 0$  vereinfacht sich (10) zu

$$(11) \quad p_{m,v}^k = \frac{(1 - \tau^k) c + \pi v_{m+1,v^+,m}^k + (1 - \pi) v_{m+1,v^-,m}^k}{1 + r_{m,v} (1 - \tau^k)}.$$

In (10) geben  $v_{m+1,v^+,m}^k$  und  $v_{m+1,v^-,m}^k$  jeweils den (Zeit-)Wert einer Einheit des seit dem Zeitpunkt  $m$  im Bestand von Wirtschaftssubjekt  $k$  befindlichen Finanztitels  $j$  im Ereignis  $v^+$  bzw.  $v^-$  (die Nachfolgeereignisse von  $v$  in  $m$ ) des Zeitpunkts  $m + 1$  aus Sicht von  $k$  an. Diese sind für jeden Zeitpunkt  $t$  vor Fälligkeit wie folgt definiert:

$$(12) \quad v_{t,v,m}^k = \max \left( \tilde{p}_{t,v,m}^k, o_{t,v,m}^k \right).$$

Der Wert  $v_{t,v,m}^k$  entspricht dem Maximum aus Nach-Steuer-Zahlung bei sofortigem Verkauf  $\tilde{p}_{t,v,m}^k$  und dem Wert  $o_{t,v,m}^k$ , der der Alternative beige-messen wird, Finanztitel  $j$  eine weitere Periode im Bestand zu halten. Die Nach-Steuer-Zahlung  $\tilde{p}_{t,v,m}^k$  bei sofortigem Verkauf entspricht für alle Wirtschaftssubjekte  $k$  vom Typ  $h, l, 0$  dem aktuellen Marktpreis:

$$(13) \quad \tilde{p}_{t,v,m}^k = p_{t,v}.$$

Für Wirtschaftssubjekte  $k$  vom Typ  $c$  hingegen ist

$$(14) \quad \tilde{p}_{t,v,m}^k = p_{t,v} - \tau^k \left( p_{t,v} - b_{t,v,m}^k \right).$$

<sup>22</sup> Vgl. Harrison/Kreps (1979), S. 407.

Der Wert  $o_{t,v,m}^k$  ist analog zum Reservationskaufpreis in (10) definiert als

$$(15) \quad o_{t,v,m}^k = \left\{ \pi \left[ (1 - \tau^k) c + \tau^k (b_{t,v,m}^k - b_{t+1,v^+,m}^k) + v_{t+1,v^+,m}^k \right] + (1 - \pi) \left[ (1 - \tau^k) c + \tau^k (b_{t,v,m}^k - b_{t+1,v^-,m}^k) + v_{t+1,v^-,m}^k \right] \right\} \cdot \{1 + r_{m,v} (1 - \tau^k)\}^{-1}.$$

Schließlich gilt im Fälligkeitszeitpunkt  $n$  für alle Preise  $p_{n,v}$

$$(16) \quad p_{n,v} = 1 \quad \forall v.$$

Der Wert  $v_{n,v,m}^k$  entspricht bei Fälligkeit der Nach-Steuer-Zahlung  $\tilde{p}_{n,v,m}^k$  bei sofortigem Verkauf, d.h. für Wirtschaftssubjekte  $k$  vom Typ  $h, l, 0$  gilt

$$(17) \quad v_{n,v,m}^k = 1 \quad \forall v$$

und für Wirtschaftssubjekte  $k$  vom Typ  $c$  gilt

$$(18) \quad v_{n,v,m}^k = 1 - \tau^k \left( 1 - b_{n,v,m}^k \right) \quad \forall v.$$

Ausgehend von diesen letzten beiden Zusammenhängen können Reservationskaufpreise, Preise, Werte sowie Steuerbasen vorhergehender Zeitpunkte rekursiv berechnet werden. Ebenso wie beim methodisch verwandten Problem der Bewertung einer amerikanischen Put-Option lassen sich auch hier keine geschlossenen Formeln, sondern nur numerische Werte und Preise bestimmen. Das Struktogramm des rekursiven Bewertungs- und Preisfindungsprozesses ist in Abbildung 1 dargestellt.

Hierbei ist allerdings zu beachten, daß zwar in jedem Zeitpunkt ein maximaler Reservationskaufpreis gemäß (9) ermittelt werden kann. Nicht jeder dieser maximalen Reservationskaufpreise ist aber mit Handelsaktivität verbunden. Es kommt ein Handel ja nur zustande, wenn auch jemand den Finanztitel, den er zuvor erworben hat, veräußern möchte (und dann auch nur, wenn die kaufende Klientel genügend liquide Mittel hat, um das Verkaufsangebot zu absorbieren). Ohne Verkaufsangebot kommt kein Handel und damit auch keine Gleichgewichtspreisfeststellung unter den Investoren zustande. Man kann dann – ein wenig konstruiert – annehmen, daß der Emittent das fehlende Verkaufsinteresse ersetzt und zusätzliche Finanztitel mit der gleichen Ausstat-

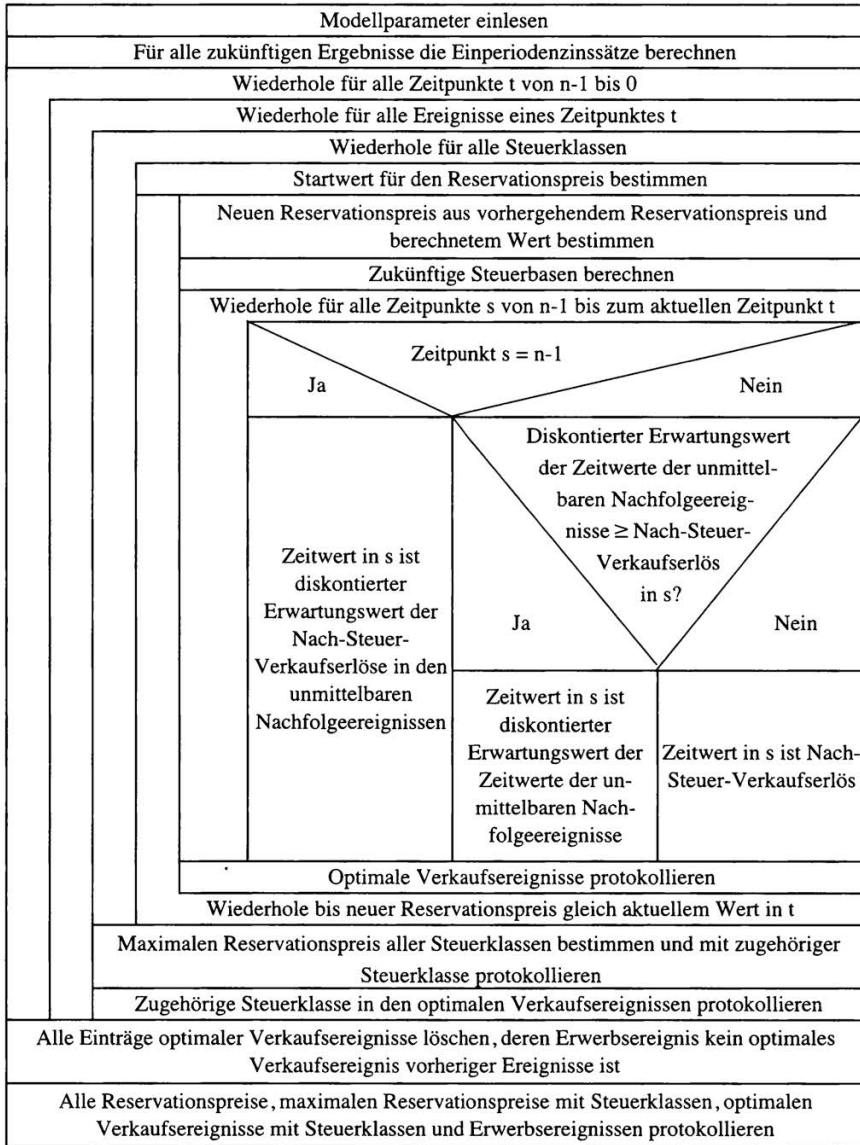


Abbildung 1: Struktogramm des rekursiven Bewertungs- und Preisfindungsprozesses



tung zum maximalen Reservationskaufpreis emittiert.<sup>23</sup> Diese Annahme ist aber für die Gültigkeit der aus dem rekursiven Bewertungsprozeß abgeleiteten Preise und Werte nicht notwendig.<sup>24</sup>

