Zur Bewertung von Optionen und Optionsscheinen (Warrants)

Von Jochen Wilhelm, Bonn

I. Einführung

Als Wertpapiere, die mit anderen Wertpapieren in Zusammenhang stehende Rechte verbriefen, stellen Optionen (im Optionsgeschäft der Wertpapierbörsen) und Optionsscheine — Warrants — Mittel der Variation des Ertrags- und Risikogehaltes der zugrunde liegenden Wertpapiere dar[1]. Interessiert man sich für die theoretische Analyse der Kursbildung von Optionen und Warrants, ergeben sich somit zwei ins Auge zu fassende Aspekte: der Zusammenhang zwischen dem Kurs der Option bzw. des Warrant und dem des zugrunde liegenden Wertpapiers und zum anderen die Möglichkeit der Anleger, durch Wahrnehmung der mit Optionen und Warrants verbundenen Rechte stärker diversifizierte Portefeuilles zu bilden. Die Literatur zur Bewertung von Optionen ist überwiegend dem ersten Aspekt nachgegangen, indem sie bei extern vorgegebenem unsicheren Kursverlauf des zugrunde liegenden Wertpapiers einen funktionalen Zusammenhang zwischen Wertpapierkurs und Optionspreis herzustellen versucht hat. Der bahnbrechende Beitrag von *Black* und *Scholes* hat eine Fülle von Veröffentlichungen ausgelöst, die das Problem in dieser Richtung verfolgen[2]. Der zweite Aspekt, der eine Bestimmung beider Preise, des Wertpapierkurses und des Optionspreises, uno actu erforderlich macht, scheint indes von der Literatur nicht, zumindest nicht explizit, beachtet worden zu sein[3, 4].

---

[1] Wandelanleihen und Optionsanleihen sind weitere Beispiele solcher Variationsinstrumente.

[2] *Black*, F. und *Scholes*, M., The pricing of options and corporate liabilities, in: Journal of Political Economy 81 (1973), pp. 637 - 659. Erst 1976 hat „Journal of Financial Economics" ein ganzes Heft diesem Problemkreis gewidmet: Journal of Financial Economics 3 (1976), Nr. 1 und 2; siehe dort insbesondere den Beitrag von C. W. *Smith:* Option pricing — a review, a.a.O., pp. 3 - 51.

[3] Die Behandlung der Warrants in der Arbeit von L. *Smith* (Corporate financial theory under uncertainty, in: Quarterly Journal of Economics 84 (1970), pp. 451 - 471) dringt nicht zu einer Analyse der Preisbildung vor.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.11.4.497 | Generated on 2025-07-26 14:56:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

In der vorliegenden Untersuchung soll diesem Gesichtspunkt nachgegangen werden. Das zur Behandlung der Preisbildung an vollkommenen Wertpapiermärkten entwickelte Kapitalmarktmodell von *Sharpe, Lintner* und *Mossin* scheint auf den ersten Blick prädestiniert, die Diversifikationswirkung von Optionen und Warrants zu erklären. Wie gezeigt werden wird, ist diese Ansicht nur eingeschränkt zutreffend. Wir werden zunächst das Versagen des Modells in seiner klassischen Form begründen und dann aus einer von *Black* vorgeschlagenen Variante des Modells[5] Aussagen über die Preisbildung von Optionen und Warrants ableiten und sie mit den Resultaten vergleichen, die bei der Untersuchung des zuerst geschilderten Aspekts in der Literatur erzielt wurden.

II. Kurzfassung des Kapitalmarktmodells von *Sharpe, Lintner* und *Mossin* und seine Implikationen für die Bewertung von Optionen

Um die Darstellung zu entlasten, verzichten wir hier darauf, einen Katalog von Prämissen aufzuführen, deren Gültigkeit das Folgende voraussetzt; wir wollen annehmen, daß Prämissen gelten, die allen nachfolgenden Überlegungen Sinn geben und sie erlaubt machen[6].

Wir unterstellen einen Markt mit n verschiedenen Wertpapieren, von denen X_i Stück vom Wertpapier i am Markt umlaufen ($i = 1, \ldots, n$). K_i ist der unsichere Kurs des Wertpapiers i am Ende der Periode, P_i der Kurs (Preis) am Anfang der Periode und r der Zins für sichere Anlagen. Alle Anleger bilden ihre Portefeuilles durch Lösung eines Vektormaximumproblems mit den beiden Zielen „Maximiere den Erwartungswert" und „Maximiere die negative Varianz" des Portefeuillevermögens am Periodenende. Ist der Anleger zu Beginn der Periode vor der Umschichtung seines Portefeuilles mit x_i^0 Stück vom Wertpapier i und nach der Umschichtung mit x_i ausgestattet, ist sein Bestand an Zahlungsmitteln

---

[4] Die Behandlung von Bezugsrechten im Zusammenhang mit Kapitalerhöhungen zum Zwecke der Investitionsfinanzierung im Rahmen des ‚capital asset pricing model' zielt nicht auf das Problem der Preisbildung bei Optionen oder Warrants; vgl. *Laux*, H., Nutzenmaximierung und finanzwirtschaftliche Unterziele, in: H. *Hax* und H. *Laux* (Hrsg.), Die Finanzierung der Unternehmung, Köln 1975, pp. 65 - 84.

[5] *Black*, F., Capital market equilibrium with restricted borrowing, in: Journal of Business 44 (1972), pp. 444 - 455.

[6] Zur Darstellung und Kritik der Prämissen des Kapitalmarktmodells verweisen wir etwa auf *Standop*, D., Optimale Unternehmensfinanzierung, Berlin 1975 und *Rudolph*, B., Zum Beweis der Theoreme von *Modigliani* und *Miller* im Rahmen des Kapitalmarktmodells, Mitteilungen aus dem Bankseminar der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Nr. 17, Bonn 1976.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.11.4.497 | Generated on 2025-07-26 14:56:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

vor der Umschichtung z_0 und nach der Umschichtung z, so ergibt sich in vektorieller Schreibweise die Budgetgleichung

$$Px - Px^0 + z - z_0 = 0 \tag{1}$$

und das unsichere Endvermögen

$$I = Kx + z(1 + r) = (K - P(1 + r))\,x + (z_0 + Px^0)(1 + r)\ . \tag{2}$$

Die beiden Ziele des Vektormaximumproblems sind dann:

$$\begin{aligned} Z_1 &= E(I) = (E(K) - P(1 + r))\,x + (z_0 + Px^0)(1 + r) \\ Z_2 &= -\operatorname{Var}(I) = -x^T Mx \end{aligned} \tag{3}$$

