

Eine portfoliotheoretische Analyse der Friedmanschen Neuformulierung der Quantitätstheorie*

Von Nikolaus K. A. Läufer

Im Umgang mit Friedmans Geldnachfragefunktion ergeben sich noch heute, also nach mehr als 30 Jahren seit der Erstveröffentlichung der Friedmanschen Neuformulierung der Quantitätstheorie, ernsthafte theoretische Probleme, die im vorliegenden Aufsatz mit einer portfoliotheoretischen Analyse der Nachfrage nach Geld und alternativen Vermögensformen und mit einer kapitaltheoretischen Ableitung der relevanten Ertragsraten (Opportunitätskosten der Geldhaltung) gelöst werden sollen. Es wird auch überprüft, inwieweit Friedmans Geldnachfragefunktion mit seinen Vorstellungen vom Transmissionsmechanismus verträglich ist.

I. Einleitung

Vor nahezu dreißig Jahren hat M. Friedman mit seiner Neuformulierung der Quantitätstheorie eine Neubesinnung der Rolle des Geldes eingeleitet, die bis heute noch nicht zum Abschluß gekommen ist. Für *Friedman* ist die Quantitätstheorie in erster Linie eine Theorie der Geldnachfrage¹. Entsprechend besteht Friedmans Neuformulierung der Quantitätstheorie wesentlich in der Darstellung und Erläuterung einer Geldnachfragefunktion. In der Theorie der Geldnachfrage nimmt *Friedmans* Geldnachfragefunktion nach wie vor einen prominenten Platz ein². Friedman vermeidet in seiner Geldnachfragefunktion die keynesianische Trennung der Kassenhaltung in Transaktions-, Vorsichts- und Spekulationskasse. Aus der Perspektive der keynesianischen Kassentrennung läßt sich die geldnachfragetheoretische Leistung Friedmans wie folgt charakterisieren: Die Transaktionskassenhaltung wird in einen portfoliotheoretischen Ansatz integriert. Auf diese Weise entfallen gewisse Schwierigkeiten, die *Tobin* mit der portfoliotheoretischen Begründung der Geldnachfrage hatte³.

* Der Verfasser dankt zwei anonymen Gutachtern für kritische Hinweise und Verbesserungsvorschläge.

¹ Siehe *Friedman* (1956).

² Siehe z.B. *Laidler* (1977), 68 - 74.

³ Die portfoliotheoretische Begründung der Geldnachfrage durch *Tobin* (siehe *Tobin* (1958)) hat den Nachteil, daß die Existenz eines risikolosen verzinslichen Wertpapiers die Geldnachfrage beseitigt. Als Komponente des makroökonomischen Ver-

Im Umgang mit Friedmans Geldnachfragefunktion ergeben sich jedoch noch heute folgende Probleme. Erstens: In der Literatur wird die Friedman-sche Geldnachfragefunktion nicht explizit abgeleitet. Auch Friedman selbst bringt lediglich das Ergebnis einer solchen Ableitung. Insbesondere die Ertragsraten der verschiedenen Vermögensformen werden von ihm nicht klar genug definiert. Dadurch bleibt die portfoliotheoretische Fundierung seiner Geldnachfragefunktion und die kapitaltheoretische Ableitung der Ertragsraten im Dunkeln. Dieser Zustand ist nicht nur für die Lehre unbefriedigend. Wir werden zeigen, daß sich in diesem Dunkel bis dato unerkannte theoretische Schwierigkeiten verbergen. Zweitens: Die Geldnachfragefunktion gilt den Monetaristen als zentrale theoretische Beziehung. Es wäre demnach zu erwarten, daß die Formulierung dieser Funktion mit Friedmans Vorstellungen vom Mechanismus der Transmission monetärer Impulse auf die ökonomische Aktivität verträglich ist. Niemand hat bis heute diese Konsistenzfrage gestellt. Es dürfte nicht nur von dogmenhistorischer Bedeutung sein, wenn wir nach unserer Analyse feststellen müssen, daß diese Frage nicht uneingeschränkt bejaht werden kann.

mögens der Privaten ist Geld bei Tobin nichts anderes als der unverzinsliche Teil der Staatsschuld. Eine verzinsliche Form der Staatsschuld ohne Kapitalwertrisiko verdrängt dann in den Portfolios der Vermögenshalter notwendigerweise die unverzinsliche Form, d. h. das Geld. Im Gegensatz zur Tobinschen Fassung der Geldnachfrage-theorie berücksichtigt der portfoliotheoretische Ansatz von Friedman nicht nur die expliziten, monetären Ertragskomponenten der Vermögensform Geld, sondern auch die impliziten, nichtmonetären Ertragsэлеmente. Wegen der nichtmonetären Ertrags-элеmente wird die Geldnachfrage bei Einführung von risikolosen verzinslichen Wert-papieren nicht verschwinden.

