

# Investitionsneutrale Steuersysteme unter Unsicherheit – Eine realoptionstheoretische Analyse

Von Rainer Niemann

## 1. Einleitung

Die Literatur zur Theorie der Realoptionen hat seit Ende der achtziger Jahre beständig zugenommen<sup>1</sup> und umfaßt inzwischen Modelle, die in ihrem Komplexitätsgrad und Anwendungsbereich<sup>2</sup> weit über das anfängliche Gebiet der rohstoffnahen Investitionen hinausreichen<sup>3</sup>. Probleme der Besteuerung jedoch werden in der vorliegenden Literatur überwiegend vernachlässigt<sup>4</sup>. Umgekehrt findet sich im Schrifttum zur Betriebswirtschaftlichen Steuerlehre, die sich bereits seit langem mit Fragen der Besteuerung unter Unsicherheit auseinandersetzt<sup>5</sup>, kein Ansatzpunkt zur Realoptionstheorie. Die vorliegende Arbeit stellt daher einen Versuch dar, einige Fragen zur Besteuerung bei unsicheren Erwartungen mit Hilfe des Instrumentariums der Realoptionstheorie genauer zu analysieren.

## 2. Problemstellung

In der wirkungsorientierten Literatur zur Betriebswirtschaftlichen Steuerlehre<sup>6</sup> spielt der Begriff der Entscheidungsneutralität der Besteuerung eine zentrale Rolle. So sind in den dort verwendeten Modellen unter Sicherheit bereits seit langem investitionsneutrale Steuersysteme bekannt: Die Cash-Flow-Steuer<sup>7</sup>, die in Gestalt der zinsbereinigten Einkommensteuer bereits in die Praxis umgesetzt wurde<sup>8</sup>, sowie die Besteuerung des ökonomischen

---

\* Verantwortlicher Herausgeber / editor in charge: S. H.

<sup>1</sup> Vgl. insbesondere die Arbeiten von Dixit (1989); Pindyck (1991); Dixit und Pindyck (1994); McDonald und Siegel (1986); Trigeorgis (1996).

<sup>2</sup> Vgl. z. B. Trigeorgis (1996); Scheffen (1995).

<sup>3</sup> Vgl. z. B. Paddock, Siegel und Smith (1988).

<sup>4</sup> Eine Ausnahme bilden Harchaoui und Lasserre (1996).

<sup>5</sup> Vgl. z. B. Schneider (1977).

<sup>6</sup> Vgl. z. B. Wagner und Dirrigl (1980); Siegel (1982); Schneider (1992).

<sup>7</sup> Vgl. Brown (1948).

mischen Gewinns<sup>9</sup> als Spezialfälle allgemeiner investitionsneutraler linearer Steuersysteme<sup>10</sup>.

Der vorliegende Beitrag wendet sich ebenfalls der Frage nach investitionsneutralen Steuersystemen unter Unsicherheit zu, greift dabei jedoch auf die Methoden der Realoptionstheorie zurück. Nach einer Einführung in die Modellstruktur erfolgt die Problemformulierung unter Berücksichtigung der Besteuerung, an die sich die Herleitung investitionsneutraler Steuersysteme anschließt. Es wird das Modell unendlicher Optionslaufzeit betrachtet, um die in dieser Struktur möglichen analytischen Lösungen zu nutzen. Es erfolgt eine Beschränkung auf risikoneutrale Entscheidungsträger, um auf die Effekte der Irreversibilität und Unsicherheit hinzuweisen, die auch bei nicht risikoaversen Investoren auftreten.

### 3. Anmerkungen zu Realoptionen

Realoptionen sind unternehmerische Handlungsmöglichkeiten, die im Zusammenhang mit Realinvestitionsobjekten auftreten. Die häufigsten in der Literatur beschriebenen Realoptionen<sup>11</sup> sind die Investitions- oder Warteoption, die Option auf stufenweise Investitionsdurchführung, die Liquidationsoption, sowie die Option, zwischen verschiedenen Betriebszuständen zu wechseln. Allen Realoptionen ist gemein, daß sie nur dann die Handlungsspielräume von Entscheidungsträgern erweitern, wenn Unsicherheit über zukünftige Umweltsituationen und zumindest teilweise Irreversibilität von Entscheidungen vorliegt<sup>12</sup>.

In der Literatur zur Realoptionstheorie bleibt z. T. unklar, wie Realoptionen entstehen<sup>13</sup>. Dabei entsteht bisweilen der Eindruck, Realoptionen seien freie Güter, würden aber dennoch einen positiven Wert besitzen. Einem solchen Anschein ist wegen der Nicht-Existenz eines „Free lunch“ zu widersprechen. Im vorliegenden Beitrag werden Realoptionen daher stets als originär oder derivativ erworben betrachtet, d. h. es wird davon ausgegangen, daß sie entweder infolge der früheren Durchführung von Investitionen selbst erstellt wurden (originärer Erwerb), oder von Dritten – z. B. in Gestalt von Patenten, Lizenzen oder Rechten – als immaterielle Vermögensgegenstände erworben wurden (derivativer Erwerb). Dieses Konzept ent-

<sup>8</sup> Vgl. Wagner und Wenger (1996); Wagner und Kiesewetter (1996); Kiesewetter (1999).

<sup>9</sup> Vgl. Preinreich (1951); Samuelson (1964); Johansson (1969).

<sup>10</sup> Vgl. König (1997).

<sup>11</sup> Vgl. Trigeorgis (1996), S. 2 f. und die dort angegebenen Quellen.

<sup>12</sup> Vgl. Dixit und Pindyck (1994), S. 3.

<sup>13</sup> Vgl. z. B. Trigeorgis und Mason (1987); Trigeorgis (1993); Trigeorgis (1995).

spricht einer Eigentümeroption im Gegensatz zur Anteilsoption<sup>14</sup>. Eine solche Sichtweise ist erforderlich, da Anteilsoptionen *allen* Marktteilnehmern die Möglichkeit der optimalen zeitlichen Ausübung von Handlungsalternativen eröffnen, während Rechte aus Eigentümeroptionen den Erwerbern vorbehalten bleiben.

Folglich können Realoptionen auch aus steuerlicher Sicht nicht mehr generell ignoriert werden. Für ihre Behandlung in realen Steuersystemen bestehen die folgenden grundsätzlichen Möglichkeiten:

1. Im Falle des originären Erwerbs sind die selbsterstellten Realoptionen nicht von den sie generierenden Investitionsobjekten zu trennen. Dies hat zur Folge, daß die steuerliche Behandlung der Realoptionen der der sie generierenden Investitionsobjekte entspricht. Handelt es sich dabei um aktivierungsfähige Wirtschaftsgüter, so erfolgt eine Abschreibung nach Maßgabe der bei diesen anzuwendenden Abschreibungspläne. Sind die generierenden Investitionsobjekte nicht aktivierungsfähige Ausgaben, kommt es zum sofortigen Abzug als Betriebsausgaben. Es ist zu beachten, daß die mit dem Investitionsobjekt verbundenen Realoptionen steuerlich nicht als solche identifiziert werden und damit keine separate steuerliche Behandlung erfahren können. Bei den generierenden Investitionsobjekten eventuell anfallende Abschreibungsbeträge sind der Realoption daher nicht zurechenbar.
2. Im Falle des derivativen Erwerbs ist die Bilanzierung als immaterielles, abnutzbares Wirtschaftsgut des Anlagevermögens und damit die planmäßige Abschreibung über die betriebsgewöhnliche Nutzungsdauer denkbar. Da die Realoption in diesem Fall als eigenständiges Wirtschaftsgut erfaßt wird, sind ihr eventuelle Abschreibungen zurechenbar.
3. Bei derivativem Erwerb könnte auch eine zu Finanzoptionen analoge Vorgehensweise gewählt werden, bei der die Anschaffungskosten der Option bei Ausübung den Anschaffungskosten des Underlying asset zugerechnet werden und bei Verfall als Betriebsausgaben abziehbar sind.

