

# **Langfristige Stabilität und Wachstum in einem IS/LM-Modell mit Finanzierungsfunktion der Investitionen und Bilanzrestriktion der Unternehmen**

Von Erwin Scheele, Tübingen

Von den Modellen mit interdependenten Bestands- und Stromgrößen ist der *Blinder/Solow*-Typ bisher am intensivsten bearbeitet worden<sup>1</sup>. Die Probleme, die sich dort ergeben, sind jedoch die gleichen in allen Modellen, in denen die Finanzierung einer Differenz zwischen Ausgaben und Einnahmen eines Sektors im Vordergrund steht. Im vorliegenden Modell ist dies der Sektor der Unternehmen in ihrer Eigenschaft als Investoren. Die Diskussion von Modellen mit staatlichem Budgetdefizit oder mit Zahlungsbilanzsalden<sup>2</sup> befaßt sich überwiegend mit dem stationären Gleichgewicht.

In der Diskussion des steady state von Modellen mit interdependenten Bestands- und Stromgrößen steht die Untersuchung der „Stabilität“ des steady state im Vordergrund, der in der Regel als stationärer Zustand bezeichnet wird, in dem die Bestandsänderungen Null sind. Aber stets<sup>3</sup> sind auch da, wo der steady state als evolutionärer Zustand definiert wird<sup>4</sup>, handelt es sich um Gleichgewichts-Modelle in dem Sinn, daß alle Märkte geräumt sind<sup>5</sup>. Es wird ein stationärer Zustand als Gleichgewicht definiert und der Ausgangszustand mit Bestandsänderungen als Ungleichgewicht betrachtet; die dynamischen Relationen werden als Anpassungsfunktionen behandelt. Üblicherweise wird bei der Prüfung der Stabilität eines Modelles analysiert, ob bzw. unter welchen Bedingungen das System von einem Zustand mit einem Nachfrageüberschuß auf einem oder mehreren Märkten aus ein Gleichgewicht asymptotisch erreicht.

In Abschnitt I wird für eine Wirtschaft ohne Staat und Außenhandel mit Finanzierungssaldo der Investitionen die Stabilität behandelt. In Abschnitt II

---

<sup>1</sup> Als Überblick vgl. *Tobin* (1981).

<sup>2</sup> Z.B. *Turnovsky* (1976).

<sup>3</sup> So z.B. noch *Smith* (1982), *Ihori* (1982).

<sup>4</sup> Z.B. *Bolle*, M. (0000), *Smith* (1982 II).

<sup>5</sup> Vgl. jedoch *Niehans* (1977).

wird in beiden Definitionen analysiert, unter welchen Umständen die Modellwirtschaft zu einem gleichgewichtigen Wachstum – wobei Gleichgewicht als Räumung aller Märkte bei Konstanz der Wachstumsrate des Kapitalstocks definiert ist – fähig ist, wovon die gleichgewichtige Wachstumsrate abhängt und ob das dynamische Gleichgewicht stabil ist.

## I.

Das Modell, das die untersuchte Wirtschaft beschreibt, ist das aus *Scheele* (1984). Es wird für die hier zu behandelnden Fragestellungen in kontinuierliche Schreibweise übertragen.

- (1)  $I \stackrel{e}{=} (1 - c) Y - \omega W$
- (2)  $I = Q (\gamma_1 \varrho - \gamma_2 \varphi)$
- (3)  $I = \kappa \dot{E} + \dot{D}$
- (4)  $\dot{M} = \dot{D}$
- (5)  $M \stackrel{e}{=} uY + F(\varepsilon)(W - uY) \quad F_\varepsilon < 0, \quad F(0) = 1, \quad F(\varepsilon') = 0$
- (6)  $W = \kappa E + M$
- (7)  $\dot{D} = D(\varepsilon, z) I \quad D_\varepsilon > 0, \quad D(0, z) = 0, \quad 0 < D(\varepsilon', z) < 1$
- (8)  $qK = \kappa E + M$
- (9)  $\dot{K} = I$
- (10)  $\varrho = \bar{R}/K$
- (11)  $q = \varrho/\varphi$
- (12)  $\varphi = \varepsilon [1 - D(\varepsilon, z)] + zD(\varepsilon, z)$
- (14)  $\varepsilon = \delta/\kappa$

mit  $q$  Bewertungspreis des Kapitalstocks,  $\kappa$  Preis pro Aktie,  $\varepsilon$  Aktienrendite,  $\delta$  Ausschüttung pro Aktie,  $E$  Anzahl der Aktien,  $D$  Investitionskredit,  $\varphi$  Finanzierungskosten der Investition,  $\varrho$  Grenzproduktivität des Kapitals;  $I, Y, K, W, M$  in üblicher Bedeutung;  $u$  Transaktionskassenhaltungskoeffizient. Exogene Variable:  $z$  Zinssatz für Bankkredite. Parameter:  $Q, \bar{R}, \gamma_1, \gamma_2 > 0$ ;  $0 < c, \omega, u < 1$ ;  $0 < \varepsilon' < 1$  obere Grenze des Gültigkeitsbereiches der Funktion (12).

Für die Untersuchung der Stabilität kann das System wie folgt reduziert werden: Da die Variable  $\delta$  nur in (14) vorkommt, kann beides weggelassen werden. Beachtet man, daß  $\varphi$  nur eine Funktion von  $\varepsilon$  ist, kann auch (12) weggelassen werden. Das verbleibende System läßt sich reduzieren zu

$$(1a) \quad Y = 1/(1 - c) [Q (\gamma_1 \bar{R}/K - \gamma_2 \varphi) + \omega \bar{R}/\varphi]$$

$$(3a) \quad Q(\gamma_1 \bar{R}/K - \gamma_2 \varphi) = \frac{\dot{E}}{E} (\bar{R}/\varphi - M) + \dot{M}$$

$$(5a) \quad M = u [1 - F(r)] Y + F(\varepsilon) \bar{R}/\varphi$$

$$(7a) \quad \dot{M} = D(\varepsilon, z) [Q(\gamma_1 \bar{R}/K - \gamma_2 \varphi)]$$

$$(9a) \quad \dot{K} = Q(\gamma_1 \bar{R}/K - \gamma_2 \varphi).$$

Die Variable  $E$  kann im Prinzip aus den übrigen Gleichungen bestimmt werden. Da sie nur in (3a) vorkommt, können beide weggelassen werden. Es wird angenommen, daß zu (1a) und (5a) explizite Funktionen

$$(1'a) \quad Y = G(M, K)$$

bzw.

$$(5'a) \quad \varepsilon = H(M, K)$$

existieren. Deren partielle Ableitungen können durch totale Differentiation von (1a) und (5a) ermittelt werden. Es folgt

$$(15) \quad d\varepsilon = H_M dM + H_K dK \quad \text{mit}$$

$$H_M = -1 \left/ \left\{ \frac{[1 - F(\varepsilon)] u}{1 - c} (Q\gamma_2 \varphi_\varepsilon + \omega \bar{R} \varphi_\varepsilon / \varphi^2) + u Y F_\varepsilon + \bar{R} [F(\varepsilon) \varphi_\varepsilon - F_\varepsilon \varphi] / \varphi^2 \right\} \right.$$

$$H_K = H_M \frac{[1 - F(\varepsilon)] u}{1 - c} (Q\gamma_1 \bar{R}/K^2).$$

Es ist  $H_M < 0$ , da

$$(16) \quad u Y F_\varepsilon + \bar{R} F(\varepsilon) \varphi_\varepsilon / \varphi^2 - \bar{R} F_\varepsilon \varphi / \varphi^2 = \bar{R} F(\varepsilon) \varphi_\varepsilon / \varphi^2 - (W - u Y) F_\varepsilon > 0$$

wegen  $W > u Y$ ,  $\varphi_\varepsilon > 0$  und  $F_\varepsilon < 0$ . Damit ist auch  $H_K < 0$ . Weiter ergibt sich

$$(17) \quad dY = - \frac{1}{1 - c} [(Q\gamma_2 \varphi + \omega \bar{R} \varphi_\varepsilon / \varphi^2) (H_M dM + H_K dK) + (Q\gamma_1 \bar{R}/K^2) dK].$$

Die lineare Approximation von (7a) und (9a) ergibt

$$(7'a) \quad \dot{m} = (D_\varepsilon I - D Q \gamma_2 \varphi_\varepsilon) d\varepsilon - (D Q \gamma_1 \bar{R}/K^2) k$$

$$(9'a) \quad \dot{k} = -Q\gamma_2 \varphi_\varepsilon d\varepsilon - (Q\gamma_1 \bar{R}/K^2) k.$$

Mit (15) folgt

$$(7' b) \quad \dot{m} = (D_\epsilon I - D Q \gamma_2 \varphi_\epsilon) H_M m + [(D_\epsilon I - D Q \gamma_2 \varphi_\epsilon) H_K - D Q \gamma_1 \bar{R} / K^2] k$$

$$(9' b) \quad \dot{k} = -Q \gamma_2 \varphi_\epsilon H_M m - (Q \gamma_2 \varphi_\epsilon H_K + Q \gamma_1 \bar{R} / K^2) k$$

mit  $m = M - M^*$  und  $k = K - K^*$ ;  $\dot{m} = \frac{d}{dt} (M - M^*) = \dot{M}$  und  $\dot{k} = \frac{d}{dt} (K - K^*) = \dot{K}$ , wobei  $M^*$  und  $K^*$  die Werte der Geldmenge bzw. des Kapitalstocks in einem langfristigen Gleichgewicht sind. Dieses ist enthalten in der Lösungsmenge des langfristigen Gleichgewichtssystems

$$(1 b) \quad \tilde{Y} = 1 / (1 - c) [Q (\gamma_1 \bar{R} / \tilde{K} - \gamma_2 \varphi(\tilde{\epsilon})) + \omega \bar{R} / \varphi(\tilde{\epsilon})]$$

$$(5 b) \quad \tilde{M} = u [1 - F(\tilde{\epsilon})] \tilde{Y} + F(\tilde{\epsilon}) \bar{R} / \varphi(\tilde{\epsilon})$$

$$(7 b) \quad 0 = D(\tilde{\epsilon}, z) \{Q [\gamma_1 \bar{R} / \tilde{K} - \gamma_2 \varphi(\tilde{\epsilon})]\}$$

$$(9 b) \quad 0 = Q [\gamma_1 \bar{R} / \tilde{K} - \gamma_2 \varphi(\tilde{\epsilon})].$$

Im Gleichgewicht ist wegen  $\dot{K} = 0$  auch  $I = 0$ . Die *Jacobi-Matrix* des Systems (7' b), (9' b) ist daher

$$A = \begin{pmatrix} -D Q \gamma_2 \varphi_\epsilon H_M & -D Q \gamma_2 \varphi_\epsilon H_K - D Q \gamma_1 \bar{R} / K^2 \\ Q \gamma_2 \varphi_\epsilon H_M & -Q \gamma_2 \varphi_\epsilon H_K - Q \gamma_1 \bar{R} / K^2 \end{pmatrix}$$

mit

$$(18 a) \quad \text{tr}(A) = -D Q \gamma_2 \varphi_\epsilon H_M - Q \gamma_2 \varphi_\epsilon H_K - Q \gamma_1 \bar{R} / K^2$$

$$(18 b) \quad \det(A) = 0.$$

Es stehen zur Bestimmung von  $(Y^*, \epsilon^*, M^*, K^*)$  nur drei unabhängige Gleichungen (1 b), (5 b) und (9 b) zur Verfügung. Es wird vorausgesetzt, daß mindestens ein Gleichgewicht existiert, das den Relationen (1 b) und (5 b) sowie  $I = 0$  genügt. Das Vorzeichen von  $\text{tr}(A)$  kann nicht allgemein bestimmt werden. Es ist daher formal nicht auszuschließen, daß das linearisierte System instabil ist. Die Diskriminante ist wegen (18 b) positiv. Es gibt daher keine Schwingungen.

Aus (9 b) kann eine Gleichgewichtskurve  $\xi(\tilde{K}, \tilde{\epsilon}) = 0$  abgeleitet werden, die mit (5' a) in eine Gleichgewichtskurve  $\psi(\tilde{M}, \tilde{K}) = 0$  überführt werden kann. Als Stabilität soll im Folgenden der Fall bezeichnet werden, daß das System einem Punkt der Gleichgewichtskurve  $\psi(\tilde{M}, \tilde{K}) = 0$  zustrebt.

Ein solcher Punkt ist  $(M^*, K^*)$ , um den linearisiert wurde. Wegen (18b) lautet die Lösung für das obige Differentialgleichungssystem

$$(7'c) \quad m(t) = A_1 \exp[\operatorname{tr}(A)t] + A_2$$

$$(9'c) \quad k(t) = \frac{1}{D(\varepsilon^*)} A_1 \exp[\operatorname{tr}(A)t] - \frac{Q\gamma_2\varphi_\varepsilon H_M}{Q\gamma_2\varphi_\varepsilon H_K + Q\gamma_1\bar{R}/K^2} A_2,$$

wobei  $A_1, A_2$  Konstanten sind, die im allgemeinen durch die Anfangswerte  $M_0, K_0$  bestimmt sind. Für  $\operatorname{tr}(A) < 0$ , also im stabilen Fall, verschwinden  $m(t)$  und  $k(t)$  nur dann, wenn  $A_2 = 0$  ist. Um für das vorgegebene  $K_0 < K^* A_2 = 0$  zu erhalten, muß für  $t = 0$  gelten

$$(7'd) \quad m(0) = M_0 - M^* = A_1$$

$$(9'd) \quad k(0) = K_0 - K^* = \frac{1}{D(\varepsilon^*)} A_1$$

oder nach  $M_0$  aufgelöst

$$(9'e) \quad M_0 = M^* - D(\varepsilon^*)(K^* - K_0).$$

Da keine Schwingungen vorkommen – sie wären auch ökonomisch problematisch, da sie negative Investitionen einschließen – ist  $(K^* - K_0)$  die Summe der seit dem Ausgangszeitpunkt  $t = 0$  getätigten Investitionen. Soll sich das System dem Punkt  $(M^*, K^*)$  auf  $\psi(M, K) = 0$  annähern, so müssen diese Gesamtinvestitionen nach (9'e) mit dem Anteil  $D[H(M^*, K^*)]$  durch Kredit  $(M^* - M_0)$  finanziert werden.