Die Tobinschen Schwierigkeiten lassen sich auf zwei Arten interpretieren. Nach der ersten Art der Interpretation sind sie die Folge einer Fehlauffassung vom Geld. Geld ist eben nicht nur eine unverzinsliche Form von Staatsschuld, sondern die Quelle eines Stromes von Diensten. Die Friedmansche Geldnachfragetheorie berücksichtigt diesen Strom von Diensten von Anfang an und vermeidet dadurch die für die Tobin-sche Theorie charakteristischen Schwierigkeiten. Nach der zweiten Art der Interpretation sind die Tobinschen Schwierigkeiten Folge der keynesianischen Trennung von Kassenhaltungsmotiven. Es handelt sich bei Tobin ja nicht um Schwierigkeiten bei der Begründung von Geldnachfrage schlechthin, sondern lediglich um Schwierigkeiten bei der Begründung der Spekulationskasse, denn Geldnachfrage gibt es bei Tobin auch als Transaktionskasse (siehe *Tobin* (1956))

Das Nichtgelingen der portfoliotheoretischen Ableitung einer positiven Geldnachfrage bei Tobin (bei Existenz eines risikolosen verzinslichen Papiers) wird in der Regel gewertet als Beweis dafür, daß Geld nicht aus spekulativen Gründen (d. h. aus Gründen der Unsicherheit über die Zukunft des Zinssatzes oder der Kapitalwertunsicherheit von zu Geld alternativen Vermögensformen) gehalten wird. Diese Wertung ist jedoch nicht zwingend. Denn das Fehlen einer positiven Spekulationskasse schließt nicht aus, daß die Transaktionskassenhaltung von der genannten Zins- bzw. Kapitalwertunsicherheit d. h. spekulativ beeinflusst wird. Allerdings wird eine solche Einflußnahme dann a priori ausgeschlossen, wenn man bei der Analyse der Transaktions-kasse Zinsunsicherheit von vornherein mit der Begründung ausklammert, daß dafür die Spekulationskasse und deren Analyse zuständig seien. Die Tobinschen Schwierigkeiten weisen demnach auf die Unbrauchbarkeit des Konzeptes der Spekulations-kasse und überhaupt der keynesianischen Unterscheidung verschiedener Motive und Formen der Kassenhaltung hin. Die Tobinschen Schwierigkeiten sind Folgen eines theoretischen Ressortpartikularismus und lassen sich mit diesem leicht überwinden.

Auf den folgenden Seiten soll deshalb zunächst explizit gezeigt werden, daß und wie die Friedmansche Geldnachfragefunktion portfoliotheoretisch abgeleitet werden kann. Besondere Aufmerksamkeit wird dabei einer kapitaltheoretischen Ableitung der alternativen Ertragsraten auf dauerhafte Konsumgüter, Geld, festverzinsliche Wertpapiere und Aktien gewidmet. Wie sich zeigt, sind die Ertragsraten auf Geld und dauerhafte Konsumgüter für den einzelnen Vermögenshalter nicht mengenunabhängige Daten, sondern Variable, deren Wert durch die Anlageentscheidungen des Vermögenshalters festgelegt wird. Dadurch ist der übliche portfoliotheoretische Ansatz, der vom Prinzip der Preisunabhängigkeit ausgeht, für diesen Fall unbrauchbar. Wir müssen daher als erstes den portfoliotheoretischen Ansatz verallgemeinern, indem wir ihn für den Fall der Preisabhängigkeit formulieren. Anschließend werden die Ertragsraten kapitaltheoretisch abgeleitet. Nach diesen vorbereitenden Schritten wird schließlich die Geldnachfragefunktion formuliert. In einer anschließenden Gegenüberstellung mit Friedmans eigener Formulierung der Geldnachfragefunktion wird mit Bezug auf die gestellte Konsistenzfrage gezeigt, daß wesentliche Teile der relativen Preistheorie der Monetaristen ausgeklammert werden müssen, wenn man im Ergebnis die Friedmansche Formulierung der Geldnachfragefunktion erhalten will. Die Gründe für dieses Ergebnis werden in einem eigenen Abschnitt (V. Ergebnisse) erörtert.