Die Behandlung von Realoptionen in neutralen Steuersystemen muß sich nicht an dieser Differenzierung orientieren, sondern folgt den jeweiligen modellspezifischen Neutralitätsbedingungen. Auch in idealisierten Steuersystemen kann jedoch auf eine Berücksichtigung von Realoptionen nicht generell verzichtet werden. Die Herleitung investitionsneutraler Steuersysteme erfordert daher grundsätzlich auch Regeln für die neutrale steuerliche Behandlung der Realoptionen. Es kann aber geprüft werden, ob auch nach Einführung exogener Restriktionen hinsichtlich der steuerlichen Realoptionsbehandlung neutrale Steuersysteme möglich sind.

---

<sup>14</sup> Vgl. Scheffen (1995), S. 88.

In realoptionsbasierten Modellen ist die auf dem Kapitalwertkriterium basierende Entscheidungsregel unter Sicherheit wie folgt zu modifizieren: Ein Investitionsobjekt gilt als vorteilhaft, wenn die mit ihm verbundenen Erlöse die Kosten übersteigen, wenn also der Ertragswert zuzüglich der durch die Durchführung der Investition erworbenen Realoptionen die Anschaffungsauszahlung zuzüglich der durch die Investitionsdurchführung aufgegebenen Realoptionen übersteigt. Als Ansatzpunkte für die Integration der Besteuerung werden also der traditionelle Kapitalwert eines Projekts und die nach optionspreistheoretischen Verfahren ermittelten Realoptionswerte herangezogen.

## 4. Modellstruktur

### 4.1 Nichtsteuerliche Modellannahmen

Das vorliegende Modell analysiert eine Realoption vom Typ Warteoption, deren finanzielles Analogon die amerikanische Kaufoption auf Wertpapiere ist. Der Inhaber einer Warteoption besitzt stets zwei Handlungsalternativen: Er kann die Option einerseits weiterhin halten, sofern der Verfalls termin noch nicht erreicht ist, verzichtet dabei aber auf Einzahlungsüberschüsse aus dem realisierbaren Investitionsobjekt. Dies wird im folgenden als Fortführungsalternative bezeichnet. Andererseits besteht die jederzeitige Ausübungsmöglichkeit, bei der der Optionsinhaber gegen Zahlung einer deterministischen Anschaffungsauszahlung ein Investitionsobjekt mit stochastischem Cash-Flow über dem Zeitintervall  $[0; T]$  erhält. Die Ausübung wird auch als Abbruchalternative bezeichnet, da die Option dabei definitiv verlorenght. Von der Berücksichtigung weiterer Realoptionen und damit möglicher Verbundeffekte wird abgesehen.

Als Entscheidungsregel ergibt sich hier: Die Investition ist durchzuführen, wenn der Projektwert die Anschaffungsauszahlung zuzüglich des Wertes der aufgegebenen Warteoption überschreitet. Da das Hauptziel des vorliegenden Beitrags die Untersuchung von Entscheidungswirkungen der Besteuerung ist, kommt es primär darauf an, die Grenze zwischen Fortführungs- und Abbruchregion zu analysieren. Daher wird auch der Spezialfall der unendlichen Laufzeit behandelt, der analytische Lösungen ermöglicht, d. h.  $T \rightarrow \infty$ . Ein weiterer Aspekt der Modellvereinfachung ist die Annahme risikoneutraler Investoren, die getroffen wird, um die Konzentration auf die Effekte der Irreversibilität von Investitionen zu lenken. Es wird gezeigt, daß der Risikoparameter trotz der Risikoneutralität von Investoren Einfluß auf das Investitionsverhalten ausübt.

## 4.2 Annahmen des Steuersystems

Es wird angenommen, daß die hier betrachtete idealisierte Ertragsteuer die einzige Steuerart bildet. Da ein zeitkontinuierliches Modell verwendet wird, wird auch von zeitstetiger Besteuerung ausgegangen. Die Steuerbemessungsgrundlage besteht aus dem Einzahlungsüberschuß  $\pi_P$  abzüglich steuerlich anerkannter Abschreibungen, deren Intensität durch die integrierbaren Funktionen  $d_P$  für das Investitionsobjekt und  $d_O$  für die Warteoption beschrieben ist. Dies bedeutet, daß im infinitesimalen Intervall  $[t; t + dt]$  steuerliche Abschreibungen in Höhe von  $d_P dt$  bzw.  $d_O dt$  geltend gemacht werden können. Die Warteoption wird dabei als grundsätzlich abschreibungsfähig angesehen, da sie eine wertbildende Komponente des Portfolios bildet und a priori steuerlich nicht ignoriert werden darf. Die Abschreibungsintensitäten können Funktionen sowohl der stochastischen Variable  $P$  als auch der Zeit  $t$  sein. Dies ermöglicht die Abbildung deterministischer und stochastischer Abschreibungsverfahren. Weitere Inkongruenzen von Einzahlungsüberschuß und Steuerbemessungsgrundlage existieren nicht.

Der Steuertarif ist symmetrisch und proportional mit dem Satz  $s$ , d. h. es wird ein vollständiger Verlustausgleich unterstellt und von Freibeträgen und Freigrenzen abgesehen. Damit lautet der Cash-Flow des Investitionsobjektes nach Steuern  $\pi_P^s$ :

$$(1) \quad \pi_P^s = \pi_P - s(\pi_P - d_P) = (1 - s)\pi_P + s d_P .$$

Für den Cash-Flow der Warteoption  $\pi_O^s$  gilt im allgemeinen Fall:

$$(2) \quad \pi_O^s(t) = \pi_O(t) - s[\pi_O(t) - d_O] = \underbrace{(1 - s)\pi_O(t)}_{=0} + s d_O = s d_O .$$

Da neutrale Steuersysteme hergeleitet werden sollen, wird zunächst angenommen, daß die Abschreibungsintensitäten nicht vorzeichenbeschränkt sind, d. h. auch Zuschreibungen möglich sind:  $d_P, d_O \in \mathbb{R}$ . Im Rahmen einer weiteren Analyse können exogene Restriktionen hinsichtlich der Abschreibungen eingefügt werden. Z. B. kann von Interesse sein, ob auch bei einem Abschreibungsverbot für Realoptionen ( $d_O = 0$ ), das der Behandlung originär erworbener Realoptionen nach geltendem Recht entspricht, neutrale Steuersysteme existieren können.

Flüssige Mittel können am Kapitalmarkt zum risikolosen Zinssatz  $r$  angelegt bzw. aufgenommen werden. Habenzinsen sind mit dem Anteil  $\gamma$  steuerpflichtig, Sollzinsen mit dem Anteil  $\gamma$  abzugsfähig. Nimmt man an, daß der Kalkulationszinsfuß vor Steuern  $r$  von der Existenz des Steuersystems unberührt bleibt, so beträgt der Kalkulationszinsfuß nach Steuern  $r_s$ :

$$(3) \quad r_s = (1 - \gamma s) r .$$

Es wird sofortige Besteuerung unterstellt, um von durch das Besteuerungsverfahren induzierten Zinseffekten abstrahieren zu können.

### 4.3 Modellierung unsicherer Zahlungen

Der Projekt-Cash-Flow  $\pi_P(P, t)$  ist im allgemeinen Fall eine Funktion der positiven stochastischen Variable  $P$  und der Zeit  $t$ . Aus Vereinfachungsgründen wird hier angenommen, daß der Cash-Flow mit  $P$  übereinstimmt:  $\pi_P(P, t) = P$ . Negative Einzahlungsüberschüsse sind damit zwar ausgeschlossen, können jedoch auf einfache Weise modelliert werden<sup>15</sup>.