Dabei bezeichnet x^T den transponierten Vektor x und M die Kovarianzmatrix des Vektors K: $m_{ij} = \operatorname{Cov}(K_i, K_j)$ $(i, j = 1, \ldots, n)$. Die möglichen Lösungen des Vektormaximumproblems sind nun durch

$$\lambda\,(E(K) - P(1 + r)) - Mx = 0 \tag{4}$$

mit nichtnegativem Parameter λ charakterisiert. Die Aggregation über alle Anleger und die Markträumung im Gleichgewicht ergeben:

$$\lambda_M\,(E(K) - P(1 + r)) - MX = 0 \tag{5}$$

oder

$$P = \frac{1}{1 + r}\,\{E(K) - \lambda_M^{-1}\,MX\}\ , \tag{6}$$

wobei λ_M die Summe der individuellen Parameter λ ist. Gleichung (6) stellt die allgemeine Formel zur Marktbewertung von beliebigen Portefeuilles dar: Der Marktwert eines Portefeuilles x ist gleich dem Barwert des um die bewertete Kovarianz mit dem Marktportefeuille korrigierten Erwartungswertes des Portefeuilles x; dabei ist das Marktportefeuille die Zusammenfassung aller am Markt umlaufenden Aktien.

Setzt man nun (6) in (4) ein, so ergibt sich für das individuelle Portefeuille im Marktgleichgewicht nach der Umschichtung:

$$M\,(\lambda\lambda_M^{-1}\,X - x) = 0\ . \tag{7}$$

Unterstellt man, daß die Wertpapierkurse am Periodenende nach Wahrscheinlichkeit linear unabhängig sind, so folgt aus (7), daß x zu X proportional ist: Jeder Anleger realisiert im Marktgleichgewicht ein verkleinertes Abbild des Marktportefeuilles.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.11.4.497 | Generated on 2025-07-26 14:56:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

$$x = {}^{\lambda}/_{\lambda_M} X \tag{8}$$

Dieses Ergebnis zeigt unmittelbar die Unfähigkeit des klassischen Kapitalmarktmodells, Optionen zu behandeln: Optionen müßten wie andere Wertpapiere in den individuellen Portefeuilles Handlungsparameter x_i zugeordnet erhalten. Optionen im Börsenoptionshandel sind aber dadurch gekennzeichnet, daß jedem, der eine Option im Bestand hält, ein Stillhalter gegenübersteht, der eine entsprechende Gegenposition im Portefeuille hält, die sich formal als negativer Wert für den entsprechenden Handlungsparameter niederschlägt. Das ist offenbar mit (8) nicht verträglich.

III. Die Modellvariante von *Fischer Black*

Der Grund für das Versagen des klassischen Kapitalmarktmodells liegt in der Gültigkeit des Separationstheorems[7], das seinerseits wesentlich auf der Existenz einer sicheren Anlage beruht[8]. Heben wir die Annahme der Existenz einer sicheren Anlage auf, so ergibt sich in den Bezeichnungen des vorigen Abschnitts das folgende Bild: Die Budget-Gleichung ist $Px - Px^0 = 0$, das unsichere Endvermögen ist $I = Kx$ und die Lösungen des Vektormaximumproblems sind durch

$$\lambda E(K) - \mu P - Mx = 0 \tag{9}$$

mit den individuellen Parametern λ und μ charakterisiert.

Im Gleichgewicht gilt

$$\lambda_M E(K) - \mu_M P - MX = 0 \tag{10}$$

bzw.

$$P = \left({}^{\lambda_M}/_{\mu_M}\right) \{E(K) - \lambda_M^{-1} MX\}, \tag{11}$$

ausgeschrieben

---

[7] *Cass*, D. und *Stiglitz*, J. E., The structure of investors preferences and asset returns, and separability in portfolio allokation: a contribution to the pure theory of mutual funds, in: Journal of Economic Theory 2 (1970), pp. 122 - 160.

[8] Die Annahme der Existenz einer sicheren Anlage wurde zuerst von *Black* (a.a.O.) aufgehoben; *Black* formuliert sein Modell allerdings im Gegensatz zu der hier vorgetragenen Schreibweise in Renditen. Vgl. neuerdings *Brito*, N. O., Marketability restrictions and the valuation of capital assets under uncertainty, in: Journal of Finance 32 (1977), pp. 1109 - 1123.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.11.4.497 | Generated on 2025-07-26 14:56:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

$$P_i = \left(\lambda_M / \mu_M\right) \{E(K_i) - \lambda_M^{-1} \sum_{j=1}^{n} \mathrm{Cov}(K_i, K_j) X_j\},$$

wobei wiederum λ_M bzw. μ_M den Summen der individuellen Parameter entsprechen; die Strukturgleichheit mit Gleichung (6) ist offensichtlich: λ_M / μ_M übernimmt die Rolle des Diskontierungsfaktors.

Einsetzen von (11) in (9) ergibt

$$E(K)(\lambda - \mu(\lambda_M / \mu_M)) + M((\mu/\mu_M) X - x) = 0. \tag{12}$$

Löst man das Vektormaximumproblem ohne Berücksichtigung des Ziels „Erwartungswertmaximierung", so ergibt sich für das varianzminimale Portefeuille x_v wegen $\lambda = 0$:

$$- M x_v - \bar{\mu} P = 0; \tag{13}$$

mit (11) erhält man

$$- M x_v - \bar{\mu} (\lambda_M/\mu_M) (E(K) - \lambda_M^{-1} MX) = 0 \tag{14}$$

und

$$x_v = - \bar{\mu} (\lambda_M/\mu_M) (M^{-1} E(K) - \lambda_M^{-1} X). \tag{15}$$

In Zusammenhang mit (12) ergibt sich mit $\bar{\mu} = 1$ durch Einsetzen

$$x = (\lambda/\lambda_M) X + (\mu - \lambda \mu_M/\lambda_M) x_v . \tag{16}$$

Im Gleichgewicht kann also jedes Anlegerportefeuille als Linearkombination des Marktportefeuilles mit dem varianzminimalen Portefeuille aufgefaßt werden; im Fall $\lambda = 0$ erhält man das varianzminimale Portefeuille selbst und im Fall $\lambda/\mu = \lambda_M/\mu_M$ das Marktportefeuille[9]. (16) wird in der Literatur als ‚two-funds-theorem' bezeichnet[10].

Betrachtet man die Gleichungen (15) und (16) gemeinsam, so zeigt sich, daß die Komponenten von x_v und damit auch die von x nicht auf

---

[9] Der Vergleich von (6) und (11) zeigt, daß die Bedingung $\lambda/\mu = \lambda_M/\mu_M = 1/(1 + r)$ die Verbindung zwischen beiden Modellen herstellt.

[10] Natürlich läßt sich jede beliebige Linearkombination von X und x_v an Stelle von x_v zur Darstellung von x verwenden; so liegt es z. B. nahe, ein Portefeuille zu wählen, dessen Korrelation mit dem Marktportefeuille verschwindet. Diesen Weg geht *Black* (a.a.O.), um in der Renditeformulierung eine Analogie zwischen dem Zinssatz r und der Rendite des so konstruierten Portefeuilles im Rahmen einer linearen ‚risk-return-relationship' herzuleiten.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.11.4.497 | Generated on 2025-07-26 14:56:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

positive Werte beschränkt bleiben; insbesondere erscheint also die Möglichkeit der Berücksichtigung von Optionen, für die das Auftreten von positiven und negativen Positionen in demselben Wertpapier bei verschiedenen Anlegern typisch ist, im Rahmen dieses Modells gesichert.

IV. Die Charakterisierung und Bewertung von Optionen und Warrants

1. Optionen

Optionen im Optionsgeschäft der Wertpapierbörsen kommen als Kaufoption (Call option) und als Verkaufsoption (Put option) vor. Der Käufer einer Kaufoption erwirbt das Recht, vom Verkäufer — dem Stillhalter — innerhalb einer bestimmten Frist — der Optionsfrist — eine bestimmte Stückzahl von Aktien zu einem bei Geschäftsabschluß vereinbarten Preis — dem Basispreis — zu erwerben. Entsprechend erwirbt der Käufer einer Verkaufsoption das Recht, zu entsprechenden Bedingungen zu verkaufen. Je nachdem, ob die Option innerhalb der Optionsfrist jederzeit ausgeübt werden darf oder nur am Ende dieser Frist, spricht man von „American options" oder von „European options"[11]. Optionen an deutschen Wertpapierbörsen sind als „American options" ausgestaltet; sie lauten auf 50 Stück oder ein Mehrfaches davon, Optionsfristen sind zwei oder drei Monate zuzüglich jeweils fünf Kalendertage oder sechs Monate zuzüglich zehn Kalendertage; der Basispreis ist in der Regel — nicht notgedrungen — gleich dem Tageskurs des Wertpapiers, auf das die Option sich bezieht, am Tage des Geschäftsabschlusses[12].

Die nachfolgenden Betrachtungen beziehen sich nur auf Optionen in der Form der European options, d. h. auf Optionen, die nur am Ende der Optionsfrist ausgeübt werden können. Diese Annahme ist für den Fall der Kaufoptionen keine unzulässige Vereinfachung: Wie C. W. *Smith* gezeigt hat, wird eine als „American Call" ausgestaltete Kaufoption auf ein Wertpapier, auf das in der Optionsfrist keine Dividenden gezahlt werden, nicht vor Ablauf der Optionsfrist ausgeübt[13]. Da Dividenden,

---

[11] Vgl. *Kruizenga,* R. J., Introduction to the option contract, in: P. *Cootner* (Hrsg.), The random character of stock market prices, Cambridge (Mass.), 1964, pp. 277 - 391.

[12] *Krümmel,* H.-J., Börsen und Börsengeschäfte, in: E. *Grochla* und W. *Wittmann* (Hrsg.), Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, Vierte, völlig neu gestaltete Auflage, Stuttgart 1974, Sp. 969 - 986, hier Sp. 981 - 982 und 984.

[13] *Smith,* C. W., a.a.O., p. 9.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.11.4.497 | Generated on 2025-07-26 14:56:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

die während der Optionsfrist anfallen, nach deutschen Usancen demjenigen zufallen, der die Option ausübt[14], kann man davon ausgehen, daß auch im Falle der Dividendenzahlungen während der Optionsfrist Kaufoptionen nicht vor Ablauf der Optionsfrist ausgeübt werden. Dies gilt immer vorausgesetzt, daß die Optionen selbst während der Optionsfrist wie Wertpapiere gehandelt werden können.

Für Verkaufsoptionen in der Form der American Puts hat *Merton* gezeigt, daß immer eine gewisse Wahrscheinlichkeit dafür besteht, daß sie vor Ablauf der Optionsfrist ausgeübt werden[15]. Aus Symmetriegründen behandeln wir jedoch auch Verkaufsoptionen nur als European Puts; das hat zur Folge, daß wir für American Options nur theoretische Preisuntergrenzen ableiten.

a) Zur Modellisation von Optionen nehmen wir an, die Laufzeit des in Abschnitt III konstruierten Modells stimme mit der Restlaufzeit der Optionsfrist überein, die vereinbarte Stückzahl betrage ein Stück je Option. Betrachten wir eine *Kaufoption* auf das Wertpapier i mit dem vereinbarten Basispreis π_i, so ergibt sich für einen Anleger, der eine solche Option im Portefeuille hält, der Erfolgsbeitrag $K_i - \pi_i$, wenn die Option ausgeübt wird, und Null, wenn die Option nicht ausgeübt wird. Bei fehlenden Transaktionskosten wird die Option genau dann ausgeübt, wenn $K_i > \pi_i$ gilt. Bezeichnen wir die Zufallsvariable mit q_i, die den Wert 1 annimmt, wenn es sinnvoll ist, die Option auszuüben, und den Wert 0 annimmt, wenn dies nicht der Fall ist, so gilt für den Erfolgsbeitrag einer Kaufoption

$$K_i^* = q_i (K_i - \pi_i). \tag{17}$$

Erweitert man das Modell aus Abschnitt III dahingehend, daß zu jedem Wertpapier i eine zugehörige Kaufoption eingeführt wird, und bezeichnet man den Wertpapierkurs mit S_i, den Optionspreis mit c_i $(i = 1, \ldots, n)$, so folgt aus (11), wenn man beachtet, daß im Gleichgewicht die Optionspositionen ausgeglichen sind:

$$S_i = (\lambda_M/\mu_M) \{E(K_i) - \lambda_M^{-1} \sum_{j=1}^{n} \mathrm{Cov}(K_i, K_j) X_j\} \tag{18}$$

$$(i = 1, \ldots, n)$$

und

$$c_i = (\lambda_M/\mu_M) \{E(K_i^*) - \lambda_M^{-1} \sum_{j=1}^{n} \mathrm{Cov}(K_i^*, K_j) X_j\} \tag{19}$$

---

[14] *Hagenmüller/Diepen*, Der Bankbetrieb, Wiesbaden 1975, p. 438.