Zur Beantwortung der aufgeworfenen Fragen halten wir uns an die Friedmanschen Annahmen. Wir weichen jedoch von Friedmans unnötig enger Definition der Aktie ab. Unsere Definition der Aktie ist allgemeiner (realistischer) und schließt Friedmans Definition als Spezialfall ein. Daher ist jeweils unmittelbar ersichtlich, welcher Einfluß von dieser Verallgemeinerung ausgeht und welcher nicht.

Nicht nur durch Einführung einer realistischen Definition der Aktie, sondern vor allem durch Verzicht auf die unnötig restriktiven Annahmen über die Entwicklung der relativen Preise von Gütern und Diensten, die, wie wir zeigen werden, der Friedmanschen Formulierung der Geldnachfragefunktion zugrundeliegen, erhalten wir im Ergebnis nicht nur eine Lösung der aufgeworfenen Probleme, sondern auch eine wichtige, empirisch relevante Verallgemeinerung der Friedmanschen Geldnachfragefunktion.

II. Der portfoliotheoretische Rahmen

In Zinseszins-Modellen mit diskreter bzw. kontinuierlicher Zeit hat ein Anfangsvermögen W_0 nach Ablauf von t Perioden bei einer Verzinsung r den Wert

$$W_t = W_0(1 + r)^t \text{ bzw. } W_t = W_0 e^{rt}.$$

Einer Veranlagungszeit von $t = 1$ Perioden bei diskreter Zeit entspricht einer Veranlagungszeit von $t \rightarrow 0$ bei kontinuierlicher Zeit. In Portfolio-Modellen mit diskreter Zeit ist typischerweise $W_0(1+r)$ das Argument einer Neumann-Morgensternschen Nutzenfunktion. Das kontinuierliche Analogon bei einer gegen Null konvergierenden Veranlagungszeit ist W_0 . Darin spielt r neben W_0 keine Rolle mehr. W_0 ist jedoch für die Entscheidung vorgegeben. Mit dem kontinuierlichen Analogon zum diskreten $W_0(1+r)$ kann man deshalb Portfolioentscheidungen, welche ja von r beeinflusst werden, nicht mehr analysieren. Es bietet sich jedoch der folgende Ausweg an. Dem diskreten Endvermögen $W_0(1+r)$ ist entscheidungstheoretisch die Zuwachsrate des Vermögens $W_0 r$ äquivalent. Die analoge Zuwachsrate im kontinuierlichen Fall lautet:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{d(W_0 e^{rt})}{dt} = \lim_{t \rightarrow 0} W_0 \cdot e^{rt} \cdot r = W_0 \cdot r.$$

Die portfoliotheoretische Analyse in kontinuierlicher Zeit kann bei einer gegen Null konvergierenden Veranlagungsdauer nur noch anhand der Zuwachsrate $W_0 r$ durchgeführt werden.

Wir betrachten im folgenden ausschließlich Modelle in kontinuierlicher Zeit und mit einer Veranlagungsdauer, die gegen Null konvergiert. Der portfoliotheoretische Ansatz lautet daher:

$$(1) \quad \text{Max } E(U) \text{ mit } U = U\left(\frac{W}{p} \cdot r\right)$$

unter den Nebenbedingungen

$$(2) \quad r = \sum_{i=1}^n r_i A_i$$

$$(3) \quad \sum A_i = 1,$$

wobei

E = Erwartungswertoperator

U = Nutzenfunktion

W = Nominalvermögen

p = Preisniveau für laufend produzierte Güter

W/p = Realvermögen

r_i = unsicherer (stochastischer) Ertragssatz der Anlage i

A_i = Anteil der Anlage i am Gesamtvermögen W

n = Anzahl der Anlagearten.

Wir definieren:

$$(4) \quad \bar{r}_i \equiv E(r_i)$$

$$(5) \quad \bar{r} \equiv E(r) \equiv \sum \bar{r}_i A_i$$

$$(6) \quad v(r) \equiv \sum_{i,j} A_i A_j \text{cov}(r_i, r_j).$$

Mit passender Normalverteilungsmaßnahme gilt bekanntlich

$$(7) \quad \begin{aligned} E(U) &\equiv U \left[\frac{W}{p} \cdot E(r), \left(\frac{W}{p} \right)^2 \cdot v(r) \right] \\ &\equiv \bar{U} \left[\frac{W}{p}, \bar{r}, v(r) \right]. \end{aligned}$$

Wir betrachten im folgenden den allgemeinen Fall der Preisabhängigkeit:

$$(8) \quad r_i = r_i \left(A_i \frac{W}{p_i} \right) \quad \frac{\partial r_i}{\partial A_i} \neq 0.$$

Der reale Umfang $\frac{A_i W}{p_i}$ der Anlage i beeinflußt die Höhe des Ertragssatzes dieser Anlage. Mit Preisabhängigkeit ist also nicht die Abhängigkeit von p_i allein gemeint.

Bei Preisabhängigkeit variieren die Ertragssätze mit den relevanten Mengen, das sind Quotienten aus investierten Werten und zugehörigen Preisen p_i . Betrachten wir die Geldhaltung, dann ist das zugehörige p_i gleich dem Preisniveau für laufend produzierte Güter. Bei dauerhaften Konsumgütern ist p_i gleich dem Preisniveau für bestehende dauerhafte Konsumgüter. Werden festverzinsliche Wertpapiere oder Aktien betrachtet, dann ist jeweils $p_i = 1$.

Mit Hilfe der Lagrange-Funktion

$$(9) \quad L = E(U) + \lambda (1 - \Sigma A_i)$$

lassen sich die Bedingungen 1.0. für ein Maximum wie folgt formulieren:

$$(10) \quad \frac{\partial L}{\partial A_i} = \frac{\partial E(U)}{\partial A_i} - \lambda = 0 \quad i = 1, \dots, n$$

$$(11) \quad \Sigma A_i = 1.$$

Das ist ein System von $n + 1$ Gleichungen in ebensovielen Unbekannten A_i und dem Lagrange-Multiplikator λ .

Durch Anwendung der Kettenregel erhält man aus (7):

$$(12) \quad \frac{\partial E(U)}{\partial A_i} = \frac{\partial E(U)}{\partial \bar{r}} \cdot \frac{\partial \bar{r}}{\partial A_i} + \frac{\partial E(U)}{\partial v(r)} \cdot \frac{\partial v(r)}{\partial A_i}.$$

Wir nehmen nun an, daß

$$(13) \quad \frac{\partial r_j}{\partial A_i} \equiv 0 \text{ für } i \neq j \text{ und } \frac{\partial \text{cov}(r_i, r_j)}{\partial A_i} \equiv 0 \text{ für beliebige } i, j.$$

Ferner verwenden wir folgende Abkürzungen

$$(14) \quad \frac{\partial E(U)}{\partial \bar{r}} \equiv \bar{U}_r, \quad \frac{\partial E(U)}{\partial v(r)} \equiv \bar{U}_v, \quad q \equiv -\frac{\bar{U}_v}{\bar{U}_r} \cdot 2.$$

Für (12) erhält man mit (13) und (14) den Ausdruck (12').

$$(12') \quad \frac{\partial E(U)}{\partial A_i} = \bar{U}_r (\bar{r}_i + A_i \frac{\partial \bar{r}_i}{\partial A_i}) + \bar{U}_v \left[\sum_{j=1}^n 2 \text{cov}(r_i, r_j) A_j \right].$$

Im Falle der Preisabhängigkeit ($\partial r_i / \partial A_i \neq 0$) ist der *erwartete marginale Ertragssatz*

$$(15) \quad \frac{\partial \bar{r}}{\partial A_i} \equiv \bar{r}_i + A_i \frac{\partial \bar{r}_i}{\partial A_i} \equiv \bar{r}_i + A_i W \frac{\partial \bar{r}_i}{\partial A_i W}$$

(ein Analogon zum preistheoretischen Grenzerlös) eine Funktion von A_i .

Man beachte daß $\bar{U}_r$, $\bar{U}_v$ und q im allgemeinen Funktionen von $\frac{W}{p}$, $\bar{r}$ und $v(r)$ sind.

Die Bedingungen 1.0. ergeben daher das Gleichungssystem (I):

$$(16) \quad q \sum_{j=1}^n \text{cov}(r_i, r_j) A_j + \frac{\lambda}{\bar{U}_r} = \frac{\partial \bar{r}}{\partial A_i} \quad i = 1, \dots, n$$

(I)

$$(17) \quad \sum A_i = 1$$

q ist der Koeffizient für die relative Risikoaversion.

Dieses Gleichungssystem ist im allgemeinen nichtlinear in den Variablen A_i und $\lambda / \bar{U}_r$. Für Linearität müßte sowohl q unabhängig von $\bar{r}$ und $v(r)$ sein, als auch Preisunabhängigkeit ($\frac{\partial \bar{r}_i}{\partial A_i} \equiv 0$) herrschen.

Wenn wir die marginalen Ertragssätze $\frac{\partial \bar{r}}{\partial A_i}$ als *Parameter* behandeln, dann können wir das Gleichungssystem (I) in folgende Form bringen:

$$(18) \quad A_i = A_i \left[\frac{\partial \bar{r}}{\partial A_1} (A_1 \frac{W}{p_1}), \dots, \frac{\partial \bar{r}}{\partial A_n} (A_n \frac{W}{p_n}); \frac{W}{p} \right] \quad i = 1, \dots, n$$

(II)

$$(19) \quad \lambda = \lambda \left[\frac{\partial \bar{r}}{\partial A_1} \left(A_1 \frac{W}{p_1} \right), \dots, \frac{\partial \bar{r}}{\partial A_n} \left(A_n \frac{W}{p_n} \right); \frac{W}{p} \right]$$

Im Falle der Preisunabhängigkeit $\left(\frac{\partial \bar{r}_i}{\partial A_i} \equiv 0 \right)$ sind die $\frac{\partial \bar{r}}{\partial A_i}$ keine Funktionen von A_i mehr. Die Form (II) ist dann schon die *explizite* Lösung des Gleichungssystems (I). Im Falle der Preisabhängigkeit stellt die Form (II) noch keine explizite Lösung des Gleichungssystems (I) dar. Jede A_i -Gleichung ist noch immer eine *implizite* Funktion. Jedes A_i hängt darin außerdem nicht nur von A_i , also von sich selbst, sondern auch noch von A_j , $j \neq i$, ab. Dagegen sind in einer expliziten Lösung der Systeme (I) bzw. (II) die A_i und λ nur noch Funktionen von $\frac{W}{p}$ und der *Parameter* der marginalen Ertragssätze $\frac{\partial \bar{r}}{\partial A_i}$. (Im Falle der Preisunabhängigkeit ist der durchschnittliche Ertragssatz $\bar{r}_i$ der einzige Parameter des marginalen Ertragssatzes $\frac{\partial \bar{r}}{\partial A_i}$ und diesem gleich).

III. Die Definition der Ertragssätze

1. Vorbemerkung

Wir indizieren im folgenden mit 0 die Gegenwart. x_t für $t > 0$ und $\frac{dx_t}{dt}$ für $t \geq 0$ sind mit der unbekannten Zukunft verknüpfte und daher mit Unsicherheit behaftete (stochastische), zu erwartende Größen. Die abzuleitenden Ertragssätze sind daher mehrheitlich stochastische Größen. Um den portfoliotheoretischen Rahmen auszufüllen, benötigen wir die Erwartungswerte der Ertragssätze. Zur Vereinfachung unserer Darstellung unterlassen wir es in diesem Abschnitt III, zwischen stochastischen Variablen und deren Erwartungswerten formal zu unterscheiden. Wegen der Linearität zwischen den stochastischen Elementen eines Ertragssatzes können wir das auch ungestraft tun. Zur weiteren Vereinfachung nehmen wir an, daß die Ertragssätze von der Veranlagungsdauer (holding period) unabhängig sind.

2. Ertragssatz auf Aktien

Zur Herleitung der Ertragssätze auf Aktien benötigen wir folgende Definitionen:

- G = Gewinn (netto, nach Abzug der Firmensteuern)
- D = Dividende
- K = Kurswert

p = Preisniveau der laufend produzierten Güter

n = nominell

r = real

a = Ausschüttungsquote

$r_e \equiv \frac{D^n}{K} = \text{Aktienrendite}$

$r_e^n (r_e^r) = \text{nomineller (realer) Ertragssatz auf Aktien.}$

Zwischen nominellen und realen Größen besteht folgende Beziehung:

$$(20) \quad G_t^n = G_t^r p_t, \quad D_t^n = D_t^r p_t.$$

Ex definitione gilt:

$$(21) \quad r_e^r \equiv r_e^n - \frac{dp/dt}{p}.$$

Außerdem haben wir

$$(22) \quad D = a \cdot G.$$

Den nominellen Ertragssatz auf Aktien definieren wir implizit durch

$$(23) \quad K_0 \bar{e}^{r_e^n t} = \int_0^t D_\tau^n \bar{e}^{r_e^n (t-\tau)} d\tau + K_t \quad (t \geq 0).$$

$\bar{e}$ steht für die natürliche Zahl e . Die Integrationsvariable τ indiziert Zeitpunkte und t bezeichnet sowohl einen Zeitpunkt in der Zukunft als auch die Dauer der Anlage. Weil wir Ertragssätze als unabhängig von der Veranlagungsdauer betrachten, ist r_e^n keine Funktion von t . Durch beidseitige Differentiation der impliziten Definitionsgleichung für r_e^n nach t erhält man:

$$(24) \quad K_0 \bar{e}^{r_e^n t} r_e^n = D_t^n + r_e^n \bar{e}^{r_e^n t} \int_0^t D_\tau^n \bar{e}^{-r_e^n \tau} d\tau + \frac{dK_t}{dt}.$$

Läßt man die Veranlagungsdauer t gegen Null gehen, dann wird

$$(25) \quad r_e^n = \frac{D_0^n}{K_0} + \frac{dK_0/dt}{K_0} = r_e + \frac{dK/dt}{K}.$$

Der Index 0 für die Gegenwart kann weggelassen werden. Beachtet man, daß, wiederum aufgrund der Definition der Aktienrendite, die Gleichungen

$$(26) \quad K = \frac{D^n}{r_e} = \frac{D^r p}{r_e} = \frac{a G^r p}{r_e}$$

gelten, dann sieht man unmittelbar, daß

$$(27) \quad \frac{dK/dt}{K} = \frac{da/dt}{a} + \frac{dG^r/dt}{G^r} + \frac{dp/dt}{p} - \frac{dr_e/dt}{r_e}.$$

Für den nominellen Ertragssatz auf Aktien (bei einer Veranlagungsdauer von $t \rightarrow 0$) ergibt sich dadurch:

$$(28) \quad r_e^n = r_e - \frac{dr_e/dt}{r_e} + \frac{da/dt}{a} + \frac{dG^r/dt}{G^r} + \frac{dp/dt}{p}.$$

Durch Anwendung von (21) auf (28), d. h. nach Abzug der erwarteten Inflationsrate, $\frac{dp/dt}{p}$, vom erwarteten nominellen Ertragssatz, r_e^n , erhält man den erwarteten realen Ertragssatz auf Aktien, r_e^r .

Bei Friedman wird die Aktie definiert als ein Papier, das die Erwartung auf einen dauerhaften und real konstanten Einkommensstrom verkörpert. Friedman nimmt also an, daß

$$(29) \quad \frac{da/dt}{a} + \frac{dG^r/dt}{G^r} \equiv 0.$$

Mit dieser Annahme erhalten wir auch Friedmans Ausdruck für den nominellen Ertragssatz auf Aktien. Wir halten jedoch Friedmans Definition der Aktien für unnötig eng und unrealistisch. Selbstverständlich handelt es sich bei G^r um die realen Netto-Gewinne nach Abzug der Steuern. Man kann daher die Wachstumsrate von G^r ersetzen durch eine geeignet gewogene Differenz der Wachstumsraten der realen Brutto-Gewinne und der der Gewinnsteuern.

3. Ertragssatz festverzinslicher Wertpapiere

Die bisherigen Definitionