

## Zur theoretischen Fundierung des kommunalen Finanzbedarfs in Zuweisungssystemen\*

Von Thomas Kuhn \*\*

Der vorliegende Beitrag behandelt die Messung des Finanzbedarfs in Zuweisungssystemen unter formal-theoretischen Aspekten. Nach eingehender Diskussion einer möglichen monetären Quantifizierung wird Bedarf im hier formulierten Modell allgemein als Index konzipiert, der beliebig viele Bedarfsindikatoren zu einem pauschalen Maß aggregiert. Seine theoretische Fundierung setzt an der Dimensionalität der Skala eines Index an, die nur solche Transformationen verträgt, die die Verteilung invariant lassen, was prinzipiell für jedes Maß gelten muß. Zusammen mit der Forderung weiterer sinnvoller Eigenschaften lassen sich dann geeignete Indizes axiomatisch charakterisieren, wobei Theoreme aus der „dimensional analysis“ Anwendung finden. Vor diesem Hintergrund kann auch der traditionell verwendete „veredelte Einwohner“ kritisch reflektiert werden.

### Einführung

Die Messung des kommunalen Finanzbedarfs gilt nach wie vor als eines der schwierigsten und bis heute noch ungelösten Probleme des Finanzausgleichs. Doch Zuweisungen an Kommunen, die auf den Ausgleich fiskalischer Disparitäten abzielen, sind auf ein operationales Bedarfsmaß unmittelbar angewiesen. Denn davon sollte ihre Verteilung natürlich wesentlich geprägt sein, um die gewünschte progressive Wirkung zu generieren. In dieser Beziehung hat der sogenannte „veredelte Einwohner“ im deutschen Finanzausgleich eine große Tradition<sup>1</sup>. Ihm liegt die Idee zugrunde, Bedarf im wesentlichen auf nur einen Indikator, eben die Einwohnerzahl, zurückzuführen zu können. Ihr Scheitern zeigt sich heute in einem höchst komplizierten Bedarfsmaß, das seine innere Logik weitgehend eingebüßt hat und deswegen auch wiederholt starker Kritik ausgesetzt war. Dennoch gilt es vor allem in der Finanzpraxis immer noch als die einzige praktikable Möglichkeit, den Bedarf von Kommunen zu quantifizieren (s. z.B. *Arbeitsgruppe 1987, 30; Finanzausgleichskommission Baden-Württemberg 1977, 22*)<sup>2</sup>.

\* Überarbeitete Fassung des Beitrags Nr. 56, Volkswirtschaftliche Diskussionsreihe, Universität Augsburg, April 1991.

\*\* Der Autor dankt der DFG für finanzielle Unterstützung.

<sup>1</sup> Zur Entstehungsgeschichte des veredelten Einwohners s. *Hansmeyer / Kops 1985*.

<sup>2</sup> Alternativen bieten z.B. *Hirota 1985* und *OECD 1981*.

In diesem Beitrag soll nun der kommunale Finanzbedarf in erster Linie unter prinzipiellen, mehr formal-theoretischen Gesichtspunkten behandelt werden, was jedoch auch für die Finanzpraxis einschneidende Konsequenzen mit sich bringen dürfte, und zwar völlig unabhängig davon, wie Bedarf auch immer konkretisiert wird. Anzusetzen ist dabei an den Funktionen, die der Finanzbedarf innerhalb von Zuweisungssystemen einnimmt. Während der eben schon erwähnte veredelte Einwohner in dieser Hinsicht ein Maß für interkommunale Bedarfsunterschiede abgeben soll, kommt dem monetären Bedarfsniveau eine ganz andere Funktion zu. Letzteres hat nämlich zu gewährleisten, daß eine Verteilung existiert, die die verfügbaren Finanzmittel genau ausschöpft, und in dieser Eigenschaft wird es auch endogenisiert. Damit nimmt es innerhalb des Systems zwar eine zentrale Stellung ein, es ist jedoch zu fragen, was den monetären Bedarf dann überhaupt determiniert und welche Verteilung daraus resultiert.

Der veredelte Einwohner als das eigentliche Bedarfsmaß ist im Grunde als ein Index aufzufassen, der sich zwangsläufig aus mehreren einzelnen Bedarfsindikatoren zusammensetzt und diese zu einem globalen Maß verschmelzen muß, was stets ein kritischer Vorgang bleiben wird. Insofern sind solche Indizes immer auf ihre impliziten Eigenschaften hin zu untersuchen, insbesondere was das Skalenniveau und die Vergleichbarkeit der Indikatoren sowie die zulässigen Aggregationsfunktionen angeht. Dazu wird freilich eine Theorie für Bedarfsindizes benötigt, die auch die Grundlage für eine Kritik am veredelten Einwohner abgeben könnte, zur Zeit aber noch weitgehend fehlt.

Eine solche Theorie, wie wir sie hier im Ansatz entwickeln wollen, hat zunächst einmal die aus dem Zuweisungssystem selbst kommenden Forderungen aufzunehmen. Dies betrifft hier vor allem die Skala des Index, der nur solche Transformationen verträgt, die die Verteilung der Zuweisungen invariant lassen. Welches Maßniveau dabei benötigt wird, hängt also allein von dem zugrundeliegenden Zuweisungssystem ab. Davon wird dann die Auswahl und die Aggregation der einzelnen Indikatoren schon stark geprägt. Zusammen mit der Formulierung weiterer sinnvoller Eigenschaften lassen sich geeignete Bedarfsindizes schließlich axiomatisch charakterisieren, wofür man sich Theoreme aus der „dimensional analysis“ zu eigen machen kann. In diesem Kontext verfolgen wir das Ziel, die mit dem veredelten Einwohner verbundenen Restriktionen abzuschwächen und alternative Maße zu generieren.

Damit ist der Aufbau dieses Beitrags schon weitgehend vorgezeichnet. Nach einer kurzen Modellformulierung untersuchen wir die Rolle des Bedarfsniveaus im Hinblick auf die sich für die Monetarisierung des Bedarfs ergebenden Konsequenzen. Daran schließt sich eine Beschreibung des veredelten Einwohners an, der allgemein auf einen Bedarfsindex zurückgeführt

wird. Es werden sodann grundsätzliche Alternativen zum veredelten Einwohner entwickelt und axiomatisch charakterisiert. Vor diesem Hintergrund kann auch der veredelte Einwohner noch einmal kritisch reflektiert werden. Eine Zusammenfassung der wichtigsten Erkenntnisse schließt den Beitrag ab.

## 1. Das Modell

Das nachfolgende Modell beschreibt die im kommunalen Finanzausgleich seit langem praktizierten allgemeinen Zuweisungen in ihrer Grundstruktur<sup>3</sup>. Es basiert auf einem Kommunenkontinuum  $\mathbb{I} = [0,1]$ , auf dem eine Verteilung von Zuweisungen als Funktion  $S: \mathbb{I} \rightarrow \mathbb{R}_+$  definiert ist, wobei  $S$  vertikalen und horizontalen Verteilungszielen zu genügen hat. Daher muß zunächst einmal jede Funktion  $S$  die Bedingung

$$(1) \quad \int_0^1 S(i) di = M, \quad M > 0$$

erfüllen, die einfach nur besagt, daß die Zuweisungen die verfügbare Finanzmasse  $M$  vollständig ausschöpfen sollen<sup>4</sup>. Dabei wird  $M$  aus dem obligatorischen bzw. fakultativen Steuerverbund gespeist und gewöhnlich als ein Maß für die Intensität des vertikalen Finanzausgleichs angesehen<sup>5</sup>. Die horizontale Verteilung dieser Finanzmittel auf die Kommunen soll der Bedingung

$$(2) \quad S(i) = \begin{cases} a(B(i) - K(i)), & B(i) > K(i), \quad 0 < a \leq 1 \\ 0 & , \text{ sonst} \end{cases}$$

genügen. Darin repräsentieren die auf ganz  $\mathbb{I}$  definierten und stetigen Funktionen  $B(i)$  und  $K(i)$  den kommunalen Finanzbedarf bzw. die kommunale Finanzkraft<sup>6</sup>. Demnach erhalten Kommunen einen Teil der Differenz zwischen ihrem Finanzbedarf und ihrer Steuerkraft als Zuweisung, sofern der Finanzbedarf die Steuerkraft übersteigt. Im anderen Fall bekommen sie nichts, müssen allerdings auch keine Umlagen entrichten. Der Parameter  $a$ , als Ausschüttungsquote oder Ausgleichssatz bezeichnet, gilt in der Regel als ein Maß für die Intensität des horizontalen Ausgleichs.