[15] *Merton*, R. C., Theory of rational option pricing, Bell Journal of Economics and Management Science 4 (1973), pp. 141 - 183.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.11.4.497 | Generated on 2025-07-26 14:56:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

Der Vergleich von (18) mit (11) zeigt, daß die Einführung von Optionen, und damit auch die Basispreise, jedenfalls dann keinen Einfluß auf die Wertpapierkurse haben, wenn die Parameter λ_M und μ_M unabhängig von der Existenz von Optionen auf dem Markt sind. Dies ist zum Beispiel dann der Fall, wenn alle Anleger mit einem a priori festliegenden λ (konstante Risikoaversion) operieren oder wenn alle Anleger das Portefeuille-Auswahlproblem mit Hilfe einer quadratischen Nutzenfunktion lösen. Bei einem Konglomerat vieler verschiedener Anlegerverhaltensweisen ist dies im allgemeinen nicht mehr gewährleistet.

Bezeichnet man mit $Q_M = KX$ das unsichere Endvermögen des Marktportefeuilles, das offenbar unabhängig von der Existenz von Optionen ist, so folgt aus (18) und (19)

$$c_i = \frac{E(K_i^*) - \lambda_M^{-1} \operatorname{Cov}(K_i^*, Q_M)}{E(K_i) - \lambda_M^{-1} \operatorname{Cov}(K_i, Q_M)} S_i \qquad (i = 1, \ldots, n) \tag{20}$$

Bezeichnet man mit w_i die Wahrscheinlichkeit, daß die Option ausgeübt wird und mit $\vec{E}$ den bedingten Erwartungswertoperator und mit $\vec{\operatorname{Cov}}$ den bedingten Kovarianzoperator unter der Bedingung, daß es lohnend ist, die Option auszuüben, und unterdrücken wir im folgenden den Index i, so gilt:

$$E(K^*) - w(\vec{E}(K) - \pi) \tag{21}$$

und

$$\operatorname{Cov}(K^*, Q_M) = w\{\vec{\operatorname{Cov}}(K, Q_M) + (\vec{E}(Q_M) - E(Q_M))(E(K) - \pi)\}. \tag{22}$$

Mit (20) hat man nun:

$$c = \frac{(\vec{E}(K) - \pi) - \lambda_M^{-1}\{\vec{\operatorname{Cov}}(K, Q_M) + (\vec{E}(Q_M) - E(Q_M))(\vec{E}(K) - \pi)\}}{E(K) - \lambda_M^{-1} \operatorname{Cov}(K, Q_M)} wS \tag{23}$$

Setzt man noch $k = \log(K/S)$, bzw. $K = Se^k$, wobei k die unsichere Wachstumsrate des Wertpapierkurses bis zum Periodenende bezeichnet, so erhält man

$$c = w\{A \cdot S - B \cdot \pi\} \tag{24}$$

mit

$$A = \frac{\vec{E}(e^k)\{1 - \lambda_M^{-1}(\vec{E}(Q_M) - E(Q_M))\} - \lambda_M^{-1} \vec{\operatorname{Cov}}(e^k, Q_M)}{E(e^k) - \lambda_M^{-1} \operatorname{Cov}(e^k, Q_M)}$$

und

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.11.4.497 | Generated on 2025-07-26 14:56:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

$$B = \frac{1 - \lambda_M^{-1} (\vec{E}(Q_M) - E(Q_M))}{E(e^k) - \lambda_M^{-1} \operatorname{Cov}(e^k, Q_M)} .$$

Mit (24) ist der Bewertungszusammenhang zwischen Optionspreis, Basispreis und Wertpapierkurs hergeleitet. Der Optionspreis hängt einmal wesentlich von dem zukünftigen Verhalten des Wertpapierkurses in jenem Bereich ab, in dem es lohnend ist, die Option auszuüben — sowohl den erwarteten Ertrag als auch das Risiko in diesem Bereich betreffend —, zum anderen von der Wahrscheinlichkeit, daß der Wertpapierkurs sich überhaupt in diesem Bereich befinden wird. Dabei drückt sich das Risiko nicht isoliert, sondern als Risiko im Marktzusammenhang aus.

Anschaulich lassen sich die Fälle mit risikoneutralem Markt oder fehlendem Risikoverbund mit dem Markt darstellen. In diesen Fällen erhält man durch die formale Setzung von $\lambda_M^{-1} = 0$ die folgenden einfachen Ausdrücke:

$$A = \vec{E}(e^k)/E(e^k) \text{ und } B = 1/E(e^k) \tag{25}$$

Die Abhängigkeit des Optionspreises vom Basispreis bei risikoneutralem Markt ist in Abbildung 1 dargestellt. Ist der Basispreis so niedrig, daß nahezu sicher die Option ausgeübt wird, so gilt annähernd:

$$c = S - \pi/E(e^k) \tag{26}$$

Der Optionspreis in (26) ist bis auf den „Diskontfaktor" $E(e^k)$ gleich dem sogenannten *theoretischen Wert* der Option[16]. Der theoretische Wert in seiner üblichen Form $S - \pi$ berücksichtigt nicht die Möglichkeit, den zum Ausüben der Option notwendigen Betrag in Höhe des Basispreises durch Anlage des diskontierten Betrages zu Beginn der Periode bereitzustellen[17].

---

[16] *van Horne*, J. C., Fundamentals of financial management, Englewood Cliffs (N. J.) 1971, p. 413.

[17] Diese Beobachtung macht von einem anderen Standpunkt auch *Smith*, C. W., a.a.O., p. 11.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.11.4.497 | Generated on 2025-07-26 14:56:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

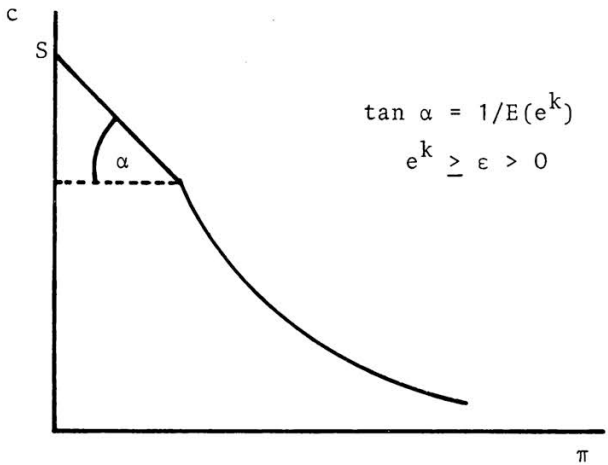

Abb. 1

Um den üblicherweise untersuchten Zusammenhang zwischen Optionspreis und Wertpapierkurs herzustellen, muß das Modell anders interpretiert werden: Kehrt man den Ursache-Wirkungs-Zusammenhang zwischen Kurserwartungen am Ende der Periode und Gleichgewichtskurs am Periodenanfang um und unterstellt die Verteilung der Wachstumsrate k als gegeben, so hängen A und B sowie w in (25) von S ab:

$$w = \text{prob}\,\{K - \pi > 0\} = \text{prob}\,\{Se^k - \pi > 0\} = \text{prob}\,\{S/\pi > e^k\}$$
$$= \text{prob}\,\{\log(S/\pi) > k\}.$$