Die stochastische Variable  $P$  folgt einer geometrischen Brownschen Bewegung<sup>16</sup>:

$$(4) \quad \frac{dP}{P} = \alpha dt + \sigma dz .$$

mit:  $\alpha \in \mathbb{R}$ : Driftrate

$\sigma > 0$ : Volatilität (Momentan-Standardabweichung)

Hierbei ist  $dz$  das Inkrement eines Standard-Wiener-Prozesses, so daß gilt<sup>17</sup>:

$$(5) \quad \mathbb{E}[dz] = 0, \quad \text{Var}[dz] = \mathbb{E}[(dz)^2] - [\mathbb{E}(dz)]^2 = \mathbb{E}[(dz)^2] = dt .$$

Bei der Differentiation von Funktionen stochastischer Variablen wird das Theorem von Itô<sup>18</sup> benötigt. Für das Differential der Funktion  $F(P, t)$  gilt demzufolge:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{\partial F}{\partial P} dP + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} (dP)^2 .$$

Unter der Annahme, daß die Funktion  $F$  nicht explizit von der Zeit  $t$  abhängig ist, entfällt die partielle Ableitung  $\frac{\partial F}{\partial t}$ . Einsetzen von (4) ergibt nach Umformung:

<sup>15</sup> Vgl. Dixit und Pindyck (1994), S. 186 ff.

<sup>16</sup> Die Annahme einer geometrischen Brown'schen Bewegung ist aus der finanziellen Optionspreistheorie entlehnt und wird dort typischerweise zur Modellierung von Aktienkursentwicklungen verwendet. Vgl. z. B. Black und Scholes (1973).

<sup>17</sup> Vgl. z. B. Klump (1985), S. 183 f.

<sup>18</sup> Vgl. z. B. Øksendal (1998), S. 44.

$$(6) \quad dF = \left( \frac{1}{2} \sigma^2 P^2 \frac{d^2 F}{dP^2} dt + \alpha P \frac{dF}{dP} \right) dt + \sigma P \frac{dF}{dP} dz + o(dt).$$

$o(dt)$ : Terme, die schneller gegen null konvergieren als  $dt$ :  $\lim_{dt \rightarrow 0} \frac{o(dt)}{dt} = 0$

Aufgrund der Annahme der Risikoneutralität kann bei den späteren Herleitungen auf den Erwartungswert des stochastischen Differentials zurückgegriffen werden. Dieser lautet wegen  $E[dz] = 0$  unter Vernachlässigung von  $o(dt)$ :

$$(7) \quad \frac{E[dF]}{dt} = \frac{1}{2} \sigma^2 P^2 \frac{d^2 F}{dP^2} + \alpha P \frac{dF}{dP}.$$

#### 4.4 Projektwert

Die hier verwendete Modellstruktur läßt ausschließlich die Existenz einer Warteoption zu. Damit ist die Realisierung des Investitionsobjekts vollständig irreversibel. Die Weiterveräußerung eines realisierten Projekts ist nicht möglich, da dies die Existenz einer Liquidationsoption erfordern würde. Mit der Durchführung einer Investition und der damit verbundenen Vernichtung der Warteoption werden keine weiteren Realloptionen, sondern lediglich die mit dem Projekt verbundenen Einzahlungsüberschüsse erworben. Für einen risikoneutral eingestellten Investor besteht der Wert eines realisierten Projekts daher ausschließlich in seinem erwarteten Ertragswert. Da rational handelnde Wirtschaftssubjekte Nettogrößen optimieren, werden in den folgenden Herleitungen Werte *nach* Integration der Besteuerung verwendet. Die als Referenz benötigten vorsteuerlichen Werte ergeben sich für den Spezialfall eines Steuersatzes von null.

Da sich die Einzahlungsüberschüsse nach Steuern aus den versteuerten Brutto-Einzahlungsüberschüssen einerseits und der abschreibungsbedingten Steuer(minder)zahlung andererseits zusammensetzen, ist es möglich, auch den Projektwert in zwei Komponenten zu zerlegen: Der erwartete abschreibungsbereinigte Nach-Steuer-Ertragswert  $V_s$  ist definiert als:

$$(8) \quad V_s(P) = E \left[ \int_0^\infty (1-s) P(t) e^{-r_s t} dt \right] = \int_0^\infty (1-s) P e^{\alpha t} e^{-r_s t} dt = \frac{(1-s)P}{r_s - \alpha}.$$

Der erwartete Abschreibungsbarwert als zweite Wertkomponente des Projekts beträgt:

$$(9) \quad E[D_P] = E \left[ \int_0^\infty d_P e^{-r_s t} dt \right] = \int_0^\infty E[d_P] e^{-r_s t} dt.$$

Die aus dem erwarteten Abschreibungsbarwert resultierende Steuererstattung kann in voller Höhe als Bestandteil des Projektwertes betrachtet werden, da der Investor risikoneutral ist und die Abschreibungsbeträge aufgrund des unterstellten vollständigen Verlustausgleichs in vollem Umfang steuerlich wirksam werden. Der Gesamtwert  $V_s^G$  eines realisierten Projekts lautet damit:

$$(10) \quad V_s^G = \frac{(1-s)P}{r_s - \alpha} + s E[D_P].$$

#### 4.5 Optionswert

Die Herleitung des Optionswertes erfolgt in der finanziellen Optionspreistheorie und in weiten Teilen der Realoptionstheorie unter Verwendung eines sogenannten risikolosen Hedge-Portfolios, bestehend aus der Warteoption und Leerverkäufen des Investitionsobjekts. Hiervon wird im folgenden abgesehen, da typischerweise weder Leerverkäufe des betrachteten Investitionsobjekts noch eine Duplikation der Zahlungsströme des Objekts durch am Markt gehandelte Vermögensgegenstände möglich sind<sup>19</sup>.

Die hier gewählte Vorgehensweise basiert demgegenüber auf dem Bellman'schen Optimalitätsprinzip der dynamischen Programmierung<sup>20</sup> in Verbindung mit einer präferenzabhängigen Bewertung. Zur Operationalisierung ist zwischen Fortführungs- und Abbruchregion zu separieren. Zunächst wird lediglich die Fortführungsregion betrachtet, da der Wert einer noch existierenden Option zu ermitteln ist. Auf den Übergang von der Fortführungs- zur Abbruchregion wird später eingegangen.

Befindet sich die stochastische Variable  $P$  im Zeitpunkt  $t$  im Inneren der Fortführungsregion und kann damit mit einer Wahrscheinlichkeit von eins ausgeschlossen werden, daß  $P$  innerhalb des nächsten infinitesimalen Zeitintervalls  $[t; t + dt]$  die Abbruchregion erreicht und die Option ausgeübt wird, so besteht der Ertrag einer Investitionsoption während eines Intervalls der Länge  $dt$  aus ihrer erwarteten Wertänderung während dieses Intervalls und der durch Abschreibungen auf die Option verursachten Steuererminderzahlung. Letztere wird zunächst vom „Flexibilitätswert“ der Option getrennt und separat erfaßt. Der Gesamtwert einer Option  $F_s^G$  setzt sich damit aus dem „Flexibilitätswert“  $F_s$  und dem erwarteten Barwert der abschreibungsbedingten Steuererminderzahlung  $s E[D_O]$  zusammen<sup>21</sup>.

<sup>19</sup> Der hierzu notwendige Wiederholungscharakter von Realinvestitionen ist nur in Ausnahmefällen gegeben, z. B. im Fall rohstoffnaher Investitionen, insbesondere in der Mineralölindustrie und im Erzbergbau; vgl. z. B. Brennan und Schwartz (1985); Paddock, Siegel und Smith (1988).

<sup>20</sup> Vgl. z. B. Kamien und Schwartz (1991), S. 259 ff.