<sup>3</sup> Dieses geht auf *Kuhn* 1990 zurück und wird dort ausführlich beschrieben. Siehe dazu auch *Kuhn / Hanusch* 1991, *Kuhn* 1991/92; 1992 a, b.

<sup>4</sup> Dazu muß  $S$  integrierbar sein.

<sup>5</sup> Zur Bemessung von  $M$  nach Gesichtspunkten des vertikalen Finanzausgleichs s. *Grossekettler* 1988.

<sup>6</sup> Die Stetigkeit von  $B(i)$  und  $K(i)$  stellt die stückweise Stetigkeit und damit die in (1) geforderte Integrierbarkeit von  $S(i)$  sicher.

Betrachtet man Ausschüttungsquote und verteilungsfähige Finanzmasse, mit denen der Staat den horizontalen und vertikalen Ausgleich zu regulieren gedenkt, als exogen gegeben, dann muß eine Verteilung, die die Bedingungen (1) und (2) gleichzeitig erfüllt, nicht existieren. Denn die verteilungsfähige Finanzmasse dürfte in aller Regel nicht ausreichen, um die vorhandenen fiskalischen Disparitäten zu dem gewünschten Grad auszugleichen. Und darin drücken sich offensichtlich die zwischen dem horizontalen und vertikalen Ausgleich bestehenden Zielkonflikte aus.

Um sie aufzulösen, gibt es im Prinzip zwei Möglichkeiten. Die eine erfordert einen nach oben hin offenen Finanzfonds, der sich flexibel an die vorhandene fiskalische Ungleichheit und den gewünschten Ausgleichsgrad anzupassen hätte. Dies würde allerdings bedeuten, daß der vertikale Ausgleich der Kontrolle eines Landes entzogen wäre, was sich allein schon deswegen verbietet, weil die Finanzmasse durch das Gemeinschaftssteueraufkommen und den Anteil, der den Kommunen daran zusteht, weitgehend determiniert und limitiert wird. Die zweite Möglichkeit, eine Verteilung zu generieren, besteht darin, den Ausgleichssatz endogen so festzulegen, daß bei gegebenen fiskalischen Disparitäten die verfügbaren Finanzmittel nicht überschritten werden. Dies dürfte allerdings den horizontalen Ausgleich stark einschränken, denn möglicherweise müßte man sich dabei mit nur sehr geringen Ausschüttungsquoten zufrieden geben, da die kumulierten Finanzierungsdefizite die vorhandenen Finanzmittel in der Regel bei weitem übertreffen. Und damit würde dieser Parameter seinen instrumentalen Charakter fast völlig einbüßen, weshalb seine Spezifikation den politischen Entscheidungsträgern vorbehalten bleiben sollte und nicht durch das System vorweggenommen werden darf. Dies trifft in entsprechender Form natürlich auch auf die Finanzmasse zu. Doch prinzipiell kann im obigen System immer nur einer dieser beiden Parameter frei gewählt werden, der jeweils andere wäre dann in gewisser Weise funktional davon abhängig.

Um dies zu vermeiden und die dahinterstehenden Verteilungskonflikte vermeintlich zu umgehen, hat man sich im kommunalen Finanzausgleich dafür entschieden, den Finanzbedarf zu endogenisieren. Dies geschieht durch die Endogenisierung eines für alle Kommunen einheitlich geltenden Bedarfsniveaus und erklärt gleichzeitig die Art und Weise, wie Bedarf im oben formulierten Zuweisungssystem gemessen wird. Die Formel dafür lautet nämlich:

$$(3) \quad B(i) := E(i) b(i) G,$$

wobei  $E(i)$ ,  $i \in \mathbb{I}$  die Einwohnerzahl einer Kommune,  $b(i)$ ,  $i \in \mathbb{I}$  einen Bedarfsindex und  $G$  das schon erwähnte Bedarfsniveau bezeichnen<sup>7</sup>.

---

<sup>7</sup>  $E(i)$  und  $b(i)$  seien wieder auf ganz  $\mathbb{I}$  definiert und stetig, was die in (2) geforderte Stetigkeit von  $B(i)$  sichert.

Die Einwohnerzahl einer Kommune stellt den naheliegendsten und wohl gebräuchlichsten Maßstab für den Finanzbedarf dar, der insbesondere im deutschsprachigen Raum eine lange Tradition hat. Sie wird dann noch mehrfach erhöht, man sagt auch „veredelt“, indem zum einen der Pro-Kopf-Bedarf nach der Größe einer Kommune gestaffelt wird, und zum anderen noch weitere Bedarfstatbestände einfließen, die mit Hilfe von Indikatoren zunächst in physischen Einheiten gemessen, in Einwohnerwerte transformiert und zur tatsächlichen Einwohnerzahl addiert werden. Dies drückt sich letztlich in dem Bedarfsindex  $b$  aus.

Damit wird allerdings, wie wir noch zeigen werden, lediglich ein kardinales Maß für den interkommunal differierenden Bedarf generiert, das erst durch das Bedarfsniveau  $G$  eine monetäre Bewertung erfährt. Dieses Bedarfsniveau wird im kommunalen Finanzausgleich auch als Grundbetrag bezeichnet und gibt mit (3) definitionsgemäß den durchschnittlichen Finanzbedarf eines veredelten Einwohners an, der für alle Kommunen gleichermaßen gilt. Während  $E$  und  $b$  exogen zu spezifizieren sind, wird  $G$  aus dem System heraus bestimmt, und man entledigt sich damit gleichzeitig der unbequemen und nicht ganz leichten Aufgabe, den Bedarf von Kommunen in monetärer Form zu messen. Darauf wollen wir im nächsten Abschnitt noch etwas genauer eingehen und insbesondere fragen, welche Größen das Bedarfsniveau determinieren und wie die Verteilung der Zuweisungen letztlich aussieht.

## 2. Das Bedarfsniveau

Das Bedarfsniveau  $G$  zu bestimmen, heißt in unserem Fall ja nichts anderes, als das Gleichungssystem (1) - (3) zu lösen, mit dem die hier formulierten Zuweisungen vollständig beschrieben werden. Dazu wird es sich als notwendig erweisen, die Kommunen nach ihrem Reichtum anzugeordnen. Als Kriterium dafür dient, auch in empirischen Studien (s. z.B. Deubel 1984, 124), das Verhältnis aus kommunaler Steuerkraft und kommunalem Bedarf, hier also die Funktion

$$(4) \quad \bar{K}(i) := \frac{K(i)}{E(i) b(i)},$$

die sich aus den oben eingeführten kommunalspezifischen Kennziffern ableitet. Gemessen an  $\bar{K}(i)$  gilt eine Kommune als um so ärmer, je höher ihr Bedarf und je geringer ihre Steuerkraft ausfällt. Desgleichen kann  $\bar{K}(i)$  monetär, nämlich als die auf einen veredelten Einwohner bezogene Steuerkraft interpretiert werden. Wir nehmen  $\bar{K}(i)$  als stetige, differenzierbare und streng monoton wachsende Funktion  $\mathbb{II} \rightarrow \mathbb{R}_+ \setminus \{0\}$  an, was im diskreten Fall bedeuten würde, daß die Kommunen nach ihrem Reichtum in aufsteigender Reihenfolge geordnet sind.

Damit sind wir in der Lage, die Grenze zwischen zuweisungsberechtigten und abundanten Kommunen durch den Parameter  $\alpha$  zu markieren, der aufgrund von (2) und (3) wie folgt zu definieren ist:

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \alpha = 0 & , G \leq \bar{K}(0) \\ G - \bar{K}(\alpha) = 0 & , G \in (\bar{K}(0), \bar{K}(1)] \\ \alpha = 1 & , G > \bar{K}(1). \end{array} \right.$$

Da  $\alpha(G)$  in (5) eine streng monoton wachsende Funktion von  $G$  darstellt, d.h. die zuweisungsberechtigten Kommunen mit  $G$  zunehmen, ist  $\alpha$  endogen.

Bedarfsniveau  $G^*$  und die Grenze  $\alpha^*$  sind mit Hilfe von (5) simultan zu bestimmen, wobei gezeigt werden kann, daß eine eindeutige Lösung existiert<sup>8</sup>. Nach einigen Umformungen erhält man hierfür:

$$(6) \quad G^* = \frac{\frac{M}{a} + \int_0^{\alpha^*} K(i) di}{\int_0^{\alpha^*} E(i) b(i) di},$$

wobei  $\alpha^*$  durch

$$(7) \quad \frac{\frac{M}{a} + \int_0^{\alpha^*} K(i) di}{\int_0^{\alpha^*} E(i) b(i) di} - \bar{K}(\alpha^*) = 0^9$$

lediglich implizit gegeben ist<sup>10</sup>. Mit  $G^*$  und  $\alpha^*$  ist auch die Verteilung der Zuweisungen eindeutig bestimmt; sie lautet (s. *Kuhn* 1990, 8):

$$(8) \quad \begin{aligned} S(i)^* &= M(i)^* + a(D(i)^* - K(i)), \quad i \in [0, \alpha^*) \\ &= 0 \quad , \quad i \in [\alpha^*, 1]. \end{aligned}$$

<sup>8</sup> Für eine ausführliche Darstellung und den Beweis der Existenz und Eindeutigkeit s. *Kuhn* 1990, 7 ff. und Anhang A1.

<sup>9</sup> Falls in (7) statt der Gleichheitsrelation die Relation „>“ gilt, dann ist  $\alpha^* = 1$ . Die Lösung  $\alpha^* = 0$  kann nicht vorkommen, da die in Frage kommende Verteilung  $S(i)^* = 0$ ,  $i \in [0,1]$  unter der Voraussetzung  $M > 0$  die Bedingung (1) verletzen würde.

<sup>10</sup> Dies ist auch der eigentliche Grund, weshalb in der Finanzpraxis der Grundbetrag und damit die endgültige Verteilung der Zuweisungen mit einem numerischen Iterationsverfahren berechnet werden müssen. Eine algorithmische Beschreibung dieses Verfahrens im diskreten Fall und einige Alternativen dazu finden sich in *Kuhn* 1988, 49 ff., 100 f.

Darin bezeichnen die Funktionen

$$(9) \quad M(i)^* = M(i, \alpha^*) := \frac{\int_0^{\alpha^*} E(i) b(i) di}{\int_0^{\alpha^*} E(i) b(i) di} M$$

und

$$(10) \quad D(i)^* = D(i, \alpha^*) := \frac{\int_0^{\alpha^*} E(i) b(i) di}{\int_0^{\alpha^*} E(i) b(i) di} \int_0^{\alpha^*} K(i) di$$

den nach dem relativen Bedarf verteilten Finanzmassenanteil bzw. Steuerkraftanteil der zuweisungsberechtigten Kommunen. Beide Anteile nehmen mit steigendem  $\alpha^*$  ab.

Die Zuweisungen an Kommunen bestehen gemäß (8) aus einer vertikalen und einer horizontalen Komponente, die auch als Dotations- bzw. Redistributionskomponente zu bezeichnen wären<sup>11</sup>. Mit der Dotationskomponente partizipiert eine Kommune nach Maßgabe ihres relativen Bedarfs an der Finanzmasse, mit der Redistributionskomponente wird ein Ausgleich zwischen dem Steuerkraftanteil einer Kommune und ihrer eigenen Steuerkraft vorgenommen.

Interpretiert man dieses Resultat unter Bedarfsgesichtspunkten, fällt als erstes auf, daß in dieser Verteilung das Bedarfsniveau und der von ihm abgeleitete monetäre Finanzbedarf überhaupt nicht mehr aufscheinen, was natürlich die Folge der Endogenisierung dieser Größen ist. Sie werden ihrerseits nun in erster Linie von der Einnahmeseite der öffentlichen Haushalte determiniert, nämlich der kommunalen Steuerkraft und der vorhandenen Finanzmasse, und passen sich somit den gegebenen finanziellen Möglichkeiten an. Bei einer Ausschüttungsquote von 1 wird dies auch offenkundig; in diesem Falle gibt das Bedarfsniveau einfach nur die im Durchschnitt auf einen veredelten Einwohner entfallenden finanziellen Mittel an. Damit wird der Finanzbedarf von der Ausgabenseite der öffentlichen Haushalte völlig abgekoppelt und ist nicht mehr zu vergleichen mit solchen Konzepten wie dem „normalisierten Finanzbedarf“ (Seiler 1980, 32 ff.) oder „originären Finanzbedarf zu Durchschnittskosten“ (Zimmermann u.a. 1987, 5, 395 ff.; Zimmermann 1987, 152 ff.), die an den Kosten der öffentlichen Aufgabenerfüllung anknüpfen.

---

<sup>11</sup> Diese Begriffe wurden von Grossekettler 1988, 436 geprägt. Allerdings wird dort in der formalen Darstellung die Zahl der zuweisungsberechtigten Kommunen als bekannt vorausgesetzt.

Schließlich nimmt die Verteilung ein ganz anderes Aussehen an, als es die grundlegenden Gleichungen, insbesondere die Formel (2), vermuten lassen. Monetär interpretierbare Größen der Bedarfsseite befinden sich nicht unter ihren Determinanten, jene entstammen ausschließlich der Einnahmenseite der öffentlichen Haushalte. Fiskalische Disparitäten werden allein über die Funktion  $\bar{K}(i)$  gemessen, in die die Funktionen  $E(i)$  und  $b(i)$  bekanntlich als Bedarfskennziffern eingehen. Daher kann die Differenz zwischen Finanzbedarf und Steuerkraft, auf die noch die Formel (2) aufbaut, nicht als ein tatsächlich in einer Kommune vorhandenes Finanzierungsdefizit betrachtet werden – letzteres dürfte in der Regel wesentlich höher liegen – ebenso wie noch lange nicht gesagt ist, daß Kommunen auch tatsächlich einen Finanzierungsüberschuß aufweisen müssen, wenn sie laut (2) keinen Anspruch auf Zuweisungen haben.

Insgesamt gesehen büßt dieses Verteilungsverfahren durch die Endogenisierung des Finanzbedarfs viel an Transparenz ein, ohne die grundlegenden Konflikte zwischen vertikalem und horizontalem Ausgleich wirklich lösen zu können. Darauf können wir an dieser Stelle nicht im einzelnen eingehen, sondern nur kurz erwähnen, daß die fiskalische Ungleichheit trotz steigender Ausschüttungsquote sogar wieder zunehmen kann, wenn die Finanzmasse stark genug zurückgeht (s. *Kuhn* 1990, 21; *Kuhn* 1992b). Welcher Grad an Ungleichheit letztlich bestehen bleibt, hängt von den vorgefundenen fiskalischen Disparitäten und der verteilungsfähigen Finanzmasse ab (s. *Kuhn*, 1992a, 124 ff.). Dem könnte nur durch die Implementation eines Umlagesystems begegnet werden, das es erlauben würde, die Redistribution auf der horizontalen Ebene vom Umfang des vertikalen Ausgleichs zu trennen<sup>12</sup>.