Entsprechendes gilt für $\vec{E}(e^k)$. In Abbildung 2 ist der Zusammenhang zwischen Optionspreis und Wertpapierkurs graphisch dargestellt für den Fall des risikoneutralen Marktes. Man darf sich aber nicht darüber hinwegtäuschen, daß diese Interpretation streng genommen im Rahmen des formulierten Kapitalmarktmodells unzulässig ist, da sie einen nicht aus dem Marktmodell heraus bestimmten Zusammenhang zwischen Gleichgewichtskurs und Wachstumsrate des Kurses unterstellt. Wir haben diese Interpretation hier nur vorgeführt, weil in den üblichen Untersuchungen zur Bewertung von Optionen die Wertpapierkurse als stochastische Prozesse verstanden werden, eine Vorgehensweise, die gerade einen solchen externen Zusammenhang zwischen Gegenwartskursen und zukünftigen Kursentwicklungen unterstellt. Wir werden auf dieses Problem noch einmal zurückkommen.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.11.4.497 | Generated on 2025-07-26 14:56:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

Abbildung 2 zeigt für den risikoneutralen Fall einen Verlauf des Optionspreises in Abhängigkeit vom Wertpapierkurs, der einerseits im wesentlichen mit dem aus dem Modell von *Black* und *Scholes* abgeleiteten Verlauf übereinstimmt[18], andererseits von der klassischen Auffassung abweicht, nach der der Optionspreis sich asymptotisch dem theoretischen Wert nähert[19].

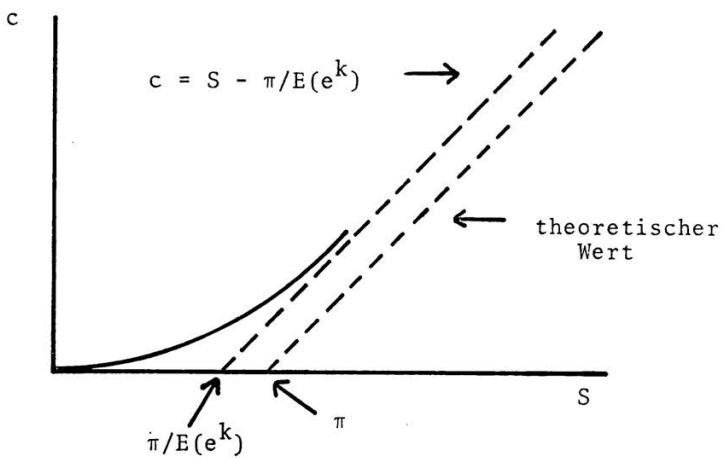

Abb. 2

b) Das Halten einer *Verkaufsoption* in der Form des European Put liefert einen Erfolgsbeitrag $\pi - K$, wenn die Option ausgeübt wird und Null, wenn sie nicht ausgeübt wird. Die Option wird genau dann ausgeübt, wenn $\pi - K$ größer als Null ist. Verwenden wir wieder die Zufallsvariable q, die gleich 1 ist, wenn der Kurs größer als der Basispreis ist, und gleich 0, wenn dies nicht der Fall ist, so kann der Erfolgsbeitrag einer Verkaufsoption wie folgt geschrieben werden:

$$\bar{K} = (1 - q)(\pi - K) = (\pi - K) + q(K - \pi) = \pi - K + K^* . \tag{27}$$

Bezeichnet p den Preis für die Verkaufsoption, so gilt analog zu dem Fall einer Kaufoption

$$p = \frac{E(\bar{K}) - \lambda_M^{-1} \operatorname{Cov}(\bar{K}, Q_M)}{E(\bar{K}) - \lambda_M^{-1} \operatorname{Cov}(K, Q_M)} S \tag{28}$$

---

[18] Siehe *Smith*, C. W., a.a.O., p. 25; dort tritt allerdings an die Stelle von $E(e^k)$ die Rendite $1 + r$ der sicheren Anlage.

[19] Vgl. etwa *Weston*, J. F. und *Brigham*, E. F., Managerial Finance, 3. Aufl., London 1970, p. 650.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.11.4.497 | Generated on 2025-07-26 14:56:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

Man folgert nun leicht:

$$p = c - (1 - \pi/(E(K) - \lambda_M^{-1} \operatorname{Cov}(K, Q_M)))\, S \tag{29}$$

und daher

$$p = c - (S - \pi/(E(e^k) - \lambda_M^{-1} \operatorname{Cov}(e^k, Q_M))) \tag{30}$$

bzw.

$$p = A^* S - B^* \pi \tag{31}$$

$$\text{mit } A^* = wA - 1 \quad \text{und } B^* = wB - (E(e^k) - \lambda_M^{-1} \operatorname{Cov}(e^k, Q_M))^{-1}$$

Für den risikoneutralen Markt erhält man

$$p = -\{(E(e^k) - w\vec{E}(e^k))/E(e^k)\}\, S + \{(1 - w)/E(e^k)\}\, \pi, \tag{32}$$

ein Ergebnis, das die Symmetrie der Put- und Call-Bewertung offensichtlich macht[20].

2. *Warrants*

Ein Optionsschein oder Warrant verbrieft das Recht, eine bestimmte Anzahl von Aktien eines Unternehmens zu einem festgelegten Preis zu kaufen; in der Regel ist der Kauf nur innerhalb einer begrenzten Frist möglich, es kommen jedoch auch sogenannte „ewige" Warrants vor. Im Gegensatz zu den zuvor behandelten Optionen ist der Stillhalter in diesem Geschäft nicht ein anderer Anleger, sondern das ausgebende Unternehmen: Häufig werden Warrants im Zusammenhang mit der Emission von Obligationen oder Vorzugsaktion als „sweetener" ausgegeben[21]; bei der Emission von Wandelobligationen und Optionsanleihen verbriefen Warrants das Umtausch- bzw. Bezugsrecht. Warrants haben also im Gegensatz zu den zuvor behandelten Optionen einen Finanzierungseffekt, sie setzen eine bedingte Kapitalerhöhung voraus.

Um einer separaten Bewertung zugänglich zu sein, müssen Warrants als „detachable warrants" ausgestattet sein, d. h. unabhängig von mit ihnen eventuell in Zusammenhang stehenden Obligationen etc. handelbar und ausübbar sein.