## IV. Ergebnisse

### 1. Simulierte Wertpapierpreise

Um eine größtmögliche Vergleichbarkeit mit den existierenden Studien<sup>25</sup> zu erreichen, wählen wir die Parameter für die zu bewertenden Wertpapiere und für den zugrundeliegenden Zinsprozeß genau so wie in diesen Studien: Es werden Wertpapiere mit jährlichen Kupons von 6%, 8%, 10%, 12%, 14%, 16% und 18% betrachtet. Die Parameter des Binomialprozesses für den einperiodigen Zinssatz seien:  $r_{0,1} = 14\%$  als Startzinssatz,  $\pi = 50\%$  als zeitkonstante Wahrscheinlichkeit für einen Zinsanstieg, woraus man unmittelbar erkennt, daß der Zinsprozeß keine *drift* aufweist. Der periodische Veränderungsbetrag des einperiodigen Zinssatzes sei  $\Delta r = 2\%$ . Die Zinsobergrenze sei  $\bar{r} = 24\%$ , die Zinsuntergrenze sei  $\underline{r} = 4\%$ . Basierend auf diesem Ereignisbaum können wir nun mehrperiodige Wertpapiere bewerten. Wir greifen im folgenden ein Wertpapier mit einem Kuponsatz von  $c_j = 14\%$  und einer Laufzeit von  $n_j = 4$  heraus und betrachten den dynamischen Preisbildungs- und Bewertungsprozeß an diesem numerischen Beispiel näher. In Tabelle 1 sind die Zinssätze, Preise, Reservationspreise sowie Kauf- und Verkaufsklientelen zu den einzelnen Ereignisknoten verzeichnet.

Aus der mit „Käuferklientelen“ überschriebenen Spalte erkennt man zunächst, daß die Privatanleger  $l$  mit mittlerem Steuersatz das Wertpapier niemals nachfragen. Wie die Inspektion der Reservationspreisspalten zeigt, wird der maximale Kaufpreis unter den Privatanlegern in der Mehrzahl der Fälle vom Privatanleger  $h$  mit hohem Steuersatz geboten, lediglich in Ereignis (2,4) sowie in der letzten Periode vor Fälligkeit

<sup>23</sup> Vgl. Tian (1996), S. 318f.

<sup>24</sup> Etwas unbefriedigend ist möglicherweise die geringe Anzahl der Ereignisse, an denen Handel stattfindet. Man könnte in einem weitergehenden Ansatz annehmen, daß auch an anderen als an den optimalen Verkaufszeitpunkten eine Veräußerung stattfindet, z.B. weil ein vom Investor unerwartetes Liquiditätsproblem aufgetreten ist. Die Möglichkeit des Auftretens einer solchen „unfreiwilligen“ Ausübung sollte allerdings zumindest im Erwartungswert vom Investor von Beginn an antizipiert werden, was eine Erweiterung des Ansatzes ähnlich wie in Constantinides/Ingersoll (1984), S. 307, verlangt.

<sup>25</sup> Vgl. Constantinides/Ingersoll (1984), S. 322ff.; Tian (1996), S. 317ff.

*Tabelle 1*  
**Zinssätze, Preise, Reservationspreise sowie Käufer- und Verkäuferklientelen für ein Wertpapier mit einem Kuponatz von  $c_j = 14\%$  und einer Laufzeit von  $n_j = 4$  unter Berücksichtigung zukünftiger Handelsmöglichkeiten bei Unsicherheit**

Zeit	Ereignis	Opportunitätszins	Preis	Reservationspreise				Käuferklientelen	Verkäuferklientelen und Erwerbszeitpunkt
$t$	$v$	$r_{t,v}$	$p_{t,v}$	$p_{t,v}^0$	$p_{t,v}^l$	$p_{t,v}^h$	$p_{t,v}^c$		
0	1	14%	101,44	101,27	101,32	101,36	101,44	c	
	1	16%	97,77	97,02	97,43	97,78	97,17	h	c ( $t = 0$ )
1	2	12%	105,14	105,09	104,70	104,39	105,14	c	
	1	18%	96,68	95,14	95,97	96,68	95,13	h	
	2	14%	100,43	100,40	100,41	100,42	100,43	c	
	3	14%	100,43	100,40	100,41	100,42	100,43	c	
2	4	10%	106,97	106,97	106,04	105,29	106,97	c,0	
	1	20%	97,42	95,00	96,32	97,42	95,00	h	
	2	16%	99,13	98,28	98,74	99,13	98,28	h	
	3	16%	99,13	98,28	98,74	99,13	98,28	h	
	4	12%	101,79	101,79	101,29	100,89	101,79	c,0	h ( $t = 1$ )
	5	16%	99,13	98,28	98,74	99,13	98,28	h	c ( $t = 0$ )
	6	12%	101,79	101,79	101,29	100,89	101,79	c,0	
	7	12%	101,79	101,79	101,29	100,89	101,79	c,0	
3	8	08%	105,56	105,56	103,98	102,72	105,56	c,0	

( $t = 3$ ) bietet der steuerbefreite Investor 0 stets den gleichen Betrag wie der gewerbliche Investor c.

Ferner stellen wir fest, daß nur an drei Ereignisknoten Handel unter den Investoren in dem zu bewertenden Wertpapier stattfindet. Die Ursache dieser im Vergleich zu den US-amerikanischen Studien<sup>26</sup> geringen Handelsfrequenz ist in der Struktur der deutschen Besteuerungsvorschriften zu suchen: Das dominante Motiv eines US-amerikanischen Investors für dynamischen Handel liegt in der Ausnutzung von Vorteilen, die aus a) günstigeren Steuersätzen für Kursgewinne im Vergleich zu Einkünften aus der Abschreibung von Erwerbsagien, b) Vorteilen aus der Existenz unterschiedlicher Steuersätze für kurz- und langfristige Kursgewinne bzw. -verluste und c) Sofortrealisation von Kursverlusten im Gegensatz zu späterer Realisation von Kursgewinnen (Steuerstundungsoptionen) resultieren. Diese Handelsmotive geben sehr häufig zu „*wash sales*“ Anlaß, welche das Handelsmuster prägen. Die genannten Handelsmotive entfallen unter dem deutschen Steuercode: Die Amortisation von Erwerbsagien ist nicht vorgesehen, es existiert nur ein Steuersatz für sämtliche Einkünfte aus Kursgewinnen und -verlusten, und eine Steuerstundungsoption ist entweder wertlos (Privatanleger zahlen ohnehin keine Steuern auf Kursgewinne) oder bereits in den Besteuerungsvorschriften implementiert (für gewerbliche Anleger sorgt das Niederstwertprinzip „automatisch“ für eine optimale Gewinnverteilung)<sup>27</sup>. Folglich sind in Tabelle 1 keine „*wash sales*“ zu verzeichnen (Käuferklientel entspricht Verkäuferklientel).

Es verbleiben solche Handelsmotive, die auf Klienteleffekte und die im einleitenden Beispiel skizzierte Vorteilhaftigkeit aus Sicht der verkaufenden Klientel abstellen. Um die Lokalisation dieser Handelssereignisse genauer analysieren zu können, zeichnen wir den Ereignisbaum (Abbildung 2), in den wir die jeweils maximalen Reservationskaufpreise und ggf. die am Handel beteiligten Klientelen einzeichnen.

Aus der graphischen Darstellung wird (kaum überraschend) deutlich, daß die hochbesteuerten Privatanleger  $h$  bei Unter-Pari-Wertpapierpreisen, welche sich aus dem Vorliegen hoher Opportunitätszinsen ergeben, die Käuferklientel stellen, wohingegen die gewerblichen Investoren  $c$  bei

<sup>26</sup> Vgl. *Constantinides/Ingersoll* (1984); *Tian* (1996).

<sup>27</sup> Vgl. *Jaschke* (1998), S. 37. Wir unterstellen hierbei, daß auch nicht handelsbasierte Preise („Geldkurse“) einen steuerrechtlich hinreichenden Maßstab zur Vornahme allfälliger Berichtigungen im Wertansatz von im Bestand eines bilanzierenden Investors befindlichen Wertpapieren darstellen.