Da das langfristige Gleichgewicht nicht determiniert ist, kann man also auf der Gleichgewichtskurve  $\xi(K, \varepsilon) = 0$  einen beliebigen Wert  $0 < \varepsilon^* < \varepsilon'$  festlegen, dazu  $K^*$  und  $M^*$  bestimmen und sodann für einen beliebigen Anfangswert  $K_0 < K^*$  über Gleichung (9'e) den Anfangswert der Geldmenge  $M_0$  berechnen, für den sich das System dem Punkt  $(M^*, K^*, Y^*, \varepsilon^*)$  annähert, sofern  $\operatorname{tr}(A) < 0$  ist. Wenn  $M_0$  nicht entsprechend (9'e) bestimmt wird, sondern insofern beliebig gesetzt, daß hierzu ein ökonomisch sinnvolles Gleichgewicht gemäß (1) - (14) gehört, nähert sich das System im Anpassungsprozeß nicht dem Punkt  $(M^*, K^*, Y^*, \varepsilon^*)$  aber einem anderen Punkt  $(\bar{M}, \bar{K})$  auf  $\psi(M, K) = 0$  mit zugehörigem  $\bar{Y}$  und  $\bar{\varepsilon}$ , der ebenfalls stationär ist, sofern  $\operatorname{tr}(A) < 0$  ist.

Die Stabilitätsbedingung (18a)  $\operatorname{tr}(A) < 0$  kann geschrieben werden

$$DI_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial M} + I_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial K} + I_K < 0.$$



Der erste Term gibt die Bedeutung der Änderung des Geldmengenwachses für die Stabilität des Systems wieder. Die Zunahme der Geldmenge im Anpassungsprozeß führt c.p. zu einer Abnahme der Ertragsrate  $\varepsilon$  und damit zu einem Sinken von  $\varphi$  und einer Erhöhung der Investitionen, wodurch c.p. die Zunahme von  $M$  und  $K$  beschleunigt werden, was der Stabilität zuwiderläuft. Die Summe der beiden letzten Glieder zeigt die Wirkung der Investitionen als Kapitalstockzuwachs auf sich selbst. Diese besteht aus zwei Effekten. Einmal sinkt  $\varphi$  mit  $K$  und damit werden die Investitionen kleiner (dritter Summand). Andererseits führt die Abnahme der Investitionen zu einem Sinken von  $Y$  und damit der Transaktionsnachfrage nach Geld, daher muß  $\varepsilon$  kleiner werden, damit das Gleichgewicht auf dem Geldmarkt gewahrt bleibt. Die Abnahme von  $\varepsilon$  erhöht die Investitionen partiell wieder (zweiter Summand). Dieser Effekt ist jedoch nur eine Rückwirkung, die die direkte Wirkung von  $K$  auf  $I$  nicht überkompensieren kann. Daher ist die Summe der beiden letzten Terme negativ<sup>6</sup>. Mit wachsendem  $K$  sinken  $\varphi$  und  $\varepsilon$ . Die Wirkung der Abnahme von  $\varphi$  wird durch die des Sinkens von  $\varepsilon$  und damit  $\varphi$  nicht kompensiert; die Investitionen werden kleiner. Wegen des negativen Vorzeichens der Summe der beiden letzten Terme handelt es sich bei ihr um eine dämpfende und damit im Hinblick auf ein langfristiges Gleichgewicht mit  $I = 0$  um eine stabilisierende Wirkung. Je nachdem ob der erste Term die Summe der beiden letzten überwiegt oder nicht, ob also die destabilisierende Wirkung des Geldmengenwachses größer ist als die stabilisierende der Zunahme des Kapitalstocks oder nicht, ist das System im *Blinder/Solow*-Sinne instabil oder stabil.

Die Eigenschaft der Stabilität eines Systems im *Blinder/Solow*-Sinn impliziert nicht ohne weiteres Stabilität in dem Sinne, daß das System von einem Marktungleichgewicht aus das alte oder ein neues Gleichgewicht, sei es stationär oder ein Wachstumsgleichgewicht, asymptotisch erreicht. Im vorliegenden Fall ist das langfristige Gleichgewicht im Sinne von *Christ* das relevante. Das Ungleichgewicht besteht in positiven oder negativen Nachfrageüberschüssen auf einem oder mehreren Märkten.

Im folgenden wird untersucht, ob das obige langfristige Gleichgewicht in diesem Sinne stabil ist. Dazu wird angenommen, daß im Ausgangszustand ein Nachfrageüberschuß<sup>7</sup> auf dem Gütermarkt besteht und die einfache Anpassungsfunktion

<sup>6</sup> Dies läßt sich auch formal zeigen; aus Gründen der Kürze wird auf den Beweis verzichtet.

<sup>7</sup> Für die Stabilitätsanalyse eines Angebotsüberschusses auf dem Gütermarkt wären Modifikationen des Modells erforderlich (vgl. *Scheele* 1984). Eine davon wäre, daß (9'' a) zu ersetzen wäre durch (9 a).

$$(19) \quad \dot{Y} = \alpha [I(\cdot) - (1 - c) Y + \omega W]$$

unterstellt. Weiter wird angenommen, daß der Geldmarkt stets im Gleichgewicht ist, d.h. die Ertragsrate  $\varepsilon$  sich ohne zeitliche Verzögerung an jede Marktsituation anpaßt:

$$(5a) \quad M = u [1 - F(\varepsilon)] Y + F(\varepsilon) W.$$

Der Konsum ist zum weit überwiegenden Teil vom monetären Angebot  $Y$ , also vom realisierten Einkommen, abhängig. Es wird angenommen, daß die Haushalte auch den im Hinblick auf ihr Einkommen autonomen Teil  $\omega W$  stets realisieren. Der Nachfrageüberschuß geht daher zu Lasten der Investitionen. Die realisierten Investitionen sind

$$(20) \quad \begin{aligned} I_r &= I(\cdot) - [cY + \omega W + I(\cdot) - Y] \\ I_r &= (1 - c) Y - \omega W = S_r \end{aligned}$$