---

[20] Vgl. die entsprechende Formel bei *Smith*, C. W., a.a.O., p. 34.
[21] *Weston* und *Brigham*, a.a.O., p. 651.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.11.4.497 | Generated on 2025-07-26 14:56:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

Zur modellmäßigen Erfassung[22] von Warrants unterstellen wir die gleiche Situation wie bei Kaufoptionen. Ist X_i die Anzahl der ausstehenden Aktien des Unternehmens i zu Beginn der Periode und Y_i die entsprechende Anzahl von Warrants, so sei $K_i X_i$ das am Ende der Periode erwirtschaftete Vermögen des Unternehmens i *bevor* Bezugsrechte ausgeübt worden sind. Sei nun $f_i(\omega)$ der Anteil jener Warrants an Y_i, deren Bezugsrecht am Ende der Periode bei dem Umweltzustand ω ausgeübt wird. Dann ist das Unternehmensvermögen *nach* Ausübung der Option durch

$$K_i X_i + \pi_i f_i Y_i \tag{33}$$

gegeben. Auf jede Aktie am Ende der Periode nach Ausüben der Option entfällt dann ein Erfolgsbeitrag in Höhe von

$$K_a^i = \frac{K_i X_i + \pi_i f_i Y_i}{X_i + f_i Y_i}\,, \tag{34}$$

da $X_i + f_i Y_i$ die nach Ausüben der Bezugsrechte ausstehende Anzahl von Aktien ist. Offenbar ist es nur sinnvoll, das Bezugsrecht auszuüben, wenn gilt:

$$K_a^i - \pi_i > 0\,. \tag{35}$$

Diese Bedingung gilt genau dann, wenn

$$K_i > \pi_i\,, \tag{36}$$

gilt, eine Bedingung, die von der erwarteten Quote der ausgeübten Bezugsrechte nicht abhängt. Mithin werden *alle* Optionen ausgeübt, wenn $K_i > \pi_i$ gilt, und *keine*, wenn dies nicht gilt. Führt man wieder die Zufallsvariable q ein, die gleich 1 ist, wenn es lohnend ist, die Bezugsrechte auszuüben, und sonst verschwindet, so ist der Erfolgsbeitrag einer Aktie im Portefeuille am Periodenbeginn durch

$$K_a^i = \frac{K_i X_i + q_i \pi_i Y_i}{X_i + q_i Y_i} \tag{37}$$

gegeben und der eines Warrants durch

$$K_w^i = q_i (K_a^i - \pi_i)\,. \tag{38}$$

---

[22] Vgl. einen ähnlichen Formalismus bei *Smith*, V. L., Corporate financial theory under uncertainty, a.a.O.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.11.4.497 | Generated on 2025-07-26 14:56:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

Für das Endvermögen der Marktportefeuilles gilt nun

$$Q_M = \sum_{i=1}^{n} K_a^i X_i + \sum_{i=1}^{n} K_w^i Y_i \tag{39}$$

oder

$$Q_M = \sum_{i=1}^{n} K_i X_i \ . \tag{40}$$

Das Marktportefeuille ist also von der Ausgabe von Warrants unabhängig. Damit haben wir formal die gleichen Verhältnisse wie bei Kaufoptionen; unterdrücken wir wieder den das Wertpapier kennzeichnenden Index i und setzen $k^a = \log (K_a/S^a)$ bzw. $K_a = S^a e^{k^a}$, so erhält man aus (24) die Bewertungsgleichung

$$c^w = w \{A \cdot S^a - B \cdot \pi\} \tag{41}$$

mit

$$A = \frac{\vec{E}(e^{k^a}) \{1 - \lambda_M^{-1} (\vec{E}(Q_M) - E(Q_M))\} - \lambda_M^{-1} \vec{\mathrm{Cov}}(e^{k^a}, Q_M)}{E(e^{k^a}) - \lambda_M^{-1} \mathrm{Cov}(e^{k^a}, Q_M)}$$

und

$$B = \frac{1 - \lambda_M^{-1} (\vec{E}(Q_M) - E(Q_M))}{E(e^{k^a}) - \lambda_M^{-1} \mathrm{Cov}(e^{k^a}, Q_M)}$$

Der Markt *nach* Einführung von Warrants unterscheidet sich also nicht von dem Markt mit Optionshandel; allerdings verändert natürlich die *Einführung* von Warrants den Markt. Sind λ_M und μ_M generelle Marktkonstanten, so gilt:

$$S^a X = (\lambda_M/\mu_M) \{E(K_a) X - \lambda_M^{-1} \mathrm{Cov}(K_a, X, Q_M)\}$$

$$c^w Y = (\lambda_M/\mu_M) \{E(K_w) Y - \lambda_M^{-1} \mathrm{Cov}(K_w, Y, Q_M)\}$$

$$S^a X + c^w Y = (\lambda_M/\mu_M) \{E(K) X - \lambda_M^{-1} \mathrm{Cov}(KX, Q_M)\} = PX \ ,$$

d. h. der Marktwert der Aktien vor Einführung der Warrants ist gleich der Summe des Marktwerts der Aktien nach Einführung der Warrants und des Marktwertes der Warrants[23]. Dieser Zusammenhang gilt nicht mehr, wenn μ_M und λ_M keine generellen Marktkonstanten sind[24].

[23] Das ist nichts anderes als eine andere Form des Theorems von *Modigliani* und *Miller*.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.11.4.497 | Generated on 2025-07-26 14:56:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

Im Ergebnis bringt die Betrachtung von Warrants gegenüber der von Kaufoptionen formal dann nichts Neues, wenn die Verwässerungswirkung der Einführung von Warrants auf die Aktienkurse berücksichtigt wird, die sich in der Formel $S^a = P - c^w d$ mit dem „Verwässerungsgrad" $d = Y/X$ widerspiegelt. Natürlich ist bei der Interpretation der Modellergebnisse der Unterschied in den jeweils zugrunde liegenden Modellperioden zu berücksichtigen: Warrants haben in der Regel eine erheblich längere Erklärungsfrist als Optionen.

V. Abschließende vergleichende Betrachtungen

Die Modelle, die die Literatur zur Erklärung der Preisbildung von Optionen entwickelt hat, gehen durchweg von der Vorstellung aus, der Kurs des Wertpapiers, auf das die Option sich bezieht, folge einem stochastischen Prozeß, der dem Modell vorgegeben ist[25]. Die technische Behandlung des Problems geschieht seit der Arbeit von *Black* und *Scholes*[26] regelmäßig nach dem folgenden Muster: Es wird eine bestimmte Form des stochastischen Prozesses für den Wertpapierkurs S unterstellt — bei *Black* und *Scholes* ist es die geometrische *Brown*sche Bewegung —; da stetige Portefeuilleumschichtungsaktivitäten zugelassen sind, ist es möglich, im infinitesimalen Bereich durch Kombination von Kassa- und Termingeschäften in Aktien und Optionen ein „kurzfristig" risikofreies Portefeuille aufzubauen. Im Gleichgewicht muß sich dieses Portefeuille wie die risikofreie Anlage rentieren; diese Bedingung führt auf eine Differentialgleichung für den Optionspreis bei gegebenem Aktienkursverlauf. Wir geben hier die Lösung von *Black* und *Scholes* in einer Form und Schreibweise an, die an die in Abschnitt IV geschilderten Verhältnisse anknüpft:

---

[24] Siehe weiter oben die Bemerkung über unterschiedliche Anlegerverhaltensweisen; vgl. zu diesem Aspekt auch *Lloyd-Davies*, P. R., Optimal financial policy in imperfect markets, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis 10 (1975), pp. 457 - 481 sowie *Wilhelm*, J., Zum Beweis der Theoreme von *Modigliani* und *Miller* im Rahmen des Kapitalmarktmodells: Kommentar, Mitteilungen aus dem Bankseminar der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Nr. 22, Bonn 1977.

[25] *Smith* (*Smith*, C. W., a.a.O., p. 5) unterscheidet zwei Modelltypen: (1) Ad hoc Modelle und (2) Gleichgewichtsmodelle. Die ersteren erschöpfen sich in kasuistischer Empirie und in Kurvenanpassungstechniken, die letzteren leiten ihre Aussagen aus Modellen des Marktgleichgewichts ab. Die entsprechenden Literaturhinweise findet man a.a.O.

[26] Siehe *Black*, F. und *Scholes*, M., a.a.O.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.11.4.497 | Generated on 2025-07-26 14:56:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

$$c = S \cdot N \left\{ \frac{\log (S/\pi) + \log (1 + r) + (1/2) \operatorname{Var} (k)}{\sqrt{\operatorname{Var} (k)}} \right\} - \frac{1}{1 + r} \pi \cdot N \left\{ \frac{\log (S/\pi) + \log (1 + r) - (1/2) \operatorname{Var} (k)}{\sqrt{\operatorname{Var} (k)}} \right\} \tag{42}$$

wobei N die standardisierte Normalverteilungsfunktion ist[27]. Bezeichnen wir mit N_k die Verteilungsfunktion der Kurswachstumsrate k, so gilt, da k bei *Black* und *Scholes* als normalverteilt unterstellt wird, für den Koeffizienten von S in (42):

$$N_k (\log (S/\pi) + \log (1 + r) + (1/2) \operatorname{Var} (k) + E (k)) = \operatorname{prob} \{\pi e^k \leq S (1 + r) e (1/2) \operatorname{Var} (k) + E (k)\} \tag{43}$$

und entsprechend für den Koeffizienten von π:

$$\operatorname{prob} \{\pi e^k \leq S (1 + r) e (1/2) \operatorname{Var} (k) - E (k)\} \tag{44}$$

Die Koeffizienten in (42) erscheinen also als den theoretischen Wert nach (26) korrigierende Wahrscheinlichkeitsterme. (43) und (44) geben eine Wahrscheinlichkeit dafür an, daß ein Betrag in Höhe des diskontierten Basispreises in Aktien angelegt mit einem Risikoterm korrigierten erwarteten Kurswert einer Aktie nicht übersteigt. *Boness* hat gezeigt, daß (42) bei risikoneutralem Markt auf eine zu (25) analoge Darstellung mit bedingten Erwartungswerten übergeht[28]. Die Modellresultate der Literatur stimmen also im Fall der Risikoneutralität des Marktes mit unseren Ergebnissen überein.

Anders gelagert erscheint der Fall eines risikoscheuen Marktes: In diesem Fall zeigt die Gleichung (42) im Gegensatz zu unserem Resultat (24) ebenso wenig eine Wirkung verschiedener Risikoaversionsgrade des Marktes auf die Beziehung zwischen Optionspreis, Wertpapierkurs und Basispreis wie eine Diversifikationswirkung der Optionen im Marktzusammenhang. Der Grund liegt in der letztlich doch partialanalytischen Betrachtungsweise, die sich in der externen Vorgabe des Wertpapierkursverlaufes und der sicheren Rendite manifestiert. Abschnitt II hat gezeigt, welche Wirkung die Vorgabe einer sicheren Anlagemöglichkeit haben kann. (24) zeigt, daß die simultane Bestimmung

---

[27] Das Erscheinen der Normalverteilung liegt an der Annahme einer geometrischen *Brown*schen Bewegung für S.

[28] *Boness*, A. J., Elements of a theory of stock-option value, in: Journal of Political Economy 72 (1964), pp. 163 - 175. Vgl. auch die Fußnote (22) bei *Smith*, C. W., a.a.O., p. 23.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.11.4.497 | Generated on 2025-07-26 14:56:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

der Gleichgewichtspreise für Optionen *und* Wertpapiere einen komplexeren Zusammenhang als (42) aufdeckt.

Ein weiterer erwähnenswerter Aspekt besteht in der Beobachtung, daß der Zusammenhang zwischen Optionskurs und Wertpapierkurs nicht funktional im Sinne von (42) ist. Ein funktionaler Zusammenhang zwischen c und S läßt sich nach Maßgabe von (24) nur über eine Variation der Kurserwartungen K erzielen; nun können aber unterschiedliche Kurserwartungen durchaus zu dem gleichen Gegenwartskurs für das Wertpapier und zu unterschiedlichen Optionspreisen nach (24) führen. Aus diesem Grund haben wir weiter oben auch nur mit Vorbehalt einen Funktionsverlauf wie in Abbildung 2 vorgeführt. Die Darstellung eines solchen Verlaufs ist wegen der linearen Struktur des Kapitalmarktmodells gerechtfertigt, wenn man die Kurserwartungen komparativ-statisch linear variiert, im Sinne von *Modigliani* und *Miller* in derselben Risikoklasse bleibend. Diese Annahme wird man aber nicht generell machen dürfen.