### 3. Der veredelte Einwohner als Bedarfsindex

Der Bedarf von Kommunen, sofern er sich nicht in monetären Kategorien ausdrücken läßt, ist als ein theoretisches Konstrukt zu betrachten, das nicht direkt beobachtbar ist und dem eine natürliche Skala fehlt. Was wir beobachten können, sind immer nur einzelne Aspekte, oder anders ausgedrückt, einzelne Komponenten des Bedarfs, die mit Indikatoren operationalisiert und meist in ihren natürlichen Einheiten gemessen werden. So gesehen ist Bedarf als ein Aggregat einzelner Bedarfsindikatoren, also als Index aufzufassen und zu konzipieren, um eine pauschale Einschätzung und einen Vergleich der Bedarfssituation von Kommunen zu ermöglichen.

Allgemein sind solche Indizes als Funktionen  $\tilde{b}$  mit

$$(11) \quad b(i) := \tilde{b}(x(i))$$

---

<sup>12</sup> Zur Integration von Umlagen in das obige Zuweisungssystem s. *Kuhn* 1992a, 188 ff.; *Buhl / Kuhn / Pfingsten* 1989; *Kuhn* 1988, 186 ff.

zu definieren, die jeder kommunalen Bedarfssituation  $x(i)$  eine Kennziffer  $b(i)$  zuordnen. Dabei ist eine Bedarfssituation als ein Funktional

$$(12) \quad x(i) = (x_1(i), \dots, x_m(i))$$

aus  $m$  Indikatoren

$$(13) \quad x_j: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}_+, \quad j = 1, \dots, m$$

charakterisiert, in dem  $x_j(i)$  den Wert des Indikators  $j$  bezeichnet.

In dieses Schema ist auch die derzeit praktizierte Einwohnerveredelung, die wir nun noch genauer betrachten wollen, einzuordnen. Wie schon erwähnt, wird dabei die tatsächliche Einwohnerzahl der Kommunen durch den Hauptansatz und weitere Nebenansätze mehrfach erhöht. Schon Popitz hat empirisch nachzuweisen und normativ zu rechtfertigen versucht, daß der Pro-Kopf-Bedarf mit der Einwohnerzahl ansteigt (vgl. Popitz 1932, 266, 279 - 281), eine Vorstellung, die sich bis in die heutige Zeit in der Hauptansatzstaffel der meisten alten Länder findet<sup>13</sup> und sich auch in den neuen Ländern wieder durchzusetzen scheint (s. Karrenberg / Münstermann 1991, 99 ff.). Dem Hauptansatz, der sich der Popitz'schen Methodik folgend immer noch an den ungedeckten Ausgaben, dem sogenannten Zuschußbedarf orientiert<sup>14</sup>, wird im wesentlichen entgegengehalten, daß er letztlich von der Einnahmeseite determiniert sei (s. zuletzt Kops 1989, 142; vgl. auch Kuhn 1988, 19; Bös 1971, 66), sowie Ineffizienzen (vgl. Kops 1989, 145) und Ballungskosten enthalte, die im Finanzausgleich nicht abgegolten werden sollten (vgl. Zimmermann u. a. 1987, 383).

Obwohl also der Hauptansatz in der Literatur immer wieder starker Kritik ausgesetzt war<sup>15</sup> und allenfalls noch mit zentralörtlichen Funktionen größerer Kommunen gerechtfertigt wird, ist die Hauptansatzstaffel erst vor kurzem in Nordrhein-Westfalen zweimal in Folge stärker gespreizt worden<sup>16</sup>, auch in Bayern wird dies immer wieder gefordert<sup>17</sup>. Im Gegensatz

<sup>13</sup> Dies zeigt ein aktueller Überblick über die Hauptansatzstaffeln in den alten Bundesländern, s. Karrenberg / Münstermann 1991, 119, Übersicht 18.

<sup>14</sup> Solche Berechnungen wurden erst in jüngster Zeit wieder in Nordrhein-Westfalen und Baden-Württemberg angestellt, s. Karrenberg / Münstermann 1990, 108; Arbeitsgruppe 1987, 58; s. dazu auch Finanzausgleichskommission Baden-Württemberg 1977, 22.

<sup>15</sup> Zur Kritik der Hauptansatzstaffel s. auch Peffekoven 1987, 203; Zabel 1983; Hansmeyer 1980, 113 ff.; Littmann 1977, 360.

<sup>16</sup> Vgl. Karrenberg / Münstermann 1988, 107, Übersicht 23; 1989, 112; Übersicht 14. Eine „Arbeitsgruppe aus sachverständigen Praktikern“ hatte in einem Gutachten für den Innenminister eine noch stärkere Spreizung empfohlen, s. Arbeitsgruppe 1987, 35.

<sup>17</sup> Vgl. Karrenberg / Münstermann 1992, 97 f.; 1991, 120; 1990, 108 f.; 1987, 87; Leibfritz / Thanner 1986, 90 ff., insbesondere Tabelle 27.

dazu wurde der Hauptansatz in den Ländern Rheinland-Pfalz und Schleswig-Holstein schon im Jahre 1978 bzw. 1970 ganz abgeschafft, nicht zuletzt in der Erkenntnis, daß er sich zum Ausgleich zentralörtlicher Belastungen so gut wie nicht eignet (vgl. z.B. *Klemmer* 1981, 147ff.; *Hansmeyer* 1980, 125), und die Übernahme zentralörtlicher Funktionen nicht unbedingt mit der Gemeindegröße korrespondiert (s. *Zimmermann* u.a. 1987, 251; für Bayern *Hanusch / Kuhn* 1985, 58).

In diesen Ländern wird der zentralörtliche Bedarf seitdem in einem Nebenansatz, dem sogenannten Zentralitäts- oder Raumordnungsansatz, berücksichtigt, den es mittlerweile auch in Hessen und im Saarland gibt. Generell ist in diesem Zusammenhang jedoch zu bezweifeln, daß allgemeine Zuweisungen zur Internalisierung von zentralörtlichen Nutzen-spillovers überhaupt taugen, ein Allokationsziel, das theoretisch eher mit Umlagezahlungen der begünstigten Kommunen oder Zweckzuweisungen in Höhe der Zahlungsbereitschaft der auswärtigen Nutzer zu realisieren ist<sup>18</sup>.

Neben dem Zentralitätsansatz existieren, von Land zu Land verschieden, noch eine Reihe weiterer Nebenansätze, mit denen der Bedarf einer Kommune zusätzlich zur Einwohnerzahl und Zentralität noch von weiteren Indikatoren abhängig gemacht wird<sup>19</sup>. Als Beispiel dafür mögen die in letzter Zeit diskutierten Nebenansätze für Sozialhilfelaisten dienen, die in den Ländern Hessen und Rheinland-Pfalz zum Finanzausgleichsjahr 1987 reformiert, 1988 in Nordrhein-Westfalen und 1990 in Baden-Württemberg neu eingeführt wurden<sup>20</sup>. Ohne auf deren genaue Berechnung näher eingehen zu können, kann man allgemein sagen, daß jede Art von Nebenansätzen zu einer weiteren Erhöhung der tatsächlichen Einwohnerzahl führen. Entweder erhöhen sie den Faktor für den Hauptansatz (Typ 1) oder es werden zum Hauptansatz weitere fiktive Einwohner addiert (Typ 2), wie man anhand einer formalen Darstellung sehr gut erkennen kann:

Bezeichnen:

- $b_1(i)$  : den Hauptansatz,
- $b_j(i)$  : Nebenansätze vom Typ 1,
- $b_k(i)$  : Nebenansätze vom Typ 2,

dann ergibt sich die veredelte Einwohnerzahl als<sup>21</sup>

<sup>18</sup> Vgl. dazu *Kuhn* 1992a, 182ff. für eine diesbezügliche Diskussion in dem hier vorgestellten Modellrahmen.

<sup>19</sup> Eine aktuelle Übersicht über die verwendeten Nebenansätze findet sich in *Karrenberg / Münstermann* 1991, 124, Übersicht 19.

<sup>20</sup> Vgl. *Karrenberg / Münstermann* 1991, 118f., 121; 1987, 82, 84ff.; *Arbeitsgruppe* 1987, 59.

<sup>21</sup> Für eine Anwendung dieser Formel auf die bayerischen Verhältnisse s. *Hanusch / Kuhn* 1985, 59.

$$(14) \quad E(i)b(i) = E(i)(b_1(i) + \sum_j b_j(i)) + \sum_k b_k(i),$$

und für den Bedarfsindex erhält man daraus

$$(15) \quad b(i) = b_1(i) + \sum_j b_j(i) + \sum_k \frac{b_k(i)}{E(i)}.$$

In dieser Darstellung ist noch nicht einmal berücksichtigt, daß der Hauptansatz und die Nebenansätze im Grunde selbst wieder als Funktionen einzelner (oder mehrerer) Bedarfsindikatoren aufzufassen sind:

$$(16) \quad b_l = b_l(x(i)), \quad l = 1, j, k.$$

So ist der Hauptansatz bekanntlich als eine streng monoton wachsende Funktion der Einwohnerzahl definiert und die Sozialhilfeansätze beispielsweise hat man sich als Funktionen der Sozialhilfeempfänger oder der Arbeitslosenrate vorzustellen.

Im Endeffekt stellt auch die mehrfache Einwohnerveredelung nichts anderes als ein Aggregat mehrerer Bedarfsindikatoren dar. Allerdings wirkt es etwas unbeholfen und umständlich, wie das Aggregationsproblem gelöst wird. Die Werte der einzelnen Indikatoren, die normalerweise unterschiedliche Skalen aufweisen, werden quasi in fiktive Einwohner transformiert und dann addiert. Die hierbei implizit vorgenommene Standardisierung und Gewichtung bleibt jedoch weitgehend im Dunkeln (ähnlich *Zimmermann u.a. 1987, 393*).

Der Verlust an Transparenz, der damit einhergeht, wird denn in der Literatur auch immer wieder beklagt (vgl. z.B. *Karrenberg / Münstermann 1987, 87; Leibfritz / Thanner 1986, 64*). Die Einwohnerveredelung beruht eben, und das muß man ganz klar sehen, nicht auf einem durchdachten Konzept, sondern ist vielmehr das Produkt politischer Verhältnisse und überkommener Traditionen (vgl. *Hardt 1988, 241; Hanusch / Kuhn 1985, 70*). Man hängt im Grunde immer noch der Vorstellung an, den Bedarf von Kommunen mit nur einer Kennziffer, eben der Einwohnerzahl, erfassen zu können, was jedoch durch ökonometrische Schätzungen der Determinanten der Staatsausgaben weitgehend widerlegt worden ist<sup>22</sup>. Doch selbst nachdem sich gezeigt hat, daß dieser Indikator viel zu grob ist und noch weitere Indikatoren in die Messung einzubeziehen sind, blieb man dieser Idee verhaftet, mit der Folge, daß die Einwohnerveredelung in Form von zusätzlichen Nebenansätzen immer mehr an Transparenz eingebüßt hat.

---

<sup>22</sup> S. z.B. *Kuhn 1989, 16 ff.* und die dort angegebene Literatur.

Die Hauptursache dafür ist u.E. in erster Linie in der fehlenden theoretischen Fundierung des veredelten Einwohners wie der Bedarfsmessung überhaupt zu suchen, die ansonsten die Offenlegung der mit einem Bedarfsindex verbundenen Implikationen ermöglichen würde. Insofern dürfte es nicht sonderlich schwerfallen, andere, genauso plausible Indizes zu konzipieren, die freilich auch eine ganz andere Verteilung als der veredelte Einwohner generieren könnten<sup>23</sup>. Ja, es ist noch nicht einmal gesagt, daß der veredelte Einwohner wenigstens von einem formalen Standpunkt jene Eigenschaften besitzt, die ihn in dem hier untersuchten Zuweisungssystem verwendbar machen. Deshalb wollen wir im nächsten Abschnitt klären, wie ein geeigneter Index beschaffen sein müßte.

#### 4. Axiomatische Charakterisierung von Bedarfsindizes

Eine Theorie, wie sie von vielen ökonomischen Kennziffern, etwa von den Preisindizes oder aus anderen Gebieten seit längerem bekannt ist, existiert für Indizes des kommunalen Bedarfs noch nicht. Um sie im Ansatz zu entwickeln, müssen wir zunächst einmal wissen, welche Anforderungen das System selbst an einen Index stellt. In der Literatur herrscht in dieser Beziehung zwar die Meinung vor, daß der Bedarf streng kardinal, d.h. mit einer Verhältnisskala zu messen sei, der Beweis dafür steht jedoch noch aus. Dazu ist zu zeigen, daß die Verteilung von Zuweisungen bei zulässigen Transformationen einer solchen Skala invariant bleibt und umgekehrt die Invarianz der Verteilung diese Skala auch notwendig macht. Dies ist auch der Inhalt des folgenden Theorems:

*Theorem: Kardinalität des Bedarfsindex*

Sei  $S^*(i, b(i))$  eine Verteilung der Zuweisungen und

$$\begin{aligned} h : \mathbb{R}_+ &\rightarrow \mathbb{R}_+ \\ b(i) &\rightarrow h(b(i)) \end{aligned}$$

irgendeine stetige Transformation des Bedarfsindex mit der Verteilung  $S^*(i, h(b(i)))$ .

Dann gilt

$$(17) \quad S^*(i, b(i)) = S^*(i, h(b(i))) \Leftrightarrow h(b(i)) = \lambda b(i), \quad \text{für } \lambda > 0.$$

*Beweis:* s. Anhang.

---

<sup>23</sup> Vgl. die empirischen Ergebnisse in Zimmermann u.a. 1987, 427; Hanusch / Kuhn 1985, 69.

Nach diesem Satz verlangt das Zuweisungssystem also von jedem Bedarfsindex, der darin Verwendung finden soll, ein ganz bestimmtes Skalenniveau. Zur Deduktion geeigneter Indizes bietet sich ein axiomatisches Vorgehen an, das wir im folgenden skizzieren wollen<sup>24</sup>.

In unserem Falle liegt es nahe, mit den möglichen Axiomen über die zulässigen Skalentransformationen zu beginnen, denn der Index ist ja schon auf eine Verhältnisskala festgelegt. Hingegen hat man es bei den einzelnen Bedarfsindikatoren in der Regel mit den unterschiedlichsten Skalentypen von der Ordinal- bis hin zur Absolutskala zu tun, möglicherweise liegen Merkmale sogar nur in qualitativer Form vor. Die Allgemeinheit von Skalentypen und das damit verbundene weite Spektrum zulässiger Transformationen muß allerdings aus rein formalen Gründen schnell wieder eingeschränkt werden, um die Existenz kardinaler Indizes überhaupt sichern zu können. Und je strengere Anforderungen an die Vergleichbarkeit und das Skalenniveau der Indikatoren gestellt werden, desto mehr Indizes stehen zur Disposition.

Dies läßt sich sehr eingängig an den folgenden, alternativen Dimensionalitätsaxiomen demonstrieren. Fordert man zunächst das Axiom

#### *Rationale Vergleichbarkeit*

$$(A1) \quad \lambda(\mu) b(x) = b(\mu x), \quad \lambda(\mu) > 0, \quad \mu > 0,$$

also für alle Indikatoren eine gemeinsame Verhältnisskala, die jedoch nicht unbedingt mit der Skala des Index' identisch sein muß, dann existieren vergleichsweise viele Funktionen, die diese Eigenschaft besitzen<sup>25</sup>. Dazu gehören insbesondere auch die bekannten gewogenen Summen und Produkte

$$(18) \quad b(x) = \sum_j c_j x_j, \quad (c_j \text{ konstante Parameter})$$

$$(19) \quad b(x) = c \prod_j x_j c_j, \quad (c > 0, \quad c_j \text{ konstante Parameter}).$$

Wird das Postulat der rationalen Vergleichbarkeit der Skalen abgeschwächt, etwa zur

---

<sup>24</sup> Da wir zur Formulierung der zugrundegelegten Axiome nicht nach Kommunen differenzieren müssen, identifizieren wir eine Bedarfssituation im weiteren einfach nur mit einem Vektor  $x = (x_1, \dots, x_m) \in \mathbb{R}_+^m$  aus  $m$  Indikatorenwerten, in dem die Variable  $i$  unterdrückt wird. Und wir können damit auch auf die in (11) getroffene symbolische Unterscheidung zwischen  $b$  und  $\tilde{b}$  verzichten, da Verwechslungen nicht zu befürchten sind.

<sup>25</sup> Zu den allgemeinen Lösungen s. Aczél 1987, 8; Aczél et al. 1986, 394.

### *Rationale(n) Nichtvergleichbarkeit<sup>26</sup>*

$$(A2) \quad \lambda(\underline{\mu}) b(x) = b(\underline{\mu}x), \quad \lambda(\underline{\mu}) > 0, \quad \underline{\mu} > 0,$$

was voneinander unabhängige Verhältnisskalen bedeutet, dann gibt es nur noch eine reguläre Lösung, nämlich (19)<sup>27</sup>. Ließe man auf der Seite der Indikatoren sogar unabhängige Intervallskalen zu, die sich entweder in der Einheit oder im Nullpunkt oder in beidem unterscheiden dürfen (aber nur diese), und fordert dementsprechend die

### *Dimensionalitäts-Axiome*

$$(A3) \quad \lambda(\underline{\mu}, \tau) b(x) = b(\underline{\mu}x + \tau e),$$

$$(A4) \quad \lambda(\mu, \underline{\tau}) b(x) = b(\mu x + \underline{\tau}),$$

$$(A5) \quad \lambda(\underline{\mu}, \underline{\tau}) b(x) = b(\underline{\mu}x + \underline{\tau})$$

mit

$$\lambda > 0, \quad \underline{\mu} > 0, \quad \mu > 0, \quad e = (1, \dots, 1),$$

dann würden, abgesehen von dem pathologischen Fall

$$(20) \quad b(x) = b > 0 \quad (b \text{ konstant}),$$

überhaupt keine Indizes mehr existieren, die diesen Axiomen genügen<sup>28</sup>.

Damit ist gezeigt, daß eine zunehmende Verallgemeinerung der Transformationsfunktionen zu einer immer geringer werdenden Auswahl an geeigneten Indizes führt, wobei wir ohnehin von vornherein nur Verhältnisskalen und Intervallskalen berücksichtigt haben. Deshalb ist kaum vorstellbar, daß etwa eine weitgehende Mischung dieser Skalen untereinander oder mit Indikatoren von noch niedrigerem Skalenniveau zulässig wäre.

Dies ist auch der eigentliche Grund, weshalb die Einwohnerveredelung als Summenformel auf eine gemeinsame streng kardinale Skala angewiesen ist, deren Werte dort als Einwohner interpretiert werden. Sämtliche ursprünglichen Indikatoren, in ihren natürlichen Einheiten gemessen, müssen dann auf diese künstliche Skala abgebildet und in Einwohnerwerte transformiert werden, ein kritischer Vorgang, der in der traditionellen Statistik als Standardisierung bezeichnet wird. Zusammen mit der Gewichtung – im veredel-

<sup>26</sup> Zur Notation: Symbole mit einem unteren Querstrich bezeichnen Vektoren  $\underline{\mu} = (\mu_1, \dots, \mu_m)$ . Die Multiplikation zweier Vektoren erfolgt immer komponentenweise,  $\underline{\mu}x = (\mu_1 x_1, \dots, \mu_m x_m)$ , ergibt also einen Vektor. Außerdem bedeutet:  $\underline{\mu} > 0 \Leftrightarrow \mu_j > 0$ ,  $j = 1, \dots, m$ .

<sup>27</sup> S. Aczél 1987, 6; Aczél et al. 1986, 395; formaler Beweis in Luce 1964.

<sup>28</sup> Die formalen Beweise finden sich in Aczél et al. 1986, 410 ff.

ten Einwohner allerdings nicht explizit vorgenommen – wird dadurch die Vergleichbarkeit der Indikatoren erst hergestellt. Hierbei lassen sich implizite Werturteile kaum vermeiden, weil dafür auf objektive Kriterien nicht rekurriert werden kann. Demgegenüber hat der Index in (19) den großen Vorteil, daß eine gemeinsame Skala für die Indikatoren nicht geschaffen werden muß, obwohl auch er die Spezifikation von Parametern erfordert und die strenge Kardinalität aller Indikatoren impliziert, wofür der Informationsgehalt vieler Indikatoren sicher nicht ausreichen dürfte.

Auch wenn die Auswahl eines geeigneten Index somit von vornherein starken Restriktionen unterliegt, spielen dafür noch weitere, als sinnvoll erachtete Eigenschaften, etwa die

### *Monotonie*

$$(A6) \quad b(\bar{x}) > b(x), \quad \bar{x} \geq x^{29}$$

und die

### *Lineare Homogenität*

$$(A7) \quad b(\lambda x) = \lambda b(x), \quad \lambda > 0$$

eine Rolle. Sie verlangen, daß der Index steigenden Bedarf signalisieren soll, wenn wenigstens ein Indikator steigt, und genau um den Faktor  $\lambda$  zunehmen soll, wenn alle Indikatoren um  $\lambda$  steigen. Da das gewogene Produkt als einziger Index (A2) erfüllt und (wie viele andere Indizes) auch den Axiomen (A 6) und (A 7) genügt, kann er durch diese drei Axiome charakterisiert werden<sup>30</sup>.

Hat man sich einmal auf einen so deduzierten Funktionstyp geeinigt, bleibt immer noch die Frage der Selektion der Indikatoren und der Spezifikation der Parameter offen, die mit der Axiomatik nicht beantwortet werden kann. Dazu ließe sich etwa an kommunalen Aufgabenkatalogen anknüpfen und der Anteil der in einem Aufgabenbereich getätigten Ausgaben an den Gesamtausgaben als Gewichtungsschema verwenden<sup>31</sup>. Denkbar wäre auch, ökonometrische Studien über die Determinanten der kommunalen Ausgaben dafür heranzuziehen<sup>32</sup>, die jedoch den Bedarf implizit mit den Ausgaben der Kommunen identifizieren.

<sup>29</sup>  $\bar{x} \geq x \Leftrightarrow \bar{x}_j \geq x_j$  für alle  $j$ ,  $\bar{x} \neq x$ .

<sup>30</sup> Für den formalen Beweis s. Eichhorn / Voeller 1976, 63 - 68.

<sup>31</sup> S. z.B. Hanusch / Kuhn 1985, in ähnlicher Form, allerdings mit dem Ziel, ein monetäres Maß zu generieren: Zimmermann u.a. 1987, 391ff.; Zimmermann 1987, 152ff.

<sup>32</sup> Siehe für die Verhältnisse der Bundesrepublik z.B. Mielke 1985.

### Schlußbemerkungen

Ziel dieses Beitrags ist es gewesen, die Messung des Bedarfs in Zuweisungssystemen unter formalen Aspekten zu analysieren. Im kommunalen Finanzausgleich besteht der Bedarf aus zwei Komponenten, einem einheitlichen monetären Bedarfsniveau und dem bekannten veredelten Einwohner als einem Maß für interkommunale Bedarfsunterschiede. Was das Bedarfsniveau angeht, so ist es einer Quantifizierung, die sich an den Kosten der öffentlichen Aufgabenerfüllung orientiert, nicht zugänglich, sondern es wird endogen bestimmt, um systemimmanente Konflikte zwischen vertikalen und horizontalen Ausgleichszielen (vordergründig) zu lösen und die Existenz einer Verteilung zu sichern. In dieser Funktion wird es dann von der Einnahmeseite der öffentlichen Haushalte limiert.