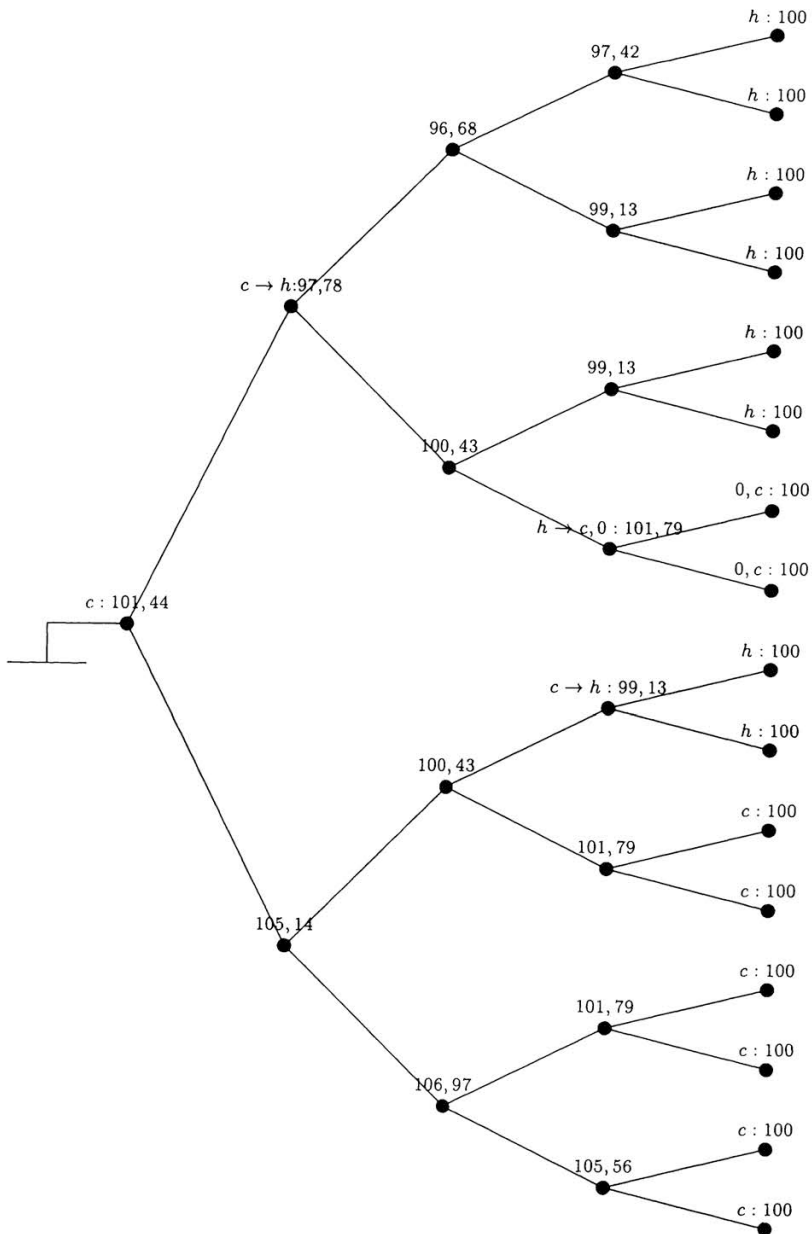


Abbildung 2: Preise sowie dazugehörige Kauf- und Verkaufsklientelen im Falle von Emissions-, Rückzahlungs- oder Handelsaktivität für ein Wertpapier mit einem Kuponsatz von  $c_j = 14\%$  und einer Laufzeit von  $n_j = 4$  unter Berücksichtigung zukünftiger Handelsmöglichkeiten bei Unsicherheit



Über-Pari-Wertpapierpreisen, welche aus niedrigen Opportunitätszinsen resultieren, die Käuferklientel stellen.

Man erkennt an Abbildung 2 auch, daß anders als beim bekannten Problem der Bestimmung der optimalen Ausübungspolitik einer amerikanischen Put-Option optimale Ausübungs- d.h. Verkaufszeitpunkte nicht nur „auf einer Seite des Ereignisbaumes“ (bei hohen Werten des *underlyings*) zu verzeichnen sind. Vielmehr ergibt sich ein Handel zwischen den Klientelen vorzugsweise im Bereich derjenigen Zinssätze, die den Wertpapierpreis in die Gegend um Pari bewegen. Ein Wechsel von Unter-Pari-Preisen zu Über-Pari-Preisen geht oft (jedoch wie die Ereignisse 1, 1 und 2, 2 belegen nicht immer) mit einem Weiterreichen der Finanztitel an eine andere Klientel einher. Gleiches gilt für den Wechsel von Über-Pari-Preisen zu Unter-Pari-Preisen.

Die in dieser Arbeit gewählte Modellierung verlangt die Abbildung der Unsicherheit in Ereignisbäumen, die sich nicht wiedervereinen (*non-recombining tree*). Sie unterscheidet sich von der Herangehensweise in Tian (1996), welcher einen sich wiedervereinigenden Binomialbaum betrachtet. Der Unterschied zwischen den beiden Ansätzen besteht in der Möglichkeit zur Abbildung pfadabhängiger Größen: Ausgehend von einem Ereignisknoten ist die Situation in demjenigen Folgeereignisknoten, der sich aus einem Zinsanstieg, gefolgt von einer Zinssenkung ergibt, in einem sich wiedervereinigenden Binomialbaum notwendigerweise die gleiche wie die Situation in demjenigen Folgeereignisknoten, der sich aus einer Zinssenkung, gefolgt von einem Zinsanstieg ergibt. Ein sich nicht wiedervereinigender Ereignisbaum verlangt dies nicht. Eine pfadabhängige Betrachtung muß man nun aber immer dann anstellen, wenn man den deutschen Steuercode für bilanzierende Investoren adäquat abbilden will.

Dies erkennt man bei näherer Betrachtung von Tabelle 1 und Abbildung 2. Da der Zinsprozeß die Markov-Eigenschaft erfüllt und somit kein „Gedächtnis“ hat, ist die „Zukunft“ für alle Ereignisknoten eines Zeitpunktes, die den gleichen momentanen Opportunitätszins aufweisen, identisch. Da der Reservationskaufpreis nur durch die „Zukunft“ bestimmt ist, stimmt auch jeder Reservationskaufpreis mit dem entsprechenden Reservationskaufpreis eines vergleichbaren Ereignisknotens überein. Folglich stimmen auch die Preise der Ereignisknoten überein, wovon man sich durch Betrachtung von Tabelle 1 leicht überzeugt.

Gleichwohl ist aber die Verkaufspolitik bilanzierender Unternehmen pfadabhängig: So verkaufen die Unternehmen c im Ereignis 5 des Zeit-

punktes 3, in dem der Opportunitätszins 16 % und der maximale Reservationskaufpreis 99,13 beträgt, ihre Bestände an die Privatanleger  $h$ . Im Ereignis 3 des Zeitpunktes 3, welches den gleichen Opportunitätszins und gleiche Reservationspreise aufweist, kommen die Privatanleger  $h$  mangels Verkaufsinteresse nicht zum Zuge. Sie hatten die Bestände bereits im Ereignis 1 des Zeitpunkts 1 von den Unternehmen  $c$  erworben, so daß in (3, 3) kein Handel zustande kommt. Zwar haben unterschiedliche Verkaufsmuster wegen Annahme 4 auf die Höhe der jeweils aktuellen Preise unmittelbar keinen Einfluß. Jedoch ergibt sich mittelbar wegen der Antizipation der pfadabhängig differenzierten Artikulation von Verkaufsabsichten in vermeintlich identischen Ereignisknoten durch bilanzierende Unternehmen in früheren Ereignisknoten sehr wohl ein potentiell höherer Reservationspreis, was sich potentiell auf die Preisfindung in diesen früheren Ereignisknoten auswirkt. Der für die adäquate Abbildung des Entscheidungsproblems zu zahlende Preis besteht indes in der erheblich höheren Komplexität der Berechnungen.<sup>28</sup>