Diese realisierten Investitionen erhöhen den Kapitalstock und müssen finanziert werden. Nach den geeigneten Substitutionen lautet das dynamische System jetzt

$$(19a) \quad \dot{Y} = \alpha [Q(\gamma_1 \bar{R}/K - \gamma_2 \varphi) - (1 - c) Y + \omega \bar{R}/\varphi]$$

$$(5a) \quad M = u [1 - F(\varepsilon)] Y + F(\varepsilon) \bar{R}/\varphi(\varepsilon)$$

$$(7''a) \quad \dot{M} = D(\varepsilon, z) [(1 - c) Y - \omega \bar{R}/\varphi(\varepsilon)]$$

$$9''a) \quad \dot{K} = (1 - c) Y - \omega \bar{R}/\varphi(\varepsilon).$$

Durch totale Differentiation erhält man aus (5a)

$$(21) \quad d\varepsilon = \frac{u [1 - F(\varepsilon)] dY - dM}{\bar{R} [F(\varepsilon) \varphi_\varepsilon - \varphi F_\varepsilon] / \varphi^2 + F_\varepsilon u Y}$$

Der Nenner von (21)

$$N = \bar{R} [F(\varepsilon) \varphi_\varepsilon - \varphi F_\varepsilon] / \varphi^2 + F_\varepsilon u Y$$

ist wegen (16) positiv.

Die lineare Approximation um das langfristige Gleichgewicht ergibt

$$(19b) \quad \dot{Y} = \alpha [-(1 - c) dY - (Q\gamma_2 + \omega \bar{R}/\varphi^2) \varphi_\varepsilon d\varepsilon - (Q\gamma_1 \bar{R}/K^2) dK]$$

$$(7'' \text{ b}) \quad \dot{M} = D(\varepsilon, z)(1-c) dY + \{D_\varepsilon [(1-c) Y - \omega \bar{R}/\varphi] + D(\varepsilon, z)(\omega \bar{R}\varphi_\varepsilon / \varphi^2)\} d\varepsilon$$

$$(9'' \text{ b}) \quad \dot{K} = (1-c) dY + (\omega \bar{R}\varphi_\varepsilon / \varphi^2) d\varepsilon.$$

Einsetzen für  $d\varepsilon$  aus (21) ergibt unter Beachtung der Tatsache, daß im langfristigen Gleichgewicht  $I(\cdot) = I_r = 0$  ist, mit den Abkürzungen

$$a = -(1-c) - \varphi_\varepsilon (Q\gamma_2 + \omega \bar{R}/\varphi^2) [1 - F(\varepsilon)]/N$$

$$b = \varphi_\varepsilon (Q\gamma_2 + \omega \bar{R}/\varphi^2)/N$$

$$g = -Q\gamma_1 \bar{R}/K^2$$

$$e = (1-c) + (\varphi_\varepsilon \omega \bar{R}/\varphi^2) [1 - F(\varepsilon)] u/N$$

$$f = -(\varphi_\varepsilon \omega \bar{R}/\varphi^2)/N$$

das System

$$(19 \text{ c}) \quad \dot{y} = aay + abm + agk \quad \text{mit } y = Y - Y^*, \quad \dot{y} = \frac{d}{dt}(Y - Y^*)$$

$$(7'' \text{ c}) \quad \dot{m} = Dey + Dfm$$

$$(9'' \text{ c}) \quad \dot{k} = ey + fm$$

mit  $a, f, g < 0$  und  $b, e > 0$ . Die charakteristische Gleichung des Systems ist

$$\det \begin{pmatrix} aa - \lambda & ab & ag \\ De & df - \lambda & 0 \\ .e & f & -\lambda \end{pmatrix}$$

$$= \lambda^3 - (aa + Df)\lambda^2 + (aDf - age - abDe)\lambda = 0.$$

Das System (19 c), (7'' c), (9'' c) ist stabil, wenn die Wurzeln des Polynoms  $a_0\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3 = 0$  alle negative Realteile haben. Dies ist z.B. der Fall, wenn  $a_1 > 0$ ,  $a_2 > 0$ ,  $a_3 > 0$ ,  $a_1a_2 - a_0a_3 > 0$  (Routh-Hurwitz). Im vorliegenden Fall ist  $a_0 = 1$ ,  $a_1 > 0$ ,  $a_2 \geq 0$ ,  $a_3 = 0$ , wobei  $a_3$  die Determinante der Jacobi-Matrix ist.

Daher ist zunächst

$$a_2 = a[D(af - be) - ge]$$

zu untersuchen. Es ist

$$af - be = -(1-c)Q\gamma_2\varphi_\varepsilon/N < 0 \quad \text{und} \quad -ge > 0.$$



Ob der zweite Term in  $a_2$  den ersten überkompensiert oder nicht, ist aus den Hypothesen des Modells formal nicht zu entscheiden. Das ungleichgewichtige dynamische System (19c), (7''c), (9''c) kann also ebenso wie das zugehörige gleichgewichtige System im oben erläuterten *Blinder/Solowschen* Sinne instabil sein. Es läßt sich jedoch zeigen, daß entweder beide stabil oder beide instabil sind.  $a_2$  läßt sich umformen zu

$$(22) \quad a_2 = \alpha \frac{-(1-c) D Q \gamma_2 \varphi_\epsilon + (Q \gamma_1 \bar{R}/K^2) [(1-c) N + \omega (1-F) u \varphi_\epsilon \bar{R}/\varphi^2]}{N},$$

während (18a) geschrieben werden kann

$$(23) \quad \text{tr}(A) = \frac{(1-c) D Q \gamma_2 \varphi_\epsilon - (Q \gamma_1 \bar{R}/K^2) [(1-c) N + \omega (1-F) u \varphi_\epsilon \bar{R}/\varphi^2]}{(1-c) N + u (1-F) (Q \gamma_2 \varphi_\epsilon + \omega \varphi_\epsilon \bar{R}/\varphi^2)}.$$

Da der Nenner von  $a_2$  ebenso wie der von  $\text{tr}(A)$  positiv ist, gilt für  $\alpha > 0$

- ist  $a_2 > 0$ , dann ist  $\text{tr}(A) < 0$ ; beide Systeme sind stabil;
- ist  $a_2 < 0$ , dann ist  $\text{tr}(A) > 0$ ; beide Systeme sind instabil.

Für  $\dot{Y} = \dot{M} = \dot{K} = 0$  folgt aus (19c)

$$(19d) \quad dY = -\frac{b}{a} dM - \frac{g}{a} dK.$$

Dies eingesetzt in (9''c) ergibt

$$(24) \quad \frac{dK}{dM} = \frac{ge}{af - be} > 0.$$

Die Gleichgewichtswerte des Systems liegen wie vorher auf einer steigenden Kurve im  $M/K$ -Koordinatensystem. Die Tatsache, daß auch das ungleichgewichtige dynamische System indeterminiert ist, bedeutet, daß bei der linearen Approximation ein Punkt  $(M^*, K^*)$  auf dieser Kurve willkürlich gewählt werden muß. Daß die Stabilitätsbedingung  $a_3 > 0$  nicht erfüllt ist, bedingt, daß auch für  $a_2 > 0$  nicht dieser Punkt, sondern ein anderer  $(\bar{M}, \bar{K})$  erreicht werden kann. Ist dieser erreicht, verbleibt das System jedoch bei diesen konstanten Werten.

## II.

Der Zustand einer Wirtschaft, in dem nicht investiert wird und ein positives Volkseinkommen nur deshalb existiert, weil das Volksvermögen zu autonomem Konsum veranlaßt, erscheint unrealistisch. Zu diesem Ergebnis führt die verbale Untersuchung des gleichgewichtigen Zeitpfades (moving equilibrium) in *Scheele* (1984). Wenn es vermieden werden soll, kann das nur in einer evolutorischen Wirtschaft geschehen, da ein Zustand mit positiven konstanten Investitionen im System (1) bis (14) auf die Dauer nicht möglich ist. Das langfristige Gleichgewicht muß ein Wachstumsgleichgewicht sein. Da die Erhöhung von  $K$  dessen Grenzproduktivität  $\varrho$  vermindert, was zu einem Sinken der Investitionen und damit der Wachstumsrate des Kapitalstocks führen würde, muß es Kräfte geben, diese Tendenz zu kompensieren. Die Wirtschaft muß auch wachsen, um – quasi im *Domarschen* Sinne – die steigende Geldmenge zu absorbieren, die andernfalls zu einem ständigen Sinken der Ertragsrate der Geldanlage führen würde. Da die im Modell des vorigen Abschnitts beschriebene Wirtschaft zum dauerhaften Wachstum nicht fähig ist, muß das Modell modifiziert werden. Es muß ein Wachstumsmotor eingebaut werden. Außerdem ist zusätzlich zu den Bedingungen des Gleichgewichts auf dem Gütermarkt und dem Geldmarkt eine dynamische Gleichgewichtsbedingung erforderlich, die sicherstellt, daß die Wachstumsrate weder ständig sinkt noch ständig steigt, denn das erstere würde zu dem alten Ergebnis zurückführen, das letztere ist technisch nicht vorstellbar.

Die Modifikationen des Modells bestehen in Folgendem: Es wird angenommen, daß ein stetiger technischer Fortschritt existiert, der *ceteris paribus* die Grenzproduktivität des Kapitals erhöht. Da das Modell aus Gründen der Vereinfachung keine Produktionsfunktion enthalten soll, wird der technische Fortschritt eingeführt, indem in (10)  $\bar{R}$  ersetzt wird durch  $\bar{R}_0 e^{\pi t}$ .

Im Wachstumsgleichgewicht kann von allen Unsicherheiten und sonstigen Faktoren abgesehen werden, die kurzfristig in der Differenz zwischen  $\varrho$  und  $\varphi$  zum Ausdruck kommen. Dann kann von der Hypothese Gebrauch gemacht werden – die gewöhnlich der Investitionsfunktion des Standard-*IS/LM*-Modells zugrundeliegt –, daß das marktwirtschaftliche Gewinnstreben dazu führt, daß alle Investitionsmöglichkeiten realisiert werden, die einen internen Zins (hier gleich der Grenzproduktivität) haben, der größer als der oder gleich dem Marktzins (hier  $\varphi$ ) ist. Demzufolge stimmen  $\varrho$  und  $\varphi$  stets überein. Damit ist der Kapitalgüterpreis gleich den „Reproduktionskosten“, hier also gleich Eins. Im Modellzusam-

menhang ist nur noch  $q$  relevant; insbesondere sind die Investitionen, soweit sie aus dem Vergleich von Ertragsrate und Finanzierungskosten resultieren, nur noch eine Funktion von  $q$ , da gemäß obiger Argumentation die Investitionen stets soweit getrieben werden, bis  $\varphi = q$  ist. Die Gleichung (11) kann aus dem Modell<sup>8</sup> und  $q$ , da es gleich Eins ist, aus Gleichung (8) eliminiert werden.

Da der technische Fortschritt im vorliegenden Modell keine Faktorsubstitution veranlaßt, ist in der *Keynesschen* Tradition das Motiv der Investition das Bestreben der konkurrierenden Unternehmen, die Produktion der Nachfrage anzupassen. Die Investitionen sind also über einen Akzelerator nachfrageinduziert. Sie werden aber modifiziert durch Ertragsgesichtspunkte. Was als Verhalten des einzelnen Investors widersinnig erscheint, nämlich, bei einer steigenden Ertragsrate die Investitionen über das zur Deckung der wachsenden Nachfrage erforderliche Niveau hinaus zu erhöhen und damit dazu beizutragen, daß die Ertragsrate wieder sinkt und unter Umständen ein Überangebot entsteht, ist als Ergebnis der Konkurrenz vieler voneinander unabhängig planender Unternehmen durchaus realistisch. Die Investitionsfunktion lautet jetzt

$$(W2) \quad I = v \dot{Y} \gamma q .$$

Sie ist aus (2) einmal dadurch entstanden, daß  $\varphi$  durch  $q$  ersetzt und  $\gamma = \gamma_1 - \gamma_2$  mit  $\gamma_1 > \gamma_2$  definiert wurde. Weiter wird  $Q = v \dot{Y}$  gesetzt. Die Hypothese der von Nachfrageänderungen induzierten, durch die Ertragsrate (und die Finanzierungskosten) modifizierten Investitionen wirft die Frage auf, ob nicht die Nachfrageabhängigkeit der Investitionen bei den Stabilitätsanalysen in Abschnitt II zu berücksichtigen gewesen wäre. Schließlich wird dort ein Anpassungsprozeß untersucht, in dessen Verlauf sich das Volkseinkommen erheblich ändert, ohne daß dem – etwa durch eine Einkommensabhängigkeit von  $q$  – in der Investitionsfunktion Rechnung getragen würde. Auf die Einführung des Akzelerators ist in Abschnitt II einmal deshalb verzichtet worden, um die Vergleichbarkeit der Stabilitätsanalysen mit denen in *Blinder-Solow*-Modellen zu wahren; zum anderen, um gerade die Notwendigkeit der Einführung von durch Nachfrageänderungen induzierten Investitionen in ein keynesianisches Modell des gleich-

---

<sup>8</sup> Da Relation (12) dann  $\varphi$  nur noch als Appendix bestimmt, da es in keiner anderen Relation mehr vorkommt, könnte sie eigentlich ebenfalls eliminiert werden, wenn nicht Wachstumsungleichgewichte untersucht werden sollen (wozu die obige Annahme des Fehlens von Unsicherheiten etc. mit der Konsequenz  $q = \varphi$  allerdings wohl wieder aufgehoben werden müßte).

gewichtigen Wachstums hervortreten zu lassen. Allein die Einführung des technischen Fortschritts zur Kompensation der Abnahme der Grenzproduktivität  $q$  infolge der Kapitalakkumulation würde nicht ausreichen, um das System zu einem Wachstumsmodell zu machen.

Als Bedingung für gleichgewichtiges Wachstum wird (W13)  $\dot{K} = 0$  eingeführt. Damit lautet das Wachstumsmodell

$$\begin{aligned}
 \text{(W1)} \quad & I = (1 - c) Y - \omega W \\
 \text{(W2)} \quad & I = v \dot{Y} \gamma q \\
 \text{(W3)} \quad & I = \kappa \dot{E} + \dot{D} \\
 \text{(W4)} \quad & \dot{M} = \dot{D} \\
 \text{(W5)} \quad & M = u Y + F(\varepsilon) (W - u Y) \\
 \text{(W6)} \quad & W = M + \kappa E \\
 \text{(W7)} \quad & \dot{D} = D(\varepsilon, z) I \\
 \text{(W8)} \quad & K = \kappa E + M \\
 \text{(W9)} \quad & \dot{K} = I \\
 \text{(W10)} \quad & q = \bar{R}_0 e^{\pi t} / K \\
 \text{(W12)} \quad & \varphi = \varepsilon [1 - D(\varepsilon, z)] + z D(\varepsilon, z) \\
 \text{(W13)} \quad & \dot{K} \stackrel{!}{=} 0 \\
 \text{(W14)} \quad & \varepsilon = \delta / \kappa .
 \end{aligned}$$

Zu untersuchen ist, ob bzw. unter welchen Bedingungen die Modellwirtschaft zu gleichgewichtigem Wachstum im Sinne der Kapitalakkumulation mit konstanter Rate fähig ist. Die totale Differentiation von (W1) ergibt

$$\begin{aligned}
 \dot{I} &= (1 - c) \dot{Y} - \omega \dot{W} \quad \text{oder} \\
 \dot{I} &= (1 - c) Y \dot{Y} - \omega W \dot{W} ,
 \end{aligned}$$

was nach Division durch  $I$  mit (W1) geschrieben werden kann

$$\text{(W1a)} \quad \hat{I} = \frac{(1 - c) Y}{(1 - c) Y - \omega W} \dot{Y} - \frac{\omega W}{(1 - c) Y - \omega W} \dot{W} .$$

Aus (W9) folgt

$$\dot{K} = \dot{K} (\hat{I} - \hat{K})$$



und daraus mit der Gleichgewichtsbedingung (W13)

$$(W9a) \quad \dot{I} = \dot{K}.$$

Die Gleichungen (W6) und (W8) implizieren

$$(W6a) \quad \dot{W} = \dot{K}.$$

Wenn dies und (W9a) in (W1a) eingesetzt werden, ergibt sich

$$(W1b) \quad \dot{Y} = \dot{K}.$$

Gleichung (W2) kann mit (W10) geschrieben werden

$$\dot{K} = v\gamma \frac{\bar{R}_0 e^{\pi t}}{K} \dot{Y} \frac{Y}{K},$$

was nach totaler Differentiation ergibt

$$\dot{K} = v\gamma \varrho \left[ \dot{Y} \frac{Y}{K} + \dot{Y} \frac{Y}{K} (\dot{Y} - \dot{K}) \right] + \dot{Y} \frac{Y}{K} v\gamma \varrho (\pi - \dot{K}).$$

Im Gleichgewicht soll  $\dot{K} = 0$  sein. Mit (W1b) impliziert dies  $\dot{Y} = 0$ . Damit und mit (W1b) folgt

$$0 = \dot{Y} \frac{Y}{K} v\gamma \varrho (\pi - \dot{K}).$$

Die dynamische Gleichgewichtsbedingung ist also erfüllt für

$$(W2a) \quad \dot{K} = \pi.$$

Gemäß (W6a) und (W1b) ist also im Gleichgewicht

$$\dot{K} = \dot{Y} = \dot{W} = \pi.$$

Im Gleichgewicht sollte der (modifizierte) Akzelerator  $v\gamma\varrho$  gleich dem Kapitalkoeffizienten sein. Gleichung (W9) kann mit (W2a) geschrieben werden

$$K = I/\pi.$$



Einsetzen von (W2) ergibt mit  $\dot{Y} = \pi Y$

$$(W9b) \quad \frac{K}{Y} = v\gamma\varrho.$$

Bei der Konstanz der Wachstumsrate des Einkommens können die Investitionen nur dann mit konstanter Rate wachsen, wenn  $\varrho$  konstant ist. Totale Differentiation von (W10) ergibt

$$\dot{\varrho} = \varrho (\pi - \dot{K}).$$

Im Gleichgewicht ist also

$$(W10a) \quad \dot{\varrho} = 0.$$

Der Gleichgewichtswert der Grenzproduktivität des Kapitals läßt sich folgendermaßen bestimmen. Aus (W1) folgt mit  $W = K$  und (W2a)

$$(W1c) \quad \frac{Y}{W} = \frac{1}{1-c} (\pi + \omega).$$

Gleichung (W1) läßt sich auch schreiben

$$\frac{I}{Y} = (1-c) - \omega W/Y,$$

was mit (W1c) ergibt

$$(W1d) \quad \frac{I}{Y} = (1-c) \frac{\pi}{\pi + \omega}.$$

Die Investitionsfunktion kann mit  $\dot{Y} = \pi$  geschrieben werden

$$(W2b) \quad \frac{I}{Y} = v\gamma\varrho\pi.$$

Aus (W1d) und (W2b) folgt der Gleichgewichtswert

$$(W10b) \quad \varrho^* = \frac{1-c}{v\gamma(\pi + \omega)}.$$

Auch der Aktienpreis sollte im Gleichgewicht konstant sein. (W6) ergibt nach totaler Differentiation mit (W4) und (W3)

$$\dot{W} = \dot{\kappa} E + I$$

oder, mit  $W = K$

$$\dot{W} = \dot{\kappa} \frac{E}{W} + \dot{K}.$$

Da  $\dot{W} = \dot{K}$  ist, kann die Gleichung

$$0 = \dot{\kappa} \frac{E}{W}$$

nur erfüllt sein für

$$(W6b) \quad \dot{\kappa} = 0.$$

Auf dem Gleichgewichts-Wachstumspfad ändert sich auch die Ertragsrate der Aktien nicht. Die Ableitung von (W12) nach der Zeit ergibt

$$\dot{\varphi} = [1 - D(\varepsilon, z) - (\varepsilon - z) D'_\varepsilon] \dot{\varepsilon} = \frac{d\varphi}{d\varepsilon} \dot{\varepsilon}.$$

Da  $\varphi = \varrho$  und im Wachstumsgleichgewicht  $\dot{\varrho} = 0$  ist, muß gelten

$$0 = \frac{d\varphi}{d\varepsilon} \dot{\varepsilon}.$$

Da  $\frac{d\varphi}{d\varepsilon}$  im relevanten Bereich positiv ist, muß  $\dot{\varepsilon} = 0$  sein.

Aus der Konstanz des Aktienkurses, der Aktienrendite und der Wachstumsrate des Vermögens ist bereits zu vermuten, daß sowohl die Geldmenge als auch der Aktienbestand im Gleichgewicht mit der Rate  $\pi$  wachsen. Dieses Ergebnis ist im Folgenden mit den Relationen des Modells nachzuweisen. Die Relationen (W4) und (W7) ergeben mit (W2) und (W5) nach Umformung unter Beachtung von  $W = K$  und (W9b)

$$(W5a) \quad \dot{M} = \frac{D(\varepsilon, z) v \gamma \varrho}{u [1 - F(\varepsilon)] + F(\varepsilon) v \gamma \varrho} \dot{Y}.$$

Aus (W3) und (W7) folgt

$$\begin{aligned} \dot{E} &= \frac{[1 - D(\varepsilon, z)] I}{\kappa}, \quad \text{aus (W8)} \\ E &= \frac{K - M}{\kappa}. \end{aligned}$$

Division der beiden letzten Gleichungen ergibt nach Einsetzen aus (W5) und Division durch  $Y$  mit  $W = K$

$$\hat{E} = \frac{[1 - D(\varepsilon, z)] I / Y}{K / Y - u [1 - F(\varepsilon)] - F(\varepsilon) K / Y}.$$

Einsetzen von (W9b) und (W2b) liefert nach Umformung

$$(W3a) \quad \hat{E} = \frac{[1 - D(\varepsilon, z)] v \gamma \varrho}{[1 - F(\varepsilon)] v \gamma \varrho - u [1 - F(\varepsilon)]} \hat{Y}.$$

Totale Differentiation von (W6) unter Beachtung von (W6b) ergibt

$$\hat{W} = \frac{\dot{M} + \kappa \hat{E}}{M + \kappa E}.$$

Dies kann umgeformt werden zu

$$(W6c) \quad \hat{W} = \frac{M}{W} (\hat{M} - \hat{E}) + \hat{E}.$$

Dies ist konsistent mit  $\hat{W} = \hat{K} = \pi$ , wenn  $\hat{M} = \hat{E} = \pi$  ist. Um das zu gewährleisten, muß einerseits nach (W5a) gelten

$$(W5b) \quad \frac{D(\varepsilon, z) v \gamma \varrho}{u [1 - F(\varepsilon)] + F(\varepsilon) v \gamma \varrho} = 1,$$

andererseits nach (W3a)

$$(W3b) \quad \frac{[1 - D(\varepsilon, z)] v \gamma \varrho}{[1 - F(\varepsilon)] v \gamma \varrho - u [1 - F(\varepsilon)]} = 1$$

oder (W5b) = (W3b). Die Gleichsetzung ergibt

$$\frac{D(\varepsilon, z) - F(\varepsilon)}{u [1 - F(\varepsilon)]} = \frac{1}{v \gamma \varrho} = \frac{Y}{K}.$$

Wenn der Gleichgewichtswert für  $\varrho$  eingesetzt wird, lautet obige Gleichung

$$\frac{D(\varepsilon, z) - F(\varepsilon)}{u [1 - F(\varepsilon)]} = \frac{\pi + \omega}{1 - c} = \frac{Y}{W}.$$

Da  $W = K$ , stimmen beide Ausdrücke überein. Bei der linken Seite der beiden Bedingungen handelt es sich um die Bestimmung des Gleichgewichtswertes von  $\varepsilon$ .

Das um die Finanzierungsrestriktion und Finanzierungsrelation für die Investitionen, die Bilanzrestriktion der Unternehmen und um Vermögens-effekte erweiterte *IS/LM*-Modell ist also zu einem Wachstumsgleichgewicht fähig, in dem Preise und Ertragsraten konstant sind und Strom- und Bestandsgrößen mit einer konstanten Rate wachsen. Zwischen stationärem und Wachstumsgleichgewicht existiert keine dauerhafte Ruhelage des Systems.

Bei der Ableitung der gleichgewichtigen Wachstumsrate wurde die Gleichgewichtsbedingung für den Geldmarkt nicht benutzt, ebensowenig die Finanzierungsrestriktion und die Finanzierungsrelation. Bei Konstanz der Wachstumsrate der Investitionen in Höhe von  $\pi$  wachsen auch das Vermögen und damit das Volkseinkommen mit derselben Rate. Bei Konstanz von  $\varrho$  sind auch die Finanzierungskosten  $\varphi$  und die Aktienrendite  $\varepsilon$  konstant. Weder der Kreditfinanzierungsanteil der Investitionen noch der Geldanteil am Vermögen ändert sich. Bei dem für diesen Zustand erforderlichen Wachstum der Investitionen mit der Rate  $\pi$  wachsen also sowohl die Geldmenge als auch die Geldnachfrage mit derselben Rate, ist also Gleichgewicht auf dem Geldmarkt gesichert.

Das Wachstumsgleichgewicht ist stabil:

Aus (W2) folgt mit  $\dot{q} = \varrho (\pi - \dot{K})$

$$\dot{K} = v\gamma\varrho \frac{1}{K} [\dot{Y}(\pi - \dot{K}) + \ddot{Y} - \dot{Y}\dot{K}].$$

Aus (W1) und (W2) folgt nach totaler Differentiation und Gleichsetzen,

$$\ddot{Y} + \dot{Y}(\pi - \dot{K}) = \frac{1}{v\gamma\varrho} [(1-c) \dot{Y} - \omega \dot{K}].$$

Wenn dies oben eingesetzt und für  $\dot{Y}$  aus (W2) substituiert wird, ergibt sich

$$(W2c) \quad \frac{\dot{K}}{K} = \frac{1-c}{v\gamma\varrho} - \omega - \dot{K}.$$

Wegen  $W = K$  können (W9b) und (W1c) gleichgesetzt werden. Es folgt

$$\frac{1-c}{v\gamma\varrho} - \omega = \pi = \dot{K}^*.$$

Gleichung (W2c) kann also geschrieben werden

$$(W2d) \quad \frac{\dot{\hat{K}}}{\hat{K}} = \hat{K}^* - \hat{K}.$$

Ist also die laufende Wachstumsrate des Kapitalstocks kleiner als die gleichgewichtige, so beschleunigt sich das Wachstum des Kapitalstocks; ist die laufende Wachstumsrate größer als die gleichgewichtige, so sinkt die Wachstumsrate des Kapitalstocks. Das gleiche gilt wegen  $\hat{Y} = \hat{K}$  auch für die Wachstumsrate des Einkommens.