Der veredelte Einwohner ist als Bedarfsindex und somit, wie jeder andere Index auch, als ein Aggregat aus mehreren Bedarfsindikatoren zu interpretieren, wobei in diesem speziellen Fall die Werte der einzelnen Indikatoren jeweils in Einwohner transformiert und dann addiert werden, ein Vorgang, der den Einwohner als gemeinsamen Maßstab benutzt und Bedarf letztlich in einer fiktiven Einwohnerzahl ausdrückt. Die hierbei implizit vorgenommene Standardisierung und Gewichtung der Einzelwerte, womit deren Vergleichbarkeit erst hergestellt wird, bleibt jedoch weitgehend im Dunkeln, so daß dieser Ansatz viel an Transparenz und Rationalität einbüßt.

Den Ausgangspunkt für eine theoretische Fundierung der Bedarfsmessung bildet in diesem Beitrag der Nachweis der Kardinalität von Indizes, was auch die Auswahl und Aggregation der einzelnen Indikatoren schon stark prägt. Hier befindet man sich in einem Dilemma: Entweder man fordert eine gemeinsame Verhältnisskala für alle Indikatoren, was die rationale Vergleichbarkeit bedeuten und eine größere Auswahl an Aggregationsfunktionen ermöglichen würde, oder man läßt die rationale Nichtvergleichbarkeit der Skalen zu, womit dann aber die Menge der zulässigen Aggregationsfunktionen eng begrenzt wäre. Aus unserer Sicht ist letztere Alternative zu präferieren, da sie eine gemeinsame Skala, wie sie der Einwohner darstellt, entbehrlich macht.

Als Aggregationsfunktion käme in diesem Fall nur das gewogene Produkt in Frage, das zusammen mit den wünschenswerten Eigenschaften der Monotonie und linearen Homogenität axiomatisch charakterisiert wird. Zur Auswahl der Indikatoren, die jedoch auch hier durchweg streng kardinal meßbar sein müssen, und zur Spezifikation der Parameter bietet sich der Rückgriff auf empirische Studien über Determinanten und Struktur der Staatsausgaben oder auf kommunale Aufgabenkataloge an.

Natürlich wird auch ein derart konstruierter Index dem Kriterium der Objektivität nicht gerecht werden können, da sich eine objektive Messung

des Bedarfs aufgrund der Normativität des abzubildenden Phänomens gleichsam von selbst verbietet. Was jedoch geleistet werden sollte, ist, die Bedarfsmessung auf eine rationalere Grundlage zu stellen und implizite Werturteile offenzulegen. Vor diesem Hintergrund muß der veredelte Einwohner in seiner jetzigen Gestalt als relativ willkürlich bezeichnet werden, was dann natürlich auch auf die von ihm mitgeprägte Verteilung der Zuweisungen zutrifft.

### Anhang: Beweis des Theorems (17)

Im nachfolgenden Beweis wird als bekannt vorausgesetzt, daß sich die Lösung des Gleichungssystems (1) - (3) als

$$(21) \quad S(i)^* = S(i, b(i), G^*, \alpha^*)$$

ergibt, wobei  $G^*(b(i))$ ,  $\alpha^*(b(i))$  eindeutig aus dem Gleichungssystem:

$$(22) \quad \int_0^\alpha a(E(i)b(i)G - K(i)) di - M = 0,$$

$$(23) \quad G - \frac{K(\alpha)}{E(\alpha)b(\alpha)} = 0$$

bestimmt wird. Dabei gehen wir von einer inneren Lösung aus, um Veränderungen von  $\alpha^*$  zuzulassen. (s. *Kuhn* 1990 für eine ausführlichere Darstellung).

Die vom transformierten Index erzeugte Lösung sei aus Vereinfachungsgründen mit

$$(24) \quad S(i)^{**} = S(i, h(b(i)), G^{**}, \alpha^{**}), \quad G^{**} = G^*(h(b(i))), \quad \alpha^{**} = \alpha^*(h(b(i)))$$

bezeichnet.

1. „ $\Rightarrow$ “ Sei  $h(b(i)) = \lambda b(i)$ ,  $\lambda > 0$   
zu zeigen:  $S(i)^* = S(i)^{**}$ .

Für  $(G^{**}, \alpha^{**})$  gilt:

$$(25) \quad \int_0^{\alpha^{**}} a(E(i)\lambda b(i)G^{**} - K(i)) di - M = 0 \quad \left. \right\} \Leftrightarrow G^{**} = \frac{1}{\lambda} G^*, \quad \alpha^{**} = \alpha^*.$$

$$(26) \quad G^{**} - \frac{K(\alpha^{**})}{E(\alpha^{**})\lambda b(\alpha^{**})} = 0$$

Daraus folgt:  $S(i)^{**} = S(i)^*$ .

„  $\Leftarrow$  „ Sei  $S(i)^{**} = S(i)^*$ ,  
zu zeigen:  $h(b(i)) = \lambda b(i)$ ,  $\lambda > 0$ .

Sei  $\Theta(i)^*$  (und analog  $\Theta(i)^{**}$ ) definiert als

$$(27) \quad \Theta(i)^* = \Theta(i, \alpha^*) = \begin{cases} 1, & i \in [0, \alpha^*) \\ 0, & i \in [\alpha^*, 1]. \end{cases}$$

Dann gilt:

$$\begin{aligned} (28) \quad S(i)^{**} &= S(i)^* \\ &\Leftrightarrow \Theta(i)^* a(E(i) b(i) G^* - K(i)) = \Theta(i)^{**} (E(i) h(b(i)) G^{**} - K(i)) \\ &\Leftrightarrow \Theta(i)^* = \Theta(i)^{**} \wedge E(i) b(i) G^* - K(i) = E(i) h(b(i)) G^{**} - K(i) \\ &\Leftrightarrow \alpha^* = \alpha^{**} \wedge h(b(i)) = \frac{G^*}{G^{**}} b(i) \\ \text{mit } \lambda := \frac{G^*}{G^{**}} &> 0 \text{ ist } \lambda \text{ ein konstanter Parameter.} \end{aligned} \quad \text{q.e.d.}$$

## Zusammenfassung

Die theoretische Fundierung der Bedarfsmessung in Zuweisungssystemen wird in diesem Beitrag aus dem Nachweis der strengen Kardinalität eines Index entwickelt, die für alle verwendbaren Maße Gültigkeit hat. Im Falle des bekannten „veredelten Einwohners“ impliziert dies die rationale Vergleichbarkeit der zu aggregierenden Bedarfsindikatoren, deren Transformation auf die gemeinsame Skala des Einwohners jedoch einer theoretischen Grundlage entbehrt und als relativ willkürlich zu betrachten ist. Eine Verallgemeinerung des zugrundegelegten Dimensionalitätsaxioms zur rationalen Nichtvergleichbarkeit der Indikatoren ermöglicht dann die Charakterisierung des gewogenen Produkts als Aggregationsfunktion, das gegenüber dem veredelten Einwohner präferiert wird. Durch die Endogenisierung des Bedarfsniveaus mit dem Ziel, systemimmanente Konflikte zwischen vertikalem und horizontalem Ausgleich zu lösen, ist der Bedarf im kommunalen Finanzausgleich einer monetären Quantifizierung allerdings nicht zugänglich.

## Abstract

This paper deals with the foundation of expenditure needs measurement in equalization grant systems. Our theory is based on proving strong cardinality, any possible index of needs must hold. Concerning a modified population size measure used in Germany, rational comparability of aggregated needs indicators is implied. But transformation of different indicator scales into the population unit scale is not justified by measurement theory. A generalization of the underlying dimensionality-axiom by

rational non-comparability facilitates an axiomatic characterization of the weighted product as an aggregation function, which is to be preferred.

### Literaturverzeichnis

- Aczél, J. / Roberts, F. S. / Rosenbaum, Z.* (1986), On Scientific Laws without Dimensional Constants. *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 119, 389 - 416.
- (1987), ,Cheaper by the Dozen': Twelve Functional Equations and their Applications to the ‚Laws of Science' and to Measurement in Economics, in: Eichhorn, W. (ed.), *Measurement in Economics*, 3 - 18. Heidelberg.
- Arbeitsgruppe* (1987), Gutachten zur Berechnung der Schlüsselzuweisungen im kommunalen Finanzausgleich Nordrhein-Westfalen, erarbeitet von einer Arbeitsgruppe aus sachverständigen Praktikern, hrsg. v. Innenminister des Landes Nordrhein-Westfalen. Düsseldorf.
- Bös, D.* (1971), Eine ökonomische Theorie des Finanzausgleichs. Wien. New York.
- Buhl, H. U. / Kuhn, T. / Pfingsten, A.* (1989), Ein angemessenes Verfahren für den kommunalen Finanzausgleich. Diskussionspapier, erscheint in: Ifo Institut (Hrsg.), *Beiträge zur Finanzpolitik*. München.
- Deubel, I.* (1984), Der kommunale Finanzausgleich in Nordrhein-Westfalen. Köln.
- Eichhorn, W. / Voeller, J.* (1976), *Theory of the Price Index*. Heidelberg.
- Finanzausgleichskommission Baden-Württemberg* (1977), Bericht der gemeinsamen Kommission zur Erarbeitung von Grundlagen und Vorschlägen für eine Neuregelung des kommunalen Finanzausgleichs. Stuttgart.
- Grossekettler, H.* (1988), Die Bestimmung der Schlüsselmasse im kommunalen Finanzausgleich. Eine ordnungspolitische Analyse der Entstehung von Finanzausgleichsbedarfen und den Möglichkeiten ihrer Quantifizierung. *Finanzarchiv* 45, 393 - 440.
- Hansmeyer, K. H. / Kops, M.* (1985), Die Popitz'sche Hauptansatzstaffel, in: Akademie für Raumforschung und Landesplanung (Hrsg.), *Räumliche Aspekte des kommunalen Finanzausgleichs*. FuS 159, 15 - 54. Hannover.
- (1980), Der kommunale Finanzausgleich als Instrument zur Förderung zentraler Orte, in: Pohmer, D. (Hrsg.), *Probleme des Finanzausgleichs II*. Schriften des Vereins für Socialpolitik N.F. 96/II, 83 - 150. Berlin.
- Hanusch, H. / Kuhn T.* (1985), Messung des kommunalen Finanzbedarfs – Ein alternativer Ansatz für die Schlüsselzuweisungen, in: Akademie für Raumforschung und Landesplanung (Hrsg.), *Räumliche Aspekte des Finanzausgleichs*. FuS 159, 55 - 74. Hannover.
- Hardt, U.* (1988), Kommunale Finanzkraft. Die Problematik einer objektiven Bestimmung kommunaler Einnahmemöglichkeiten in der gemeindlichen Haushaltspolitik und im kommunalen Finanzausgleich. Frankfurt.
- Hirota, S.* (1985), Die originäre Ermittlung des Finanzbedarfs am Beispiel des japanischen Finanzausgleichs, in: Akademie für Raumforschung und Landesplanung (Hrsg.), *Räumliche Aspekte des kommunalen Finanzausgleichs*. FuS 159, 75 - 98. Hannover.

- Karrenberg, H. / Münstermann, E. (1987), Gemeindefinanzbericht 1987. Der Städte- tag 40 (2), 48 - 97.*
- / — (1988), Gemeindefinanzbericht 1988. Der Städte- tag 41 (2), 63 - 114.
  - / — (1989), Gemeindefinanzbericht 1989. Der Städte- tag 42 (2), 86 - 135.
  - / — (1990), Gemeindefinanzbericht 1990. Der Städte- tag 43 (2), 81 - 135.
  - / — (1991), Gemeindefinanzbericht 1991. Der Städte- tag 44 (2), 79 - 140.
  - / — (1992), Gemeindefinanzbericht 1992. Der Städte- tag 45 (2), 58ff.
- Klemmer, P. (1981), Zentralität und Einwohnerzahl, in: Tendenzen und Probleme der Entwicklung von Bevölkerung, Siedlungszentralität und Infrastruktur in Nordrhein-Westfalen, in: Akademie für Raumforschung und Landesplanung (Hrsg.). FuS 137, 147 - 167. Hannover.*
- Kops, M. (1989), Möglichkeiten und Restriktionen einer Berücksichtigung von Sonderbedarf im Länderfinanzausgleich. Opladen.*
- Kuhn, T. (1988), Schlüsselzuweisungen und fiskalische Ungleichheit. Eine theoretische Analyse der Verteilung von Schlüsselzuweisungen an Kommunen. Frankfurt.*
- (1989), Einwohnerzahl und Verdichtung als Determinanten der Staatsausgaben, erscheint in: Ifo Institut (Hrsg.), Studien zur Finanzpolitik.
  - (1990), Zur Theorie der Schlüsselzuweisungen im kommunalen Finanzausgleich. Volkswirtschaftliche Diskussionsreihe. Universität Augsburg 42. Augsburg.
  - / Hanusch, H. (1991), Vertical and Horizontal Equity and the Grants to Communities in the FRG, in: Prud'homme, R. (ed.), Public Finance with Several Levels of Government, Proceedings of the 46th Congress of the IIPF Brussels 1990. Foundation Journal Public Finance, 211 - 221. The Hague.
  - (1991/92), Zuweisungen und Allokation im kommunalen Finanzausgleich. Finanzarchiv 49, 215 - 236.
  - (1992 a), Allokation und Distribution im Finanzausgleich. Habilitationsschrift.
  - (1992 b), Regressive Effekte im Finanzausgleich. Volkswirtschaftliche Diskussionsreihe 81. Augsburg.
- Leibfritz, W. / Thanner, B. (1986), Berücksichtigung der zentralen Orte im kommunalen Finanzausgleich Bayerns. Ifo Studien zur Finanzpolitik 38. München.*
- Littmann, K. (1977), Ausgaben, öffentliche II: Die „Gesetze“ ihrer langfristigen Entwicklung, in: Handwörterbuch der Wirtschaftswissenschaften 1, 349 - 363. Tübingen.*
- Luce, R. D. (1964), A generalization of a theorem of dimensional analysis. Journal of Mathematical Psychology, 278 - 284.*
- Mielke, B. (1985), Interkommunale Ausgabenunterschiede und Strukturmerkmale von Gemeinden am Beispiel Nordrhein-Westfalen, in: Akademie für Raumforschung und Landesplanung (Hrsg.), Räumliche Aspekte des Finanzausgleichs. FuS 159, 99 - 131. Hannover.*
- OECD (1981), Measuring Local Government Expenditure Needs: The Copenhagen Workshop. Paris.*
- Peffekoven, R. (1987), Zur Neuordnung des Länderfinanzausgleichs. Finanzarchiv, N.F. 45, 181 - 228.*

- Popitz, J. (1932), Der künftige Finanzausgleich zwischen Reich, Ländern und Gemeinden. Berlin.*
- Seiler, G. (1980), Ziele und Mittel des kommunalen Finanzausgleichs – Ein Rahmenkonzept für einen aufgabenbezogenen kommunalen Finanzausgleich, in: Pohmer, D. (Hrsg.), Probleme des Finanzausgleichs II. Schriften des Vereins für Socialpolitik N.F. 96/II, 11 - 82. Berlin.*
- Zabel, G. (1983), Ist die Hauptansatzstaffel noch zeitgemäß?. Informationen zur Raumentwicklung, 6/7, 445 - 460.*
- Zimmermann, H. / Hardt, U. / Postlep, R.-D. (1987), Bestimmungsgründe der kommunalen Finanzsituation – unter besonderer Berücksichtigung der Gemeinden in Ballungsgebieten. Schriftenreihe der Gesellschaft für regionale Strukturrentwicklung, 15. Bonn.*
- (1987), Horizontaler Finanzausgleich (Einnahmenausgleich), in: Konrad-Adenauer-Stiftung (Hrsg.), Dezentralisierung des politischen Handelns III, Forschungsbericht 61. Melle.