In gleicher Weise wie das betrachtete vierperiodige Wertpapier können nun alle übrigen Wertpapiere analysiert werden. In Tabelle 2 sind für alternative Kuponsätze und Laufzeiten nur der maximale Reservationskaufpreis in  $t = 0$  und die zugehörigen kaufenden Klientelen verzeichnet. Man erkennt bei näherer Betrachtung von Tabelle 2, daß die am vierperiodigen Beispielwertpapier diagnostizierte Käuferklientelbildung auch für alternative Kuponsätze und Wertpapierlaufzeiten Gültigkeit besitzt, zumindest was die dort nur zu ersehende Klientelbildung in  $t = 0$  betrifft: a) Unter-Pari-Wertpapiere werden am höchsten von hochbesteuerten Privatanlegern  $h$  bewertet, b) Über-Pari-Wertpapiere werden am höchsten von Unternehmen  $c$  bewertet und c) im Falle von einperiodigen Wertpapieren entspricht die Bewertung von Über-Pari-Wertpapieren durch die Unternehmen  $c$  stets der der steuerbefreiten Investoren 0. Bei einem Kuponsatz von 14 % und einer Laufzeit von  $n = 1$  stimmen natürlich alle Investoren in der relativen Bewertung überein, da dann das Wertpapier und die Opportunität identisch sind.

Betrachtet man Tabelle 2 spaltenweise, so erkennt man, daß die zu einem Kuponsatz gehörende Käuferklientel von mehrperiodigen Wert-

<sup>28</sup> Ein zweiperiodiger (Dreizeitpunkt-), sich wiedervereinigender Binomialbaum umfasst insgesamt 6 Ereignisse, ein entsprechender sich nicht wiedervereinigender Binomialbaum umfasst 7 Ereignisse. Ein zehnperiodiger sich wiedervereinigender Binomialbaum hingegen umfasst 66 Ereignisse, während ein entsprechender sich nicht wiedervereinigender Binomialbaum bereits 2047 Ereignisse umfasst. Da in jedem Ereignis mehrere Fixpunkte von rekursiven Funktionen numerisch ermittelt werden müssen, verlangt die Ermittlung durchaus einiges an Rechenzeit.

Tabelle 2  
Errechnete Wertpapierpreise und kaufende Klientel in  $t = 0$  für alternative Kuponsätze und Laufzeiten  
unter Berücksichtigung zukünftiger Handelsmöglichkeiten

Laufzeit	Kuponsatz						
	6 %	8 %	10 %	12 %	14 %	16 %	18 %
1	96,47 [h]	97,35 [h]	98,24 [h]	99,12 [h]	100,00 [h, l, c, 0]	101,75 [c, 0]	103,51 [c, 0]
2	93,17 [h]	94,88 [h]	96,59 [h]	98,30 [h]	100,43 [c]	103,33 [c]	106,61 [c, 0]
3	90,08 [h]	92,57 [h]	95,06 [h]	97,74 [h]	100,86 [c]	104,98 [c]	109,42 [c]
4	87,21 [h]	90,42 [h]	93,74 [h]	97,25 [h]	101,44 [c]	106,53 [c]	112,09 [c]
5	84,53 [h]	88,48 [h]	92,52 [h]	96,94 [h]	102,03 [c]	108,10 [c]	114,58 [c]
6	82,07 [h]	86,68 [h]	91,50 [h]	96,69 [h]	102,72 [c]	109,59 [c]	116,96 [c]
7	79,77 [h]	85,07 [h]	90,56 [h]	96,57 [h]	103,38 [c]	111,08 [c]	119,17 [c]
8	77,67 [h]	83,57 [h]	89,78 [h]	96,48 [h]	104,11 [c]	112,50 [c]	121,32 [c]
9	75,70 [h]	82,24 [h]	89,07 [h]	96,49 [h]	104,82 [c]	113,89 [c]	123,34 [c]
10	73,91 [h]	81,00 [h]	88,47 [h]	96,52 [h]	105,56 [c]	115,23 [c]	125,27 [c]



papieren ( $n > 1$ ) sich nicht ändert. Daraus kann man jedoch keineswegs folgern, daß kein Handel zwischen den Klientelen stattfindet.<sup>29</sup> Für eine derartige Aussage ist eine Längsschnittanalyse notwendig, wie wir sie beispielhaft für das vierperiodige Wertpapier präsentiert haben. Man erkennt ferner, daß die Preise von Wertpapieren mit einem Kupon, der höher als der in  $t = 0$  gültige Einperiodenzins von 14% ist, mit zunehmender Laufzeit steigen. Das ist nicht überraschend, da die Überverzinslichkeit im Vergleich zum derzeitigen und erwarteten zukünftigen Zinsniveau<sup>30</sup> um so vorteilhafter ist, je länger sie dauert. Umgekehrt sinkt der Preis in der überwiegenden Mehrzahl der Fälle für Wertpapiere mit einem Kupon, der niedriger als der in  $t = 0$  gültige Einperiodenzins von 14% ist, mit zunehmender Laufzeit. Die Begründung ist analog. Diese Argumentation gilt für den Buy-and-Hold-Fall. Beide Fälle werden nun aber von einem zweiten Effekt überlagert, der aus der Möglichkeit dynamischen Handels resultiert. Diese Möglichkeit ist wie eine Option zu bewerten. Von Optionen weiß man, daß ihr Zeitwert mit zunehmender Laufzeit steigt.<sup>31</sup> Für Unter-Pari-Wertpapiere sind die Effekte also gegenläufig. Man kann durch Inspektion der zum Wertpapier mit einem Kupon von 12% gehörenden Spalte feststellen, daß der Preis in  $t = 0$  zunächst wegen des ersten Effektes bis  $t = 9$  sinkt, um dann unter dem Einfluß des dominanten dynamischen Handloptionseffektes wieder anzusteigen.

<sup>29</sup> So zu lesen bei Tian (1996), S. 323, der andersherum aus einem Wechsel der Käuferklientel auf einen Handel schließt. Ein Wechsel der Käuferklientel ist aber nicht hinreichend für einen Handel zwischen Klientelen, da es zusätzlich des Verkaufsinteresses der alten Klientel bedarf.

<sup>30</sup> Man bedenke, daß der unterstellte Zinsprozeß keine *drift* aufweist. Im Erwartungswert entspricht der zukünftige Zins daher dem derzeitigen. Dies schlägt allerdings nicht unmittelbar auf die Berechnung der Reservationspreise durch, da sich die anzustellende Erwartungswertbildung ja nicht auf die zukünftigen Zinssätze direkt, sondern auf die aus ihnen errechneten Diskontierungsfaktoren  $d_t^k$  bezieht; vgl. Cox et al. (1981), S. 774ff. Diese sind bekanntlich definiert als  $d_t^k = \left( \prod_{j=0}^{t-1} [1 + r_j (1 - \tau_j^k)] \right)^{-1}$ . Aus der Jensenschen Ungleichung folgt bei driftlosem Zinsprozeß eine leicht sinkende (Zerokupon-)Zinsstruktur, was zu leicht höheren Reservationspreisen als im Falle der flachen (Opportunitäts-)Zinsstruktur führt. Das Niveau der Preisabweichungen wegen dieses Effektes liegt aber deutlich unter den Agien, welche in derjenigen Spalte der Tabelle 2 verzeichnet sind, die zum Wertpapier mit 14% Kupon gehört.

<sup>31</sup> Vgl. z. B. Copeland/Weston (1988), S. 241ff.