## Literatur

*Bolle, M.* (1973): Geld, Wachstum und Beschäftigung, Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, Bd. 129, 1 - 22. – *Christ, C.* (1978): Some Dynamic Theory of Macroeconomic Policy Effects on Income and Prices under the Government Budget Restraint, Journal of Monetary Economics, Vol. 4, 45. – *Ihori, T.* (1982): The Dynamics of Open Market Operations and the Assignment Problem, Journal of Macroeconomics, Vol. 4, 179 - 194. – *Infante, E.* and *Stein, J.* (1980): Money-Financed Fiscal Policy in a Growing Economy, Journal of Political Economy, Vol. 88, 259. – *Ip, P.* (1977): Fiscal Policy and Stability in a Dynamic Macroeconomic Model with a Government Budget Constraint, Public Finance, Vol. 32, 29 - 36. – *Niehans, J.* (1977): A Comment on Stabilization Paradoxes, in: *Albach, H.* et al. (Hrsg.), Quantitative Wirtschaftsforschung, Tübingen (Mohr), 513. – *Scheele, E.* (1984): Perioden-Gleichgewicht und zeitliche Entwicklung in einem IS/LM-Modell mit Finanzierungsrestriktion der Investitionen und Bilanzrestriktion der Unternehmen, Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften. Bd. 104, 339. – *Smith, G.* (1979): The Long-Run Consequences of Monetary and Fiscal Policies when the Government Budget is not Balanced, Journal of Public Economics, Vol. 11, 59. – *Smith, G.* (1982 I): Flexible Policies and IS-LM Dynamics, Journal of Macroeconomics, Vol. 4, 155. – *Smith, G.* (1982 II): Monetarism, Bondism, and Inflation, Journal of Money, Credit, and Banking, Vol. 14, 278 - 286. – *Tobin, J.* (1981): Money and Finance in the Macroeconomic Process, Journal of Money, Credit, and Banking, Vol. 14, 171 - 203. – *Turnovsky, St.* (1976): The Dynamics of Fiscal Policy in an Open Economy, Journal of International Economics, Vol. 6, 115 - 142. – *Turnovsky, St.* (1978): Macroeconomic Dynamics and Growth in a Monetary Economy: A Synthesis, Journal of Money, Credit, and Banking, Vol. 10, 1.

## Zusammenfassung

### Langfristige Stabilität und Wachstum in einem IS/LM-Modell mit Finanzierungsfunktion der Investitionen und Bilanzrestriktion der Unternehmen

Das vorliegende Modell beschreibt für eine geschlossene Volkswirtschaft ohne Staat die stock-flow-Dynamik, welche sich aus der Investitionsfinanzierung über Kredit und Aktienemission ergibt. Untersucht wird die Entwicklung von Sozialprodukt und Aktienrendite in aufeinander folgenden Periodengleichgewichten. Dabei



wird einmal der *Christ*sche Begriff des langfristigen Gleichgewichts als stationärer Zustand mit Bestandsänderungen von Null zugrundegelegt und dessen Stabilität analysiert. Die Entwicklung des Systems mündet in diesen stationären Zustand, sofern die stabilisierende Wirkung des durch die Investitionen bewirkten Kapitalstockzuwachses die destabilisierende Wirkung des ebenfalls durch die Investitionen induzierten Geldmengenwachstums überkompensiert. Hieran ändert sich auch nichts, wenn zusätzlich Ungleichgewichte auf dem Gütermarkt zugelassen werden.

Der stationäre Zustand ist allerdings nur infolge des Vermögenseffektes in der Konsumfunktion mit einem positiven Sozialprodukt verbunden. Dies erscheint problematisch. Daher wird zum anderen das langfristige Gleichgewicht als evolutisch definiert. Durch Einführung eines die Grenzproduktivität des Kapitals erhöhenden technischen Fortschritts und des Akzelerators wird das ursprüngliche Modell zu einem Wachstumsmodell erweitert. Die Gleichgewichtsbedingung der neoklassischen Wachstumstheorie ( $\dot{K} = \text{konstant}$ ) impliziert, daß alle Strom- und Bestandsgrößen mit der konstanten Rate des technischen Fortschritts wachsen; die Aktienrendite und die Finanzierungskosten ändern sich im Wachstumsprozeß nicht. Die „Geldseite“ der Wirtschaft spielt im Gegensatz zur Bestimmung des Periodengleichgewichts für das – wie gezeigt wird – stabile Wachstumsgleichgewicht keine Rolle.

## Summary

### **Long-term Stability and Growth in an IS/LM Model with Financing Function of the Investments and Balance-Sheet Restriction of Firms**

This model describes for a closed economy, excluding the public sector, the stock-flow dynamics resulting from investment financing via credit and the issue of shares. The development of the national product and yields on shares in successive periodic equilibria is examined. *Christ*'s concept of long-term equilibrium as a stationary state with stock changes from zero is taken as a basis and its stability is analysed. The development of the system terminates in this stationary state where the stabilizing effect of capital stock growth due to investments overcompensates for the destabilizing effects of money supply growth likewise induced by investments. And nothing is changed even when additional disequilibria are permitted on the goods market.

The stationary state, however, is associated with a positive national product only in consequence of the asset-forming effect in the consumption function. This appears to be problematical. Long-term equilibrium is therefore defined on the other hand as evolutionary. By the introduction of technical progress that increase the marginal productivity of capital and the accelerator, the original model is expanded to a growth model. The equilibrium condition of neoclassical growth theory ( $K = \text{constant}$ ) implies that all flow and stock magnitudes grow at the constant rate of technical progress; the yields on shares and the financing costs do not change in the growth process. The “monetary side” of the economy does not play a role for the – demonstrated – stable growth equilibrium, in contrast to the determination of the period equilibrium.

## Résumée

### **Stabilité et croissance à long terme dans un modèle IS/LM avec fonction de financement des investissements et restriction du bilan des entreprises**

Le présent modèle décrit, pour une économie fermée sans Etat, le dynamisme stock-flow qui résulte du financement des investissements par crédit et par émission d'actions. L'auteur analyse l'évolution du produit national et du rendement des actions dans des équilibres successifs de périodes. Il prend pour base, d'une part, la notion de l'équilibre à long terme de *Christ* comme état stationnaire avec des changements de stocks nuls et analyse la stabilité de celui-ci. L'évolution du système débouche dans cet état stationnaire si l'effet stabilisateur de la croissance des stocks de capital produite par les investissements surcompense l'effet déstabilisateur de la croissance de la quantité monétaire induite également par les investissements. La situation ne change en rien si, en plus, des déséquilibres sur le marché des biens sont admis.

L'état stationnaire n'est cependant lié avec un produit national positif qu'à la suite de l'effet de capital dans la fonction de consommation. Cela paraît problématique. C'est pourquoi, l'auteur définit, d'autre part, l'équilibre à long terme comme évolutif. Le modèle initial est élargi en un modèle de croissance en y introduisant un progrès technique qui augmente la productivité marginal du capital et l'accélérateur. La condition d'équilibre de la théorie de croissance néo-classique ( $\dot{K} = \text{constant}$ ) implique que toutes les grandeurs fixes et variables augmentant avec le taux constant du progrès technique. Le rendement des actions et les coûts de financement ne se modifient pas dans le processus de croissance. Le « côté monétaire » de l'économie ne joue aucun rôle, contrairement à la détermination de l'équilibre de périodes, pour l'équilibre de croissance stable, comme il l'est montré.