Aufgrund der angenommenen Risikoneutralität der Investoren ist die erwartete Wertsteigerung der Warteoption mit der risikolosen Verzinsung des Optionswertes  $F_s$  gleichzusetzen. Bei den verwendeten Größen handelt es sich – wie auch beim Projektwert – um nachsteuerliche Werte. Gleichsetzen von erwarteter Wertsteigerung und risikoloser Verzinsung des Optionswertes nach Steuern  $F_s$  ergibt:

$$(11) \quad r_s F_s \stackrel{!}{=} \frac{E[dF_s]}{dt}.$$

Unter Verwendung von (7) ergibt sich:

$$(12) \quad \frac{1}{2} \sigma^2 P^2 \frac{d^2 F_s}{dP^2} + \alpha P \frac{dF_s}{dP} - r_s F_s = 0.$$

Damit liegt eine gewöhnliche Differentialgleichung vor, da unendliche Laufzeit der Warteoption vorausgesetzt wird und der Optionswert somit nicht explizit von der Zeit  $t$  abhängig ist. Es handelt sich um eine sog. Euler'sche Differentialgleichung<sup>22</sup>, deren Lösungen folgende Gestalt aufweisen:

$$(13) \quad F_s(P) = P^{\lambda^s}, \quad \lambda^s \in \mathbb{C}.$$

Durch Einsetzen in (12) erhält man:

$$(14) \quad \frac{1}{2} \sigma^2 (\lambda^s)^2 + \left( \alpha - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \lambda^s - r_s = 0.$$

Diese quadratische Gleichung in  $\lambda^s$  besitzt die beiden reellwertigen Nullstellen:

$$(15) \quad \lambda_{1/2}^s = -\frac{\alpha}{\sigma^2} + \frac{1}{2} \pm \sqrt{\left( \frac{\alpha}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{2r_s}{\sigma^2}}.$$

Für das weitere Vorgehen ist die Annahme  $\alpha < r_s$  erforderlich. Sie besagt, daß die erwartete Wachstumsrate des stochastischen Prozesses unterhalb der risikolosen Verzinsung nach Steuern liegt. Dies ist erforderlich, um auszuschließen, daß durch Verschuldung zum risikolosen Zins  $r_s$  und Investition in mit der erwarteten Rate  $\alpha$  wachsende Werte risikofreie Arbitragege-

<sup>21</sup> Im folgenden wird mit der Bezeichnung „Optionswert“ lediglich der Flexibilitätswert  $F_s$  beschrieben. Für die Summe aus Flexibilitätswert und Steuererminderzahlung wird der Begriff „Gesamtwert (der Option)“ verwendet.

<sup>22</sup> Vgl. z. B. Wenzel und Meinhold (1994), S. 63 ff.

winne erzielt werden können. In diesem Fall kann durch Einsetzen in Gleichung (14) überprüft werden, daß gilt:

$$\lambda_1^s > 1, \lambda_2^s < 0 .$$

Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung ergibt sich als Linearkombination beider Lösungen:

$$(16) \quad F_s(P) = A_1^s P^{\lambda_1^s} + A_2^s P^{\lambda_2^s}, \quad A_1^s, A_2^s = \text{const.}$$

Zur eindeutigen Bestimmung des Optionswertes ist die Beachtung von Randbedingungen erforderlich, die sich z. T. im Zusammenhang mit dem Projektwert ergeben. Da der Wert null eine natürliche Barriere für eine geometrische Brown'sche Bewegung bildet, beträgt der Barwert aller zukünftigen Cash-Flows für  $P = 0$  null:

$$(17) \quad V_s(0) = 0 .$$

In diesem Fall kann die Ausübung der Option nicht in Betracht kommen, da zur Vermeidung von Arbitragemöglichkeiten angenommen werden muß, daß die abschreibungsbedingte Steuererstattung die Anschaffungskosten des Investitionsobjekts in jedem Fall unterschreitet:

$$(18) \quad s D_P < I_0 \quad \forall P .$$

Für den Fall  $P = 0$  beträgt der Flexibilitätswert der Option  $F_s$  folglich null; der gesamte Optionswert  $F_s^G$  besteht ausschließlich im erwarteten Barwert der abschreibungsbedingten Steuererstattungen auf die Option:

$$(19) \quad F_s^G(0) = F_s(0) + s E[D_O(0)] = s E[D_O(0)] .$$

Wegen  $\lambda_2^s < 0$  gilt:  $\lim_{P \rightarrow 0} P^{\lambda_2^s} = \infty$ . Aus Konvergenzgründen muß der Koeffizient  $A_2^s$  den Wert null annehmen. Dies ist auch aus ökonomischer Sicht einleuchtend: Ist  $P$  sehr klein, so ist auch die Wahrscheinlichkeit dafür, daß  $P$  einen für die Ausübung der Warteoption hinreichend hohen Wert erreicht, sehr gering. Der Optionswert muß daher ebenfalls nahe bei null liegen. Der Wert der Warteoption beträgt somit:

$$(20) \quad F_s(P) = A_1^s P^{\lambda_1^s} .$$

Neben dem Koeffizienten  $A_1^s$  ist die kritische Schwelle  $P_s^*$  des stochastischen Prozesses zu bestimmen, bei der die Warteoption ausgeübt wird. Die

Existenz dieser Schwelle läßt sich ökonomisch damit begründen, daß die Opportunitätskosten des verlängerten Abwartens mit steigendem  $P$  anwachsen und schließlich die durch eine Optionsausübung bedingte Wertevernichtung übersteigen. Formal besitzt das Problem die Struktur eines freien Randwertproblems, dessen freier Rand durch die Schwelle  $P_s^*$  beschrieben ist.

Zur Ermittlung von  $A_1^s$  und  $P_s^*$  sind zwei weitere Nebenbedingungen erforderlich, die in Gestalt von Stetigkeits- und Differenzierbarkeitsbedingungen an der Schwelle der Optionsausübung auftreten. Es läßt sich zeigen<sup>23</sup>, daß Stetigkeit (Value Matching) und Differenzierbarkeit (Smooth Pasting) der Options- bzw. Projektwerte an der Stelle  $P_s^*$  gefordert werden müssen, um zu gewährleisten, daß die Ausübung gerade hier optimal ist. Im vorliegenden Fall bedeutet dies, daß der gesamte Projektwert  $V_s^G$  im Ausübungszeitpunkt dem gesamten Optionswert  $F_s^G$  zuzüglich der Anschaffungsauszahlung  $I_0$  entsprechen muß und die Ableitungen der gesamten Projekt- und Optionswerte an der Stelle  $P_s^*$  identisch sind<sup>24</sup>:

$$(21) \quad F_s^G(P_s^*) + I_0 = V_s^G(P_s^*)$$

$$(22) \quad \frac{dF_s^G(P_s^*)}{dP} = \frac{dV_s^G(P_s^*)}{dP}.$$

Nach Einsetzen in (20) und (8) erhält man:

$$(23) \quad A_1^s (P_s^*)^{\lambda_1^s} + s E[D_O(P_s^*)] + I_0 = \frac{(1-s)P_s^*}{r_s - \alpha} + s E[D_P(P_s^*)]$$

$$(24) \quad \lambda_1^s A_1^s (P_s^*)^{\lambda_1^s - 1} + s \frac{dE[D_O(P_s^*)]}{dP} = \frac{1-s}{r_s - \alpha} + s \frac{dE[D_P(P_s^*)]}{dP}.$$

Division von (23) durch (24) liefert nach Umformung:

$$(25) \quad P_s^* = \frac{\lambda_1^s \left( I_0 - s E[D_P(P_s^*) - D_O(P_s^*)] \right)}{(\lambda_1^s - 1) \frac{1-s}{r_s - \alpha} - s \frac{dE[D_P(P_s^*) - D_O(P_s^*)]}{dP}}.$$

Durch diese – im allgemeinen nichtlineare – Gleichung ist die kritische Schwelle der Investitionsdurchführung  $P_s^*$  implizit bestimmt. Ohne weitere Annahmen hinsichtlich der funktionalen Abhängigkeit der erwarteten Abschreibungsbarwerte von der stochastischen Variable  $P$  ist jedoch keine Ver-

<sup>23</sup> Vgl. Dixit (1993), S. 31; Dixit und Pindyck (1994), S. 130 ff.

<sup>24</sup> Vgl. Pindyck (1991), S. 1129.

einfachung der Gleichung und damit auch keine analytische Lösung von  $P_s^*$  möglich. Für die Identifikation neutraler Steuersysteme ist daher eine Beschränkung auf analytisch lösbare Spezialfälle erforderlich. Als Referenzfall ist jedoch zunächst der steuerfreie Fall heranzuziehen, der sich für  $s = 0$  ergibt. Für diese Parametersetzung existiert auch eine analytische Lösung des Problems:

$$(26) \quad r_s = r \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_1^s|_{s=0} = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{\alpha}{\sigma^2}\right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}},$$

und damit<sup>25</sup>:

$$(27) \quad P^* = P_s^*|_{s=0} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - 1} (r - \alpha) I_0$$

$$(28) \quad \underbrace{\frac{P^*}{r - \alpha}}_{V(P^*)} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - 1} I_0.$$

Gleichung (28) verdeutlicht den Unterschied zum Entscheidungskriterium unter Sicherheit: Für die Vorteilhaftigkeit eines Investitionsobjekts ist es nicht mehr ausreichend, daß der Ertragswert die Anschaffungsauszahlung mindestens erreicht, sondern daß er sie mindestens um den Faktor  $\frac{\lambda_1}{\lambda_1 - 1}$  übersteigt, der für realistische Werte von  $\alpha$ ,  $r$  und  $\sigma^2$  zwei bis drei betragen kann. Da der Multiplikator  $\frac{\lambda_1}{\lambda_1 - 1}$  eine monoton steigende Funktion des Volatilitätsparameters  $\sigma$  bildet, wird der Grad der Unsicherheit auch für die hier als risikoneutral angenommenen Investoren entscheidungsrelevant.

Um den Optionswert vor Steuern eindeutig angeben zu können, ist der Parameter  $A_1$  zu berechnen. Einsetzen von (27) in (24) und Umformung liefert:

$$(29) \quad A_1 = A_1^s|_{s=0} = I_0^{1-\lambda_1} (r - \alpha)^{-\lambda_1} \lambda_1^{-\lambda_1} (\lambda_1 - 1)^{\lambda_1 - 1}.$$

## 5. Investitionsneutrale Steuersysteme

### 5.1 Allgemeines

Zu den wichtigsten Desiderata eines Steuersystems zählt in der Betriebswirtschaftlichen Steuerlehre die Entscheidungsneutralität der Besteuerung. Ist diese a priori nicht bekannt, entsteht die Notwendigkeit der Steuerpla-

<sup>25</sup> Vgl. z. B. Dixit und Pindyck (1994), S. 142.

nung und damit zusätzliche Kosten, da die Möglichkeit einer Änderung der Vorteilhaftigkeitsrangfolge von Entscheidungsalternativen durch die Besteuerung besteht und rational handelnde Entscheidungsträger grundsätzlich Zielgrößen nach Steuern optimieren.

Die Entscheidungsneutralität der Besteuerung ist stets von der verwendeten Modellstruktur abhängig, so daß die aus einem Modell abgeleiteten Neutralitätsaussagen im allgemeinen nur dann Gültigkeit besitzen, wenn es das Entscheidungsverhalten von Steuerpflichtigen korrekt abbildet. Da Entscheidungsmodelle die Realität lediglich approximieren können, bildet die Entscheidungsneutralität der Besteuerung ein theoretisches Ideal, das nicht notwendigerweise realisierbar ist. Dies ist insbesondere vor dem Hintergrund der Risikoneigung von Investoren zu betrachten. So wird im vorliegenden Modell zwar Risikoneutralität unterstellt, und es werden auf dieser Grundlage auch investitionsneutrale Steuersysteme hergeleitet. Eine Schlußfolgerung über Steuereinflüsse in Anbetracht der unbekanntenen tatsächlichen Risikoeinstellung von Entscheidungsträgern kann daraus jedoch nicht gezogen werden.

Es ist ein Kriterium bereitzustellen, anhand dessen die Entscheidungsneutralität der Besteuerung unter Unsicherheit verifiziert oder falsifiziert werden kann. Hierin liegt die Funktion der kritischen Schwellen  $P^*$  bzw.  $P_s^*$ . Notwendig und hinreichend für die Neutralität der Besteuerung bezüglich der Entscheidung zwischen Ausübung der Warteoption und damit Durchführung einer Investition einerseits und dem weiteren Abwarten andererseits (=Unterlassungsalternative) ist die Identität der kritischen Werte vor und nach Steuern:

$$(30) \quad P^* \equiv P_s^* .$$

Die Notwendigkeit basiert auf der Tatsache, daß bei Nicht-Identität der kritischen Werte Realisationen des stochastischen Prozesses denkbar sind, in denen die Ausübungsentscheidung vor und nach Steuern unterschiedlich getroffen wird, was einer Umkehrung der Vorteilhaftigkeit von Handlungs- und Unterlassungsalternative gleichkommt. Im Fall  $P^* < P_s^*$  entstehen folgende Entscheidungskombinationen:

Intervall	vor Steuern	nach Steuern
$P < P^*$	Warten	Warten
$P^* \leq P < P_s^*$	Investieren	Warten
$P \geq P_s^*$	Investieren	Investieren

Es kann also ein nichtleeres Intervall  $[P^*; P_s^*]$  existieren, in dem die Rangfolge von Handlungsmöglichkeiten differiert; dies gilt analog für den Fall

$P^* > P_s^*$ . Die Identität der Preisschwellen ist hinreichend für Entscheidungsneutralität, da das Intervall ungleicher Entscheidungen dann entfällt.

Die Entscheidungsneutralität soll bei gegebenem Steuersatz  $s$  und Zinsbesteuerungsparameter  $\gamma$  gelten. Als freie Parameter verbleiben somit die erwarteten Abschreibungsbarwerte  $E[D_P]$  und  $E[D_O]$ . Da die kritische Investitionsschwelle  $P_s^*$  im allgemeinen Fall nicht analytisch darstellbar ist, werden zwei Spezialfälle analysiert.

## 5.2 Deterministische Abschreibungsverfahren

Deterministische Abschreibungsverfahren sind von der stochastischen Variable  $P$  funktional unabhängig. Damit gilt:

$$(31) \quad D_P, D_O = \text{const.}$$

$$(32) \quad \frac{dD_P}{dP} = \frac{dD_O}{dP} = 0.$$

In diesem Fall lautet die kritische Investitionsschwelle nach Steuern  $P_s^*$  nach Umformung von (25):

$$(33) \quad P_s^* = \frac{\lambda_1^s}{\lambda_1^s - 1} \frac{r_s - \alpha}{1 - s} [I_0 - s(D_P - D_O)].$$

Gleichsetzen der kritischen Schwellen vor und nach Steuern und Auflösen der Gleichung nach der Differenz der Abschreibungsbarwerte  $D_P - D_O$  ergibt:

$$(34) \quad \begin{aligned} P^* &\stackrel{!}{=} P_s^* \\ \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - 1} (r - \alpha) I_0 &= \frac{\lambda_1^s}{\lambda_1^s - 1} \frac{r_s - \alpha}{1 - s} [I_0 - s(D_P - D_O)] \\ D_P - D_O &= \frac{I_0}{s} \left[ 1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - 1} \frac{\lambda_1^s - 1}{\lambda_1^s} \frac{(r - \alpha)(1 - s)}{r_s - \alpha} \right]; \quad 0 < s < 1. \end{aligned}$$

Dieser Ausdruck hängt neben den nichtsteuerlichen Parametern  $r, \alpha$  und  $\sigma^2$  vom Steuersatz  $s$  und dem Zinsbesteuerungsparameter  $\gamma$  ab. Bei – zumindest partieller – Zinsbesteuerung ( $0 < \gamma \leq 1$ ) ist eine markante Vereinfachung nicht möglich. Im Spezialfall der Steuerfreiheit von Zinsen dagegen ( $\gamma = 0$ ) entspricht die investitionsneutrale Abschreibungsbarwertdifferenz unabhängig vom Steuersatz den Brutto-Anschaffungskosten des Investitionsobjekts:

$$\begin{aligned}
 & \gamma = 0, \quad r = r_s, \quad \lambda_1 = \lambda_1^s, \\
 (35) \quad & \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_1^s} \frac{\lambda_1^s - 1}{\lambda_1 - 1} = 1, \quad \frac{(r - \alpha)(1 - s)}{r_s - \alpha} = 1 - s \\
 & \Rightarrow D_P - D_O|_{\gamma=0} = \frac{I_0}{s} (1 - (1 - s)) = I_0.
 \end{aligned}$$

Einen bekannten Spezialfall dieser neutralen Abschreibungsbarwertdifferenz bildet die Cash-Flow-Steuer, bei deren Anwendung die gesamte Anschaffungsauszahlung eines Investitionsobjekts sofort abgeschrieben wird ( $D_P = 1$ ). Für in der Vergangenheit angeschaffte Investitionsobjekte, zu denen auch die hier vorliegende Warteoption zählt, ist dagegen keine weitere Abschreibung möglich ( $D_O = 0$ ), da die Sofortabschreibung bereits in Anspruch genommen wurde. Die Cash-Flow-Steuer ist folglich auch in der hier verwendeten Modellstruktur als investitionsneutral zu bezeichnen.

Eine Variante der Cash-Flow-Steuer stellt die zinsbereinigte Einkommensteuer<sup>26</sup> dar. Im System der zinsbereinigten Einkommensteuer ist eine kalkulatorische Eigenkapitalverzinsung in Höhe des Kapitalmarktzinses steuerlich abzugsfähig, was dazu führt, daß der Abschreibungsbarwert unabhängig von der zeitlichen Struktur der Abschreibungsverrechnung stets den Anschaffungskosten entspricht.

### 5.3 Besteuerung des ökonomischen Gewinns

Da analytische Lösungen für die kritische Investitionsschwelle im allgemeinen Fall stochastischer Abschreibungsverfahren nicht hergeleitet werden können, erfolgt hier lediglich die Betrachtung eines wichtigen Spezialfalls in Gestalt der Besteuerung des ökonomischen Gewinns. Die für diese charakteristische Ertragswertabschreibung bei gleichzeitiger Zinsbesteuerung ( $\gamma = 1$ ) gewährleistet steuersatzinvariante Ertragswerte. Allgemein lautet die Ertragswertabschreibung<sup>27</sup>:

$$(36) \quad d_P^{\ddot{O}G} = \pi_P - rV.$$

Da  $V$  als erwarteter vorsteuerlicher Ertragswert definiert ist, gilt:

$$(37) \quad d_P^{\ddot{O}G} = P - r \frac{P}{r - \alpha} = - \frac{\alpha}{r - \alpha} P.$$

<sup>26</sup> Vgl. Kiesewetter (1999).

<sup>27</sup> Vgl. Samuelson (1964), S. 605; Schneider (1992), S. 220. Die Notation ist an die hier verwendete Symbolik angepaßt.

Ist die Driftrate  $\alpha$  des stochastischen Prozesses positiv, so ist eine Ertragswertzuschreibung vorzunehmen. Der erwartete Barwert der Ertragswertabschreibung über dem Intervall  $[0; \infty]$  beläuft sich auf:

$$(38) \quad \mathbb{E}\left[D_P^{\ddot{O}G}(P)\right] = -\frac{\alpha}{r-\alpha} \int_0^\infty \mathbb{E}[P] e^{-r_s t} dt = -\frac{\alpha}{r-\alpha} \frac{1}{r_s-\alpha} P.$$

Als Gesamtwert nach Steuern  $V_s^G$  des realisierten Projekts ergibt sich damit gemäß (8) und (10):

$$(39) \quad \begin{aligned} V_s^G &= \frac{1-s}{r_s-\alpha} P - \frac{\alpha}{r-\alpha} \frac{s}{r_s-\alpha} P = \frac{P}{r_s-\alpha} \left[ (1-s) - \frac{s\alpha}{r-\alpha} \right] \\ &= P \frac{1}{r_s-\alpha} \left[ \frac{(1-s)(r-\alpha) - s\alpha}{r-\alpha} \right] = \frac{P}{r-\alpha} \left[ \frac{(1-s)(r-\alpha) - s\alpha}{(1-s)r-\alpha} \right] \\ &= \frac{P}{r-\alpha} = V_s(P)|_{s=0} = V(P). \end{aligned}$$

Somit stimmen auch im hier verwendeten Kalkülyp die vor- und nachsteuerlichen Projektwerte überein. Zur vollständigen Implementation der Besteuerung des ökonomischen Gewinns ist jedoch auch die Ertragswertabschreibung auf die Warteoption zu modellieren. Der vorsteuerliche Optionswert beträgt gemäß (29)  $F(P) = A_1 P^{\lambda_1}$ . Da die Warteoption keinen vorsteuerlichen Cash-Flow aufweist, lautet die ihr zurechenbare Ertragswertabschreibung:

$$(40) \quad d_O^{\ddot{O}G} = -r A_1 P^{\lambda_1} < 0,$$

es ist also eine permanente Ertragswertzuschreibung vorzunehmen, der Abschreibungsbarwert ist daher negativ. Der der Warteoption zurechenbare Cash-Flow nach Steuern beläuft sich folglich auf

$$(41) \quad \pi_O^s = s d_O^{\ddot{O}G} = -s r A_1 P^{\lambda_1}.$$

Da die Abschreibungsintensität nunmehr als explizite Funktion der stochastischen Variable  $P$  definiert ist, ist es möglich, sie in die den Optionswert determinierende Differentialgleichung zu integrieren. Die bislang aus Vereinfachungsgründen vorgenommene Separation von Flexibilitätswert der Option und abschreibungsbedingter Steuererstattung kann damit aufgehoben werden; die Lösung der Differentialgleichung

$$(42) \quad \frac{1}{2} \sigma^2 P^2 \frac{d^2 F_s^G(P)}{dP^2} + \alpha P \frac{dF_s^G(P)}{dP} - (1-s) r F_s^G(P) - s r A_1 P^{\lambda_1} = 0$$

bildet den gesamten Optionswert  $F_s^G(P)$ . Dieser lautet:

$$(43) \quad F_s^G(P) = \frac{s r A_1 P_1^\lambda}{\alpha \lambda_1 + \frac{1}{2} \sigma^2 \lambda_1^2 - \frac{1}{2} \sigma^2 \lambda_1 - r + r s} + B_1 P^{\lambda_1} + B_2 P^{\lambda_2} .$$

mit  $B_1, B_2 = \text{const.}$ : zu bestimmende Koeffizienten

Unter Verwendung der den Parameter  $\lambda_1$  definierenden Gleichung

$$\frac{1}{2} \sigma^2 \lambda_1 (\lambda_1 - 1) + \lambda_1 \alpha = r$$

vereinfacht sich (43) zu

$$(44) \quad F_s^G(P) = A_1 P^{\lambda_1} + B_1 P^{\lambda_1} + B_2 P^{\lambda_2} .$$

Für  $P \rightarrow 0$  muß die Warteoption den Wert null annehmen, da dann der Optionswert vor Steuern permanent null beträgt und damit auch keine von null verschiedenen Ertragswertzuschreibungen mehr vorgenommen werden können. Wegen  $\lim_{P \rightarrow 0} P^{\lambda_2} = \infty$  gilt daher  $B_2 = 0$ .

Auch der Koeffizient  $B_1$  muß den Wert null annehmen. Einerseits kann  $B_1$  nicht negativ sein, da andernfalls wegen  $1 < \lambda_1^s < \lambda_1$  für sehr kleine Werte von  $P$  negative Optionswerte entstehen könnten, die ökonomisch sinnlos sind, da die Option jederzeit ohne Kosten aufgegeben werden kann. Andererseits kann  $B_1$  auch nicht positiv sein, da damit eine Erhöhung des Optionswertes im Vergleich zum vorsteuerlichen Fall verbunden wäre, was aber aufgrund der unveränderten Parameterlage und des durch Anwendung von Ertragswertabschreibungen ebenfalls unveränderten Werts des Basisobjekts ausgeschlossen ist<sup>28</sup>.

Damit liegt durch Anwendung der Ertragswertabschreibungen Identität der Optionswerte vor und nach Steuern vor. Da neben dem Options- und dem Projektwert auch die Anschaffungsauszahlung von der Besteuerung unbeeinflusst bleibt, stimmen die Value-Matching- und die Smooth-Pasting-Bedingungen und folglich auch die kritischen Investitionsschwellen vor und nach Steuern überein:

<sup>28</sup> Auch numerische Verfahren unter Verwendung des Ansatzes  $F_s^G(P) = A_1 P^{\lambda_1 + B_1 P^{\lambda_1}}$ , bei denen  $B_1$  nicht a priori gleich null gesetzt wird, führen zu diesem Ergebnis.

$$(45) \quad A_1 (P_s^*)^{\lambda_1} = \frac{P_s^*}{r - \alpha} - I_0 ,$$

$$(46) \quad \lambda_1 A_1 (P_s^*)^{\lambda_1 - 1} = \frac{1}{r - \alpha}$$

$$(47) \quad \Rightarrow P_s^* = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - 1} (r - \alpha) I_0 = P^* .$$

Damit ist die Investitionsneutralität der Besteuerung des ökonomischen Gewinns auch bei Entscheidungsirreversibilität nachgewiesen<sup>29</sup>, jedoch nur, falls eine vollständige Implementation, die auch die Warteoption steuerlich erfaßt, gewährleistet ist. Die steuerliche Vernachlässigung der Warteoption führt dagegen zu beträchtlichen Neutralitätsverletzungen, wenn Ertragswertabschreibungen lediglich auf das Investitionsprojekt vorgenommen werden, wie im folgenden gezeigt wird.

Werden Realoptionen steuerlich ignoriert, wie dies die derzeitige gesetzliche Regelung für originär erworbene Werte mit Optionscharakter impliziert, so besteht der gesamte Optionswert ausschließlich aus dem Flexibilitätswert, da Abschreibungen unzulässig sind:

$$(48) \quad F_s^G(P) = F_s(P) = A_1^s P^{\lambda_1^s} .$$

Wie bereits gezeigt wurde, gewährleistet die Besteuerung des ökonomischen Gewinns Identität der vor- und nachsteuerlichen Projektwerte. Als Value-Matching- und Smooth-Pasting-Bedingungen erhält man entsprechend:

$$(49) \quad A_1^s (P_s^*)^{\lambda_1^s} = \frac{1}{r - \alpha} P_s^* - I_0$$

$$(50) \quad \lambda_1^s A_1^s (P_s^*)^{\lambda_1^s - 1} = \frac{1}{r - \alpha} .$$

Durch Division der Value-Matching-Bedingung durch die Smooth-Pasting-Bedingung und weitere Umformung läßt sich die kritische Investitionsschwelle bei Besteuerung des ökonomischen Gewinns ermitteln:

$$(51) \quad P_s^* = \frac{\lambda_1^s}{\lambda_1^s - 1} (r - \alpha) I_0 .$$

<sup>29</sup> Die Investitionsneutralität der Besteuerung des ökonomischen Gewinns bei Unsicherheit und Risikoneutralität wurde für den Fall der vollständigen Reversibilität bereits von Richter (1986), S. 448 nachgewiesen.

Diese kritische Investitionsschwelle kann nicht mit der vor Steuern übereinstimmen, da wegen der Besteuerung von Zinsen  $r \neq r_s$  und damit auch  $\lambda_1 \neq \lambda_1^s$  gilt. Die Multiplikatoren  $\frac{\lambda_1}{\lambda_1-1}$  und  $\frac{\lambda_1^s}{\lambda_1^s-1}$  und folglich die kritischen Investitionsschwellen vor und nach Steuern sind daher nicht identisch, die unvollständig implementierte Besteuerung des ökonomischen Gewinns übt einen verzerrenden Einfluß auf Investitionsentscheidungen aus<sup>30</sup>.

Da die Herleitung des Optionswertes vor Steuern auf einer erwarteten *positiven* Wertsteigerung der Option basiert, würde die vollständige Implementation der Besteuerung des ökonomischen Gewinns zu dauerhaften Ertragswertzuschreibungen und damit einem *negativen* Abschreibungsbarwert führen. Eine Vernachlässigung dieses negativen Abschreibungsbarwertes führt zu einer u. U. beträchtlichen Überzeichnung des Optionswertes und damit zu einer zu hohen Investitionsschwelle, gemessen am vorsteuerlichen Wert.

## 6. Schlußfolgerungen

Im vorliegenden Beitrag wird analysiert, welche Auswirkungen Unsicherheit und Irreversibilität auf die Entscheidungen über die Durchführung von Realinvestitionsobjekten aufweisen. Sowohl im steuerfreien Fall als auch unter Berücksichtigung von Steuern wird deutlich, daß die kritische Investitionsschwelle im Vergleich zum Kapitalwertkriterium unter Sicherheit deutlich ansteigt. Es konnte gezeigt werden, daß die Besteuerung die Investitionsschwelle beeinflussen und damit bei bestimmten Realisationen des zugrundeliegenden stochastischen Prozesses Änderungen der Investitionsentscheidung gegenüber dem steuerfreien Fall auslösen kann. Als notwendige und hinreichende Bedingung für die Neutralität der Besteuerung wurde folglich die Identität der kritischen Investitionsschwellen vor und nach Steuern formuliert.

Es konnte gezeigt werden, daß die unter Sicherheit als entscheidungsneutral bekannte Cash-Flow-Steuer einen Spezialfall investitionsneutraler Steuersysteme mit deterministischen Abschreibungsverfahren bildet. Als Spezialfall stochastischer Abschreibungsverfahren konnte die Besteuerung des ökonomischen Gewinns als investitionsneutral nachgewiesen werden, jedoch nur bei einer Implementation, die *alle* wertbildenden Komponenten eines Portfolios und damit auch Realoptionen umfaßt.

Eine Einschränkung der Aussagekraft des vorgestellten Modells ist in der Beschränkung auf Risikoneutralität zu sehen. Im Zuge einer realitätsnähe-

---

<sup>30</sup> Eine derartige, unvollständige Modellierung der Johansson-Samuelson-Steuer liegt auch der Aussage von Alvarez und Kannianen (1997), S. 15 ff. zugrunde, die ebenfalls Entscheidungswirkungen dieses Steuersystems identifizieren.

ren Ausgestaltung ist der Ansatz unter Verwendung bestimmter Klassen von Nutzenfunktionen und ihrer Sicherheitsäquivalente auf risikoaverse Investoren auszudehnen. Eine in der Realloptionsliteratur durchaus übliche Alternative zu dieser Vorgehensweise liegt in der Herleitung der Bewertungsgleichungen durch Bildung von risikolosen Hedge-Portfolios, die aufgrund der eingeschränkten Duplizierbarkeit von Realinvestitionsobjekten jedoch nur in Ausnahmefällen gerechtfertigt erscheint. Die Abbildung von Risikoaversion durch Adjustierung des Kalkulationszinsfußes muß insbesondere unter Berücksichtigung von Steuern ebenfalls als problematisch beurteilt werden.