Zusammenfassung

Zur Bewertung von Optionen und Optionsscheinen (Warrants)

Der vorliegende Beitrag hebt bei der Behandlung des Bewertungsproblems von Optionen einen Aspekt hervor, der in der in den letzten Jahren entwickelten Theorie des „option pricing" kaum Beachtung gefunden hat: die Diversifikationswirkung von Optionen im Gesamtzusammenhang eines Anlegerportefeuilles. Die Theorie des „option pricing" geht von einer speziellen Hypothese über den Kursverlauf der den Optionen zugrunde liegenden Aktien aus und untersucht den *funktionalen* Zusammenhang zwischen aktuellem Aktienkurs und Optionspreis. Da eine endogene Bestimmung des Aktienkurses aus Gleichgewichtsbedingungen nicht erfolgt, wird auch der diversifizierende Effekt von Optionen im Rahmen von Anlegerportefeuilles nicht berücksichtigt. Die vorliegende Untersuchung geht dagegen den Weg einer allgemeineren Gleichgewichtsanalyse. Zunächst wird gezeigt, daß das klassische Kapitalmarktmodell infolge seiner Eigenschaft, daß alle Anleger dasselbe Portefeuille nachfragen, ungeeignet ist, Optionen zu erfassen; dagegen erweist sich die Modellvariante von Fischer *Black*, die keine risikolose Anlageform kennt, als zur Behandlung unserer Fragen geeignetes Instrumentarium. Zwei Ergebnisse einer Anwendung der aus diesem Modell folgenden Bewertungsprinzipien auf das Problem der Optionsbewertung sind besonders hervorzuheben:

— Es gibt im allgemeinen keine *funktionale* Relation zwischen aktuellem Aktienkurs und Optionspreis, sondern nur eine durch das zukünftige

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.11.4.497 | Generated on 2025-07-26 14:56:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

(unsichere) Verhalten des Aktienkurses im Marktzusammenhang vermittelte Beziehung zwischen gegenwärtigem Aktienkurs und Optionspreis.

— Selbst wenn spezielle Voraussetzungen eine funktionale Beziehung zwischen aktuellem Aktienkurs und Optionspreis implizieren, so stimmt diese Beziehung nur unter der Voraussetzung eines risikoneutralen Marktes mit der aus der Theorie des „option pricing" gewonnenen überein.

Über diese auf Optionen bezogenen Ergebnisse hinaus behandelt die vorliegende Arbeit das Problem der Bewertung von Optionsscheinen (Warrants). Es erweist sich, daß unter einfachen Voraussetzungen Warrants nach Berücksichtigung ihrer Verwässerungswirkung formal wie Kaufoptionen zu behandeln sind. Unter den gleichen Annahmen zeigt sich, daß die Ausgabe von Warrants keine Wirkung auf den Marktwert des ausgebenden Unternehmens hat — eine spezielle Variante des Theorems von *Modigliani* und *Miller* über die Invarianz der Kapitalkosten gegenüber Änderungen der Kapitalstruktur.

Summary

On the Valuation of Options and Warrants

This contribution deals with the problem of valuing options and emphasizes an aspect which has scarcely been given any consideration in the option pricing theory developed in recent years: the diversification effect of options within the overall framework of the investor's portfolio. The theory of option pricing proceeds from a special hypothesis concerning the price trend of the shares for which options are concluded and investigates the *functional* interrelationship between the current share price and the option price. Since no endogenous determination of the share price is undertaken on the basis of equilibrium conditions, the diversifying effect of options within the investor's portfolio is likewise disregarded. In contrast, the present study adopts the method of a more general equilibrium analysis. First of all, it is shown that the classical capital market model is unsuitable for dealing with options on account of its postulate that all investors demand the same portfolio; in contrast, the Fischer *Black* variant of the model, which knows no riskfree form of investment, proves a suitable instrument for dealing with our problems. Two results obtained by applying the valuation principles derived from this model to the problem of option pricing deserve special mention.

— Generally speaking, there is no *functional* relation between current share price and option price, but only a relation between current share price and option price which is governed by the future (uncertian) trend of the share price within the framework of the market.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.11.4.497 | Generated on 2025-07-26 14:56:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

— Even if special preconditions imply a functional relation between current share price and option price, such relation coincides with that obtained with option pricing theory only provided that the market is risk-neutral.

Over and above these conclusions relating to options, the study also deals with the problem of valuing warrants. It is shown that under simple preconditions warrants can be formally treated as call options after allowing for their watering effect. Under the same assumptions, it proves that the issue of warrants has no effect on the market value of the issuing firm - a special variant of the *Modigliani-Miller* theorem on the invariance of capital costs relative to capital structure changes.

Résumé

L'estimation des options et de leurs certificats (warrants)

La présente étude soulève un aspect du traitement du problème de l'estimation des options qui n'a guère retenu l'attention dans la théorie d'« option pricing » développée au cours des dernières années: l'effet de diversification des options dans l'ensemble du portefeuille de l'investisseur. La théorie de l'« option pricing » se fonde sur une hypothèse particulière relative à l'évolution des cours des actions donnant lieu à options et examine la relation fonctionelle entre le cours actuel des actions et le prix des options. Puisque pour des raisons d'équilibre l'on n'effectue pas un calcul endogène du cours des actions, l'on ne prend pas non plus en compte l'effet diversificateur des options dans le cadre des portefeuilles de placement. La présente étude suit par contre la voie d'une analyse plus générale de l'équilibre. L'on montre d'abord que le modèle classique du marché des capitaux est impropre à l'usage des options du fait que ce modèle suppose que tous les investisseurs demandent le même portefeuille; en revanche, la variante de Fischer *Black*, qui ne connaît aucune forme de placement sans risque, s'avère pour le traitement de nos questions un instrument approprié. Deux résultats de l'application des principes d'évaluation découlant de ce modèle au problème de l'estimation des options doivent être soulignés:

— Il n'existe en général aucune relation fonctionelle entre le cours actuel des actions et le prix des options, mais bien un rapport procédant du comportement futur (incertain) du cours dans l'évolution du marché entre cours actuel et prix d'option.

— Même si des conditions préalables particulières impliquent un lien fonctionnel entre le cours actuel des actions et le prix des options, cette relation ne correspondra à celle induite de la théorie de l'« option pricing » que dans un marché neutre au point de vue des risques.

Outre à ces résultats, l'étude s'intéresse également au problème de l'évaluation des certificats d'options (warrants). Il s'avère que dans des conditions simples, les warrants après prise en considération de leur effet d'augmentation du capital doivent être traités formellement comme des options d'achat. Dans les mêmes conditions, l'on constate que l'émission de warrants n'a aucun effet

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.11.4.497 | Generated on 2025-07-26 14:56:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/

sur la valeur de marché de l'entreprise émettrice — ce qui constitue une variante particulière du théorème de *Modigliani* et de *Miller* sur l'invariabilité des coûts du capital face à des modifications de la structure de ce capital.

DOI https://doi.org/10.3790/ccm.11.4.497 | Generated on 2025-07-26 14:56:18
OPEN ACCESS | Licensed under CC BY 4.0 | https://creativecommons.org/about/cclicenses/