## 2. Buy-and-Hold versus dynamischer Handel

Wir wollen nun untersuchen, welchen Wert die Möglichkeit zukünftigen Handels hat. Bezeichne  $V^k$  den Wert (in  $t = 0$ ) der Möglichkeit zu nachträglichem Handel und sei  $\tilde{z}^k$  ein Vektor, der die Nach-Steuer-Zahlungen für alle Zeitpunkte  $t$  und Umweltzustände  $v$  für den Fall beinhaltet, daß der betrachtete Finanztitel nicht vorzeitig veräußert wird. Kennzeichnen wir mit dem Subskript  $DH$  einen Markt mit dynamischem Handel und enthalte der Vektor  $\underline{d}^{k*}$  die zur Bewertung zu verwendenden Zustandspreise, welche sich gemäß Annahme 3 aus den kurzfristigen Zinssätzen und den Übergangswahrscheinlichkeiten ergeben. Dann gilt für einen aus Sicht von  $k$  effizienten Finanztitel:

$$(19) \quad \tilde{z}_{DH}^{k'} \underline{d}^{k*} + V^k = p_{DH}.$$

Betrachten wir nun einen Buy-and-Hold-Markt, auf dem nur in  $t = 0$ , jedoch nicht an späteren Zeitpunkten gehandelt werden kann. Die Buy-and-Hold-Preise (Subskript  $BH$ ) kann man ermitteln, wenn man den Wert gleich dem Wert aus dem Halten des Finanztitels anstelle des Maximumausdrucks in (12) setzt,

$$(20) \quad v_{t,v,m}^k = o_{t,v,m}^k,$$

und dann den rekursiven Bewertungs- und Preisfindungsprozeß wie zuvor ablaufen läßt. Es gilt dann

$$(21) \quad \tilde{z}_{BH}^{k'} \underline{d}^{k*} \leq p_{BH},$$

wobei Gleichheit für aus Sicht von  $k$  effiziente Finanztitel gilt. Als Preisdifferenz (19) minus (21) erhält man

$$(22) \quad p_{DH} - p_{BH} \leq (\tilde{z}_{DH}^k - \tilde{z}_{BH}^k)' \underline{d}^{k*} + V^k.$$

Diese Preisdifferenz läßt sich immer dann sinnvoll interpretieren, wenn auch auf dem Buy-and-Hold-Markt der betrachtete Finanztitel  $j$  für den betrachteten, auf dem dynamischen Handelsmarkt marginalen Investor  $k$  effizient ist. (Diese Eigenschaft wird in den numerischen Berechnungen im Einzelfall zu überprüfen sein.) Bestimmt  $k$  in beiden Fällen den Preis, so gilt (21) und folglich auch (22) mit Gleichheit. Die Preisdifferenz  $p_{DH} - p_{BH}$  mißt dann die Summe aus dem Wert  $V^k$  der Möglichkeit zu späterem Handel auf einem dynamischen Handelsmarkt und aus dem

Barwert der Änderungen im Nach-Steuer-Zahlungsstrom  $\tilde{z}_{DH}^k - \tilde{z}_{BH}^k$  des gehaltenen Finanztitels.

Letzterer ist für alle Investoren vom Typ  $h, l, 0$  – und auch für alle gegenwärtigen und vergangenen Besteuerungsvorschriften für US-amerikanische Investoren<sup>32</sup> – gleich 0. Der von Tian (1996), S. 326, als „*Value of the Tax Option*“ bezeichnete Wert entspricht daher dem hier mit  $V^k$  notierten Wert der Möglichkeit zu späterem Handel.

Für Investoren vom Typ  $c$  liefert der Preisvergleich in (22) nun aber zwei Bestandteile: Neben dem Wert  $V^k$  der Möglichkeit zu späterem Handel ist auch die indirekte Wirkung potentiell geänderter Preise auf die geänderten Nach-Steuer-Zahlungen  $\tilde{z}^k$  zu beachten. Diese „*Mutatis-Mutandis*“-Preisdifferenz bezieht also auch die Wirkungen von Unterschieden in allen zukünftigen Preisen ein und liefert ein besseres Maß als  $V^k$  für die Vorteilhaftigkeit zukünftigen Handels. In Tabelle 3 sind die Preise für den Buy-and-Hold-Markt verzeichnet.

Man beachte, daß wegen der Abhängigkeit der Nach-Steuer-Zahlungen  $\tilde{z}^k$  der Unternehmen  $c$  von den zukünftigen maximalen Reservationskaufpreisen auch im Buy-and-Hold-Fall Klienteleffekte Eingang in die Bewertung finden können. Betrachten wir z.B. den Reservationspreis (in  $t = 0$ ) des zehnperiodigen Wertpapiers mit Kupon 14% auf dem Buy-and-Hold-Markt. Dieser beträgt 103,89. Entfernen wir alle Nicht-Unternehmen vom Finanzmarkt, lassen also nur Investoren der Klasse  $c$  die Wertpapiere nachfragen, und lassen dann den rekursiven Bewertungs- und Preisfindungsprozeß ablaufen, so ermitteln wir für das betrachtete Wertpapier einen Preis von 104,60. Die Differenz zu 103,89 spiegelt die über die Abhängigkeit der Nach-Steuer-Zahlungen  $\tilde{z}^k$  der Unternehmen  $c$  von den zukünftigen maximalen Reservationskaufpreisen wirkenden Klienteleffekte wider. Es mag auf den ersten Blick erstaunen, daß ein oberhalb von 103,89 liegender Reservationskaufpreis ermittelt wird. Dies liegt aber daran, daß die Existenz alternativer Investorenklassen in zukünftigen Ereignissen ggf. zu Reservationspreisen und damit Marktpreisen führt, die oberhalb von denen der Unternehmen  $c$  liegen. Die höheren Preise zerstören Steuerstundungsmöglichkeiten der  $c$ , was diese in  $t = 0$  einen vergleichsweise geringeren Reservationskaufpreis bieten läßt.

Man beachte ferner, daß die asymmetrische Berücksichtigung von Preisveränderungen in den Besteuerungsvorschriften für Investoren vom

<sup>32</sup> Vgl. Fabozzi/Nirenberg (1991).

*Tabelle 3*  
**Errechnete Wertpapierpreise und kaufende Klientel in  $t = 0$  für alternative Kuponsätze und Laufzeiten ohne zukünftige Handelsmöglichkeiten (Buy-and-Hold-Fall)**

Laufzeit	Kuponsatz						
	6 %	8 %	10 %	12 %	14 %	16 %	18 %
1	96,47 [h]	97,35 [h]	98,24 [h]	99,12 [h]	100,00 [h, l, c, 0]	101,75 [c, 0]	103,51 [c, 0]
2	93,17 [h]	94,88 [h]	96,59 [h]	98,30 [h]	100,05 [c]	103,33 [c]	106,61 [c,0]
3	90,08 [h]	92,57 [h]	95,06 [h]	97,54 [h]	100,17 [c]	104,82 [c]	109,42 [c]
4	87,21 [h]	90,42 [h]	93,64 [h]	96,85 [h]	100,41 [c]	106,26 [c]	112,03 [c]
5	84,53 [h]	88,43 [h]	92,33 [h]	96,23 [h]	100,75 [c]	107,66 [c]	114,47 [c]
6	82,04 [h]	86,58 [h]	91,13 [h]	95,67 [h]	101,21 [c]	109,05 [c]	116,78 [c]
7	79,73 [h]	84,88 [h]	90,03 [h]	95,17 [h]	101,76 [c]	110,43 [c]	118,96 [c]
8	77,59 [h]	83,31 [h]	89,02 [h]	94,74 [h]	102,41 [c]	111,80 [c]	121,06 [c]
9	75,60 [h]	81,85 [h]	88,10 [h]	94,35 [h]	103,11 [c]	113,15 [c]	123,05 [c]
10	73,77 [h]	80,52 [h]	87,27 [h]	94,02 [h]	103,89 [c]	114,48 [c]	124,95 [c]

Typ c und der daraus resultierende Steuerstundungseffekt natürlich auch auf dem Buy-and-Hold-Markt zum Tragen kommt. Nehmen wir an, Unternehmen hätten Preisveränderungen nicht asymmetrisch zu berücksichtigen, sondern hätten jegliche Preisdifferenzen (Kursgewinne oder -verluste) bei Fälligkeit zu besteuern, so daß die Steuerstundungseffekte entfielen. Für derart besteuerte Unternehmen ergäbe sich für das betrachtete Wertpapier ein Reservationspreis von 100,94, also ein deutlich niedrigerer Wert als der tatsächlich simulierte Wert (103,89) mit der Asymmetrie in der Besteuerungsvorschrift. Erlauben wir derart besteuerten Unternehmen zukünftigen Handel untereinander, so beträgt der Reservationskaufpreis 104,57. Das ist nahezu der gleiche Wert, den ein Investor vom Typ c auf einem Buy-and-Hold-Markt (und auch auf einem dynamischen Handelsmarkt) ermittelt (104,60). Dies unterstreicht die Einschätzung von Jaschke (1998), S. 37, daß die durch optimalen zukünftigen Handel generierbaren Nach-Steuer-Zahlungen gleichsam automatisch durch die imparitätische Bewertungsvorschrift für deutsche Unternehmen erzeugt werden.

Betrachten wir nach diesen Vorbemerkungen die Gesamtheit der Preise in Tabelle 3, so stellen wir zunächst fest, daß alle Preise kleiner oder gleich den entsprechenden Preisen auf dem dynamischen Handelsmarkt sind. Dies muß auch so sein, da ja auch auf letzterem stets die Möglichkeit besteht, nicht zu handeln. Die Preise in der ersten Zeile sind logischerweise mit denen aus Tabelle 2 identisch. Lesen wir Tabelle 3 spaltenweise, so stellen wir fest, daß die Preise nunmehr je nach Kupon (vgl. die obige Argumentation) entweder streng monoton steigen oder fallen. Dies resultiert aus der Tatsache, daß der kuponbedingte Laufzeiteffekt nun nicht mehr durch den dynamischen Handelseffekt überlagert wird.

Die Käuferklientelen sind für alle betrachteten Kuponhöhen und Laufzeiten die gleichen wie im Fall mit dynamischem Handel (vgl. Tabelle 2). Folglich gilt (22) in der Tat mit Gleichheit, d.h., die Interpretation der Preisdifferenzen als Maß für die Vorteilhaftigkeit zukünftigen Handels ist korrekt. Im folgenden dividieren wir die Preisdifferenzen durch die Buy-and-Hold-Preise, d.h., errechnen wir für alle Kuponsätze und Laufzeiten die Beziehungszahl  $\frac{P_{DH} - P_{BH}}{P_{BH}}$ . Diese Beziehungszahlen sind als Prozentwerte in Tabelle 4 verzeichnet. Wir können feststellen, daß die Einträge in Tabelle 4 durchaus erheblich sind: Für das zehnperiodige Wertpapier mit einem Kupon von 12% beträgt der auf den Buy-and-Hold-Preis bezogene Wert der zukünftiger Handelsmöglichkeiten immerhin 2,66%. Ihn zu ignorieren, birgt die Gefahr grober Fehlbewertungen.



*Tabelle 4*  
**Wert zukünftiger Handelsmöglichkeiten, gemessen als Differenz zwischen Preisen mit und ohne zukünftige Handelsmöglichkeiten, dividiert durch die Preise ohne zukünftige Handelsmöglichkeiten, in  $t = 0$  für alternative Kuponsätze und Laufzeiten (in %)**

Laufzeit	Kuponsatz						
	6 %	8 %	10 %	12 %	14 %	16 %	18 %
1	0,00 [h]	0,00 [h]	0,00 [h]	0,00 [h]	0,00 [h, l, c, 0]	0,00 [c, 0]	0,00 [c, 0]
2	0,00 [h]	0,00 [h]	0,00 [h]	0,00 [h]	0,38 [c]	0,00 [c]	0,00 [c, 0]
3	0,00 [h]	0,00 [h]	0,00 [h]	0,21 [h]	0,69 [c]	0,15 [c]	0,00 [c]
4	0,00 [h]	0,00 [h]	0,11 [h]	0,41 [h]	1,03 [c]	0,25 [c]	0,05 [c]
5	0,00 [h]	0,06 [h]	0,21 [h]	0,74 [h]	1,27 [c]	0,41 [c]	0,10 [c]
6	0,04 [h]	0,12 [h]	0,41 [h]	1,07 [h]	1,49 [c]	0,50 [c]	0,15 [c]
7	0,05 [h]	0,22 [h]	0,59 [h]	1,47 [h]	1,59 [c]	0,59 [c]	0,18 [c]
8	0,10 [h]	0,31 [h]	0,85 [h]	1,84 [h]	1,66 [c]	0,63 [c]	0,21 [c]
9	0,13 [h]	0,48 [h]	1,10 [h]	2,27 [h]	1,66 [c]	0,65 [c]	0,24 [c]
10	0,19 [h]	0,60 [h]	1,38 [h]	2,66 [h]	1,61 [c]	0,66 [c]	0,26 [c]

Ferner stellen wir bei spaltenweiser Betrachtung von Tabelle 4 fest, daß die Werte – außer im Falle des zehnperiodigen Wertpapiers mit Kuponsatz 14 % – mit zunehmender Laufzeit steigen. Diese Beobachtung deckt sich mit der von Tian (1996). Insgesamt ist festzustellen, daß die Einträge in Tabelle 4 durchweg niedriger sind als die entsprechenden Werte für den US-Wertpapiermarkt.<sup>33</sup> Dies ist nicht überraschend, gilt es doch zu bedenken, daß für US-Investoren Steuerstundungsvorteile nur durch zukünftigen Handel („*wash sales*“) realisiert werden können, wohingegen für deutsche Privatanleger keine Steuerstundungsvorteile existieren und für deutsche Unternehmen Steuerstundungsvorteile auch ohne zukünftigen Handel realisiert werden können. Der Steuerstundungsvorteil ist für deutsche Unternehmen also gewissermaßen bereits im Buy-and-Hold-Vergleichsmaßstab enthalten. Hierbei ist, wie die vorstehenden Anmerkungen verdeutlicht haben, zu bedenken, daß man Steuerklienteleffekte und Steuerstundungseffekte im betrachteten Modell analytisch kaum befriedigend voneinander separieren kann. Aus den gleichen Gründen verbietet sich auch ein Vergleich der Verlaufsmuster der Werte in Tabelle 4 mit den in der Literatur vorgenommenen Verlaufsmusteranalysen der Residuen von Regressionsschätzungen der Zinsstruktur.<sup>34</sup> Man kann also z.B. nicht ohne weiteres bestätigen, daß der Wert der („*tax options*“) mit zunehmender Laufzeit zunimmt (was plausibel ist), da der (lineare) Vergleichsmaßstab fehlt.

### 3. Relative Bewertung von laufzeitgleichen Wertpapieren

In diesem Unterabschnitt wollen wir die relative Bewertung von laufzeitgleichen Wertpapieren mit unterschiedlichen Kuponsätzen untersuchen. Aus einer Gruppe von dreien solcher Wertpapiere (sog. *triplets*) läßt sich eine einfache Arbitragefreiheitsbedingung herleiten, da das Wertpapier mit dem mittleren Kuponsatz durch ein Portfolio aus den beiden Wertpapieren mit den äußeren Kuponsätzen dupliziert werden kann. Diese Arbitragefreiheitsbedingung ist in der Literatur vielfach untersucht worden.<sup>35</sup> Etwas genauer kann man im Falle von *triplets* Kuponzahlungen durch Kuponzahlungen und Rückzahlungen durch

<sup>33</sup> Vgl. Tian (1996), S. 331.

<sup>34</sup> Vgl. Ehrhardt et al. (1995), S. 1064–1068, die feststellen, daß eine methodische Analogie zwischen *Tax-Option*-Werten und Regressionsresiduen existiert. Vgl. auch Rasch (1996), S. 109–111.

<sup>35</sup> Vgl. Litzenberger/Rolfo (1984), S.338ff.; Conroy/Rendleman (1987), S. 57ff.; Jordan/Jordan (1991), S. 135ff.; vgl. auch Sauer (1989), S. 7f. und 33ff.; Lassak (1992), S. 192ff.

Rückzahlungen duplizieren, was die Arbitragefreiheitsbedingung unempfindlich gegenüber der steuerlich potentiell unterschiedlichen Behandlung alternativer Einkunftsarten macht.<sup>36</sup> Die in dem Duplikationsportfolio zu verwendenden Gewichte errechnen sich nach der Formel

$$(23) \quad \phi = \frac{c_2 - c_3}{c_1 - c_3},$$

wobei  $c_1 < c_2 < c_3$  gilt und  $\phi$  das Gewicht von dem Wertpapier mit dem niedrigsten Kupon  $c_1$  angibt. Daraus ergibt sich der Preis des Duplikationsportfolios als

$$(24) \quad p_{PF} = \phi p_1 + (1 - \phi) p_3,$$

von dem man den Preis des duplizierten Wertpapiers abzieht, um zu einem Maß

$$(25) \quad \Delta = p_{PF} - p_2$$

zu gelangen, das die Krümmung der Preis-Kupon-Funktion beschreibt. Positive  $\Delta$ -Werte kennzeichnen eine konvexe Preis-Kupon-Funktion im betrachteten Bereich. In der Literatur ist ein konvexer Verlauf der Preis-Kupon-Funktion zum einen dadurch begründet worden, daß der Wert eines Portfolios von Optionen (hier „*tax options*“) stets höher ist als der Wert einer vergleichbaren Option auf ein Portfolio.<sup>37</sup> Zum anderen kann Konvexität wegen Klienteleffekten in den Wertpapierpreisen vermutet werden.<sup>38</sup> Unser Simulationsmodell ermöglicht es nun zu untersuchen, wie der aggregierte Effekt aus Steuerstundungsoptionen und kuponbedingten Klienteleffekten auf die Krümmung der Preis-Kupon-Funktion ist.

Wir bilden im folgenden Duplikationsportfolios aus den in den vorstehenden Tabellen benachbarten Wertpapieren, d.h. mit Kuponsätzen, die um 2% höher und niedriger als der Kuponsatz des duplizierten Wertpapiers sind. Daraus folgt  $\phi = \frac{1}{2}$ . Ebenso wie Tian (1996) benutzen wir die errechneten Wertpapierpreise aus unserem rekursiven Preisfindungs- und Bewertungsprozeß und berechnen für alle auf diese Weise duplizierbaren Wertpapiere für alle Laufzeiten die  $\Delta$ -Werte. Zunächst ist festzustellen, daß alle  $\Delta$ -Werte in Tabelle 5 nicht-negativ sind. Das bedeutet, daß die vorhergesagte Konvexität bestätigt werden kann. In der ersten

<sup>36</sup> Vgl. *Litzenberger/Rolfo* (1984), S. 339.

<sup>37</sup> Vgl. *Litzenberger/Rolfo* (1984), S. 338.

<sup>38</sup> Vgl. *Ehrhardt et al.* (1995), S. 1066.

Zeile ist lediglich im Falle des Pari-Kuponsatzes von 14% ein positiver Eintrag zu verzeichnen, ansonsten ist  $\Delta = 0$ . Das bedeutet, daß die tatsächliche Preisfunktion abschnittsweise linear ist und nur bei 14% eine Knickstelle hat. Betrachtet man Tabelle 5 spaltenweise, vermitteln die Werte kein einheitliches Bild außer der Beobachtung, daß in allen Spalten die  $\Delta$ -Werte *nicht* monoton in der Laufzeit sind. Für alle Unter-Pari-Kuponsätze kann erst für lange Laufzeiten „nennenswerte Konvexität“ verzeichnet werden. Der von Tian (1996) untersuchte Fall des Wertpapiers mit 14% Kupon als dupliziertes Wertpapier weist beginnend bei  $t = 0$  recht hohe Werte auf, welche allerdings nicht wie im Falle des US-Marktes mit zunehmender Wertpapierlaufzeit abnehmen,<sup>39</sup> sondern auf ungefähr gleichem Niveau verbleiben. Einen monotonen Zusammenhang kann man allgemein nicht herleiten. Man beachte im Zusammenhang mit dieser Feststellung, daß ein in der Laufzeit monoton steigender Verlauf des *Steueroptionswertes* nicht hinreichend für eine monoton steigende

Tabelle 5

**Triplet- $\Delta$ : Differenz zwischen dem Preis eines Duplikationsportfolios und dem Preis eines duplizierten Wertpapiers in  $t = 0$  auf Basis der errechneten Wertpapierpreise unter Berücksichtigung zukünftiger Handelsmöglichkeiten für alternative Laufzeiten und Kuponsätze des duplizierten Wertpapiers**

Laufzeit	Kuponsatz				
	8 %	10 %	12 %	14 %	16 %
1	0,00	0,00	0,00	0,44	0,00
2	0,00	0,00	0,21	0,38	0,19
3	0,00	0,09	0,22	0,50	0,16
4	0,05	0,10	0,34	0,45	0,23
5	0,05	0,19	0,34	0,49	0,21
6	0,10	0,19	0,42	0,42	0,25
7	0,09	0,26	0,40	0,44	0,20
8	0,16	0,25	0,46	0,38	0,22
9	0,14	0,30	0,45	0,37	0,19
10	0,19	0,29	0,50	0,31	0,18

<sup>39</sup> Vgl. Tian (1996), S. 333.



Konvexität ist. Letztere ist ja nichts anderes als die *Differenz* zwischen den bei mehreren laufzeitgleichen Wertpapieren zu verzeichnenden Optionswerten. Diese Erkenntnis wird in einigen Regressionsstudien<sup>40</sup> vernachlässigt, was die Interpretation der Ergebnisse möglicherweise in Frage stellt.

Insgesamt scheint die Entwicklung der Konvexität stark parameterabhängig und kaum verallgemeinerungsfähig zu sein. Die Diagnostizierung einer mit zunehmender Laufzeit zunehmenden Krümmung der Preis-Kupon-Funktion ist auf jeden Fall nicht möglich.

## V. Schlußbetrachtung

Als Fazit bleibt festzuhalten, daß unter den Bedingungen des zum Zeitpunkt der Verfassung dieses Beitrags aktuellen deutschen Steuerrechts Steuerklientel-, Steuerstundungs- und Steueroptionseffekte vielschichtig sind und in der Summe einen durchaus erheblichen Einfluß auf die simulierten Wertpapierpreise haben. Steuerstundungseffekte ergeben sich dabei nicht aus der Möglichkeit des zukünftigen Handels; vielmehr bewirkt die von deutschen Unternehmen zu beachtende Niederstwert-Bewertungsvorschrift gleichsam automatisch, d.h. auch ohne steuerlich induzierte Handelsaktivität, eine optimale Steuerstundung. Der Vergleich mit einem äquivalenten Buy-and-Hold-Markt kann unter den Bedingungen des bundesdeutschen Kapitalmarktes zwar den Steueroptionseffekt durch zukünftigen Handel isolieren, jedoch nicht Steuerklienteleffekte von denjenigen Steuerstundungseffekten separieren, die für US-amerikanische Investoren wesentlicher Bestandteil der *Tax Option* sind. (Folgerichtig weist ein solcher Vergleich für deutsche Investoren niedrigere Werte aus.)

Bei der Interpretation der Ergebnisse darf nicht vergessen werden, daß es sich bei dem zugrundeliegenden Modellrahmen um ein Partialmodell handelt, das auf durchaus diskussionswürdigen Annahmen beruht. Die Annahme 3 z.B. verlangt, daß alle Investoren sich in ihrer Bewertung an den einperiodigen (Pari-)Zinssätzen orientieren. Sie stellt eine direkte Verallgemeinerung des (klassischen) Kapitalwertkriteriums auf den Unsicherheitsfall dar und bildet den Kern der gängigen Steueroptions-Ansätze. Ebenso wie das Kapitalwertkriterium definiert sie jedoch jegliche Klienteleffekte aus der Opportunität weg. Ob diese Vereinfachung

---

<sup>40</sup> Vgl. Rasch (1996), S. 111.

gravierende Verwerfungen in den Ergebnissen im Vergleich zu einem umfassenden Optimierungsansatz bewirkt, bleibt zu untersuchen.

### Literatur

- Arak, Marcelle, Silver, Andrew (1984): The Value of the Tax Treatment of Original-Issue Deep-Discount Bonds: A Note, *Journal of Finance*, Bd. 39, S. 253–259. – Conroy, Robert M., Rendleman, Richard J. (1987): A Test of Market Efficiency in Government Bonds, *Journal of Portfolio Management*, S. 57–64. – Constantinides, George M., Ingersoll, Jonathan E. (1984): Optimal Bond Trading with Personal Taxes, *Journal of Financial Economics*, Bd. 13, S. 299–335. – Copeland, Thomas E., Weston, J. Fred (1988): *Financial Theory and Corporate Policy*, Addison Wesley, 3. Auflage. – Cox, John C., Ingersoll, Jonathan E., Ross, Stephen A. (1981): A Re-examination of Traditional Hypotheses about the Term Structure of Interest Rates, *Journal of Finance*, Bd. 36, S. 769–799. – Cox, John C., Ross, Stephen A., Rubinstein, Mark (1979): Option Pricing: A Simplified Approach, *Journal of Financial Economics*, Bd. 7, S. 229–263. – Dammon, Robert M., Dunn, Kenneth B., Spatt, Chester S. (1989): A Reexamination of the Value of Tax Options, *Review of Financial Studies*, Bd. 2, S. 341–372. – Dammon, Robert M., Spatt, Chester S. (1996): The Optimal Trading and Pricing of Securities with Asymmetric Capital Gains Taxes and Transaction Costs, *The Review of Financial Studies*, Bd. 9, S. 921–952. – Ehrhardt, Michael C., Jordan, James V., Prisman, Eliezer Z. (1995): Tests for Tax-Clientele and Tax-Option Effects in U.S. Treasury Bonds, *Journal of Banking and Finance*, Bd. 19, S. 1055–1072. – Fabozzi, Frank J., Nirenberg, David Z. (1991): Federal Income Tax Treatment of Fixed Income Securities, in: Fabozzi, Frank J. (Hg.): *The Handbook of Fixed Income Securities*, Irwin, 3. Aufl., S. 40–59. – Harrison, J. Michael, Kreps, David M. (1979): Martingales and Arbitrage in Multiperiod Securities Markets, *Journal of Economic Theory*, Bd. 20, S. 381–408. – Jaschke, Stefan (1998): Super-Hedging and Arbitrage Pricing of Bonds and Interest Rate Derivatives, Shaker. – Jordan, Bradford D., Jordan, Susan D. (1991): Tax Options and the Pricing of Treasury Bond Triplets, *Journal of Financial Economics*, Bd. 30, S. 135–164. – Lassak, Günter (1992): Bewertung festverzinslicher Wertpapiere am deutschen Rentenmarkt, *Physica*. – Litzenberger, Robert H., Rolfo, Jacques (1984): Arbitrage Pricing, Transaction Costs and Taxation of Capital Gains, *Journal of Financial Economics*, Bd. 13, S. 337–351. – Oestreicher, Andreas (1993): Die Berücksichtigung von Marktzinsänderungen bei Finanzierungsverträgen in der Handels- und Steuerbilanz, *Betriebs-Berater*, Bd. 48, S. 1\*–15\*. – Rasch, Steffen (1996): Steuer-Klientel-Effekte an DM-Anleihemärkten, *Nomos*. – Ronn, Ehud J. (1987): A New Linear Programming Approach to Bond Portfolio Management, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Bd. 22, S. 439–466. – Rümmele, Peter, Haas, Bernd (1997): Steuerarbitrage bei Zerobonds, *Tübinger Diskussionsbeitrag 107*, Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät der Eberhard-Karls-Universität Tübingen. – Sauer, Andreas (1989): Arbitragemöglichkeiten am deutschen Rentenmarkt, *Knapp*. – Schaefer, Stephen M. (1981): Measuring a Tax-Specific Term Structure of Interest Rates in the Market for British Government Securities, *Economic Journal*, Bd. 91, S. 415–438. – Schaefer, Stephen M. (1982a): Tax-Induced Clientele Effects in the Market for British Government Securities,

Journal of Financial Economics, Bd. 10, S. 121–159. – *Schaefer*, Stephen M. (1982b): Taxes and Security Market Equilibrium, in: Sharpe, William F., Cootner, Cathryn M. (Hg.), Financial Economics – Essays in Honor of Paul H. Cootner, Prentice Hall, S. 159–178. – *Tian*, Yisong (1996): Optimal Bond Trading with Tax Clientele: A Discrete-Time Dynamic Trading Model, The Financial Review, Bd. 31, S. 313–341.

## Zusammenfassung

### Steuerklienteleffekte und Steuerstundungsoptionen auf dem deutschen Rentenmarkt – Ein Binomialbaummodell

Steuerklientel-Ansätze betrachten heterogen besteuerte Investoren unter einer Buy-and-Hold-Annahme, wohingegen Steueroptions-Ansätze auf homogen besteuerte Investoren abstellen, die zukünftige Handelsmöglichkeiten zu (ex ante) unsicheren Preisen haben. Diese nutzen sie unter anderem, um Steuerstundungsvorteile zu erzielen. Das diskrete dynamische Handelsmodell in Tian (1996) analysiert erstmals zukünftige Handelsmöglichkeiten unter heterogen besteuerten Investoren. In diesem Beitrag wird der Ansatz von Tian (1996), der wie alle übrigen Steueroptions-Ansätze auf US-amerikanische Verhältnisse abstellt, für deutsche Besteuerungsvorschriften modifiziert. Die Abbildung der von deutschen Unternehmen zu beachtenden Niederstwertvorschrift erfordert einen pfadabhängigen Bewertungsansatz. Wie im Falle der Bewertung amerikanischer Put-Optionen lassen sich dann numerische Ergebnisse erzielen: Auch unter den Bedingungen des aktuellen deutschen Steuerrechts haben Klientel- und Steueroptionseffekte einen nicht unerheblichen Einfluß auf die simulierten Wertpapierpreise. Steuerstundungseffekte ergeben sich indes nicht wie im Falle der US-amerikanischen Besteuerungsmodalitäten aus zukünftigen Handelsmöglichkeiten; vielmehr bewirkt die Niederstwertvorschrift auch ohne steuerlich induzierte Handelsaktivität eine optimale Steuerstundung. (JEL G12, H24)

## Summary

### Tax-Clientele Effects and Tax-Timing Options in the German Bond Market – A Binomial Tree Model

Tax-clientele models consider the optimization problems of differentially taxed investors under a buy-and-hold assumption whereas tax-timing option models draw on homogeneously taxed investors with the opportunity of future asset trading at (ex ante) uncertain prices. In the latter models, optimal trading strategies imply a tax postponement in certain cases. Tian's (1996) discrete-time dynamic trading model is the first to analyze future asset trading among differentially taxed investors. In this paper, the Tian (1996)-model, which is customized for the US-investor taxation, is adopted for German taxation rules. The *Niederstwert*-rule that applies to German corporations requires a path-dependent valuation approach. The numerical (this being another American put-option pricing prob-



lem) results are: Under German taxation rules, too, tax-clientele effects have a significant impact on simulated asset prices. However, the benefits of tax postponement do not stem from future asset trading possibilities (as under US-investor taxation) but are generated by the *Niederstwert*-rule. There are no tax advantages from future asset trading over a simple buy-and-hold investment policy.

## Résumé

### **Effets impôts-clientèle et options de sursis de paiement d'impôts sur le marché allemand des valeurs à revenu fixe – Un modèle binomial**

Des théories impôts-clientèle considèrent des investisseurs soumis aux impôts de façon hétérogène en utilisant l'hypothèse buy-and-hold alors que des théories d'options d'impôts prennent en considération des investisseurs soumis aux impôts de manière homogène qui peuvent opérer dans le futur à des prix incertains (ex ante). Ils les utilisent entre autres pour tirer profit du sursis de paiement d'impôts. Le modèle discret dynamique de Tian (1996) analyse tout d'abord les possibilités d'opérations commerciales futures avec des investisseurs imposés de manière hétérogène. Dans cet article, le modèle de Tian (1996), qui s'ajuste comme tous les autres modèles d'options-impôts sur des données américaines, est modifié pour les règlements fiscaux allemands. L'illustration du règlement de la valeur minimale à respecter par les entreprises allemandes requiert une évaluation selon la voie choisie au cœur d'un système d'options. Comme dans le cas de l'évaluation des options de vente américaines, on peut ainsi obtenir des résultats numériques: même sous les conditions du droit fiscal allemand actuel, les effets de clientèle et d'option d'impôts ont une influence considérable sur les prix simulés des titres. Les effets des sursis de paiement d'impôts ne résultent pourtant pas comme dans le cas des modalités fiscales américaines des possibilités d'opérations commerciales futures; au contraire, le règlement de la valeur minimale provoque aussi un sursis de paiement d'impôt optimal sans activité commerciale induite fiscalement.