Ein weiterer Aspekt, hinsichtlich dessen eine Möglichkeit zur Erweiterung des Modells besteht, ist der Grad der Irreversibilität getroffener Entscheidungen. Die hier angenommene vollständige Irreversibilität der Investitionsdurchführung stellt einen Spezialfall dar, der jedoch durch Verwendung einer Liquidationsoption verallgemeinert werden kann. Da mit dem Hinzufügen weiterer Realloptionen jedoch eine u. U. beträchtliche Vergrößerung des formalen Aufwands einhergehen kann, ist insbesondere unter steuerlichen Gesichtspunkten abzuwägen, ob die gestiegene Modellkomplexität durch einen Zuwachs an Aussagekraft gerechtfertigt erscheint.

Die Theorie der Realloptionen bildet jedoch im allgemeinen einen geeigneten Rahmen, um durch Erfassung von Unsicherheit und Irreversibilität eine Annäherung von quantitativen Modellen an realistische Investitionsentscheidungen herbeizuführen und um Steuerwirkungen zu erfassen.

### Literatur

- Alvarez, L. H. R. und V. Kannianen* (1997): Valuation of Irreversible Entry Options under Uncertainty and Taxation, CES Working Paper No. 144.
- Black, F. und M. Scholes* (1973): The Pricing of Options and Corporate Liabilities, *Journal of Political Economy* 81, 637 – 654.
- Brennan, M. J. und E. S. Schwartz* (1985): Evaluating Natural Resource Investments, *Journal of Business* 58, 135 – 157.
- Brown, E. C.* (1948): Business-Income Taxation and Investment Incentives, in: *Metzler, L. A. et al. (eds.): Income, Employment and Public Policy*, New York, 300 – 316.
- Dixit, A. K.* (1989): Entry and Exit Decisions under Uncertainty, *Journal of Political Economy* 97, 620 – 638.
- (1993): The Art of Smooth Pasting, *Fundamentals of Pure and Applied Economics* 55, 1 – 72.
- Dixit, A. K. und R. S. Pindyck* (1994): *Investment under Uncertainty*, Princeton.
- Harchaoui, T. M. und P. Lasserre* (1996): Le choix de capacité comme l'exercice d'une option d'achat financière, *Canadian Journal of Economics* 29, 271 – 288.

- Johansson, S.-E.* (1969): Income Taxes and Investment Decisions, *Swedish Journal of Economics* 71, 104–110.
- Kamien, M. I.* und *N. L. Schwartz* (1991): *Dynamic Optimization: The Calculus of Variations, and Optimal Control in Economics and Management*, 2nd ed., Amsterdam.
- Kiesewetter, D.* (1999): *Zinsbereinigte Einkommen- und Körperschaftsteuer*, Bielefeld.
- Klump, R.* (1985): Wiener-Prozesse und das Itô-Theorem, *Wirtschaftswissenschaftliches Studium* 14, 183–185.
- König, R. J.* (1997): Ungelöste Probleme einer investitionsneutralen Besteuerung – Gemeinsame Wurzel unterschiedlicher neutraler Steuersysteme und die Berücksichtigung unsicherer Erwartungen, *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung* 49, 42–63.
- McDonald, R. L.* und *D. R. Siegel* (1986): The Value of Waiting to Invest, *Quarterly Journal of Economics* 101, 707–727.
- Øksendal, B.* (1998): *Stochastic Differential Equations*, 5th ed., Berlin.
- Paddock, J. L., D. R. Siegel* und *J. L. Smith* (1988): Option Valuation of Claims on Real Assets: The Case of Offshore Petroleum Leases, *Quarterly Journal of Economics* 103, 479–508.
- Pindyck, R. S.* (1991): Irreversibility, Uncertainty, and Investment, *Journal of Economic Literature* 29, 1110–1148.
- Preinreich, G. A. D.* (1951): Models of Taxation in the Theory of the Firm, *Economia Internazionale* 4, 372–397.
- Richter, W. F.* (1986): Das Johansson-Samuelson-Theorem bewertungsneutraler Abschreibung langlebiger Wirtschaftsgüter bei Einkommensbesteuerung, *Finanzarchiv N. F.* 44, 435–449.
- Samuelson, P.* (1964): Tax Deductibility of Economic Depreciation to Insure Invariant Valuations, *Journal of Political Economy* 72, 604–606.
- Scheffen, O.* (1995): *Optionspreistheoretische Fundierung der langfristigen Entscheidung zwischen Eigenerstellung und Fremdbezug*, Berlin.
- Schneider, D.* (1977): Gewinnbesteuerung und Risikobereitschaft: Zur Bewährung quantitativer Ansätze in der Entscheidungstheorie, *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung* 29, 633–666.
- (1992): *Investition, Finanzierung und Besteuerung*, 7. Aufl., Wiesbaden.
- Siegel, Th.* (1982): *Steuerwirkungen und Steuerpolitik in der Unternehmung*, Würzburg.
- Trigeorgis, L.* (1993): Real Options and Interactions With Financial Flexibility, *Financial Management* 22, 202–224.
- (1995): Real Options: An Overview, in: *Trigeorgis, L.* (ed.), *Real Options in Capital Investment*, Westport, 1–28.
- (1996): *Real Options – Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*, Cambridge.

- Trigeorgis, L. und S. P. Mason (1987): Valuing Managerial Flexibility, Midland Corporate Finance Journal 5, 14 – 21.*
- Wagner, F. W. und Dirrigl, H. (1980): Die Steuerplanung der Unternehmung, Stuttgart.*
- Wagner, F. W. und D. Kiesewetter (1996): Theoretische Konzeption und legislative Transformation der kroatischen Einkommen- und Gewinnsteuer, Racunovodstvo i financije 9, 49 – 59.*
- Wagner, F. W. und Wenger, E. (1996): Theoretische Konzeption und legislative Transformation eines konsumorientierten Steuersystems in der Republik Kroatien, in: Sadowski, D. et al. (Hrsg.), Regulierung und Unternehmenspolitik, Wiesbaden, 399 – 415.*
- Wenzel, H. und P. Meinhold (1994): Gewöhnliche Differentialgleichungen, 7. Aufl., Stuttgart.*

### **Zusammenfassung**

In diesem Beitrag werden Investitionsentscheidungen unter Unsicherheit bei Risikoneutralität in den Varianten mit und ohne Steuern analysiert. Mit Hilfe der Realoptionstheorie ist es möglich, die Effekte der Unsicherheit und Entscheidungsirreversibilität zu quantifizieren. Bei unendlicher Optionslaufzeit können analytische Lösungen des Investitionsentscheidungsproblems vor und nach Steuern ermittelt werden. Diese ermöglichen das Erkennen von Steuerwirkungen und die Herleitung investitionsneutraler Steuersysteme, zu denen als Spezialfälle die Cash-Flow-Steuer und die Besteuerung des ökonomischen Gewinns zählen.

### **Abstract**

This paper analyses investment decisions under uncertainty and risk neutrality before and after taxes. Using real option theory it is possible to quantify the effects of uncertainty and irreversibility of decisions. Under the assumption of a perpetual option, analytical solutions for this investment problem can be found before and after taxes. These solutions provide the means to recognize tax effects and thus the derivation of neutral tax systems of which the cash flow tax and the Johansson-Samuelson-tax emerge as special cases.

*JEL-Klassifikation: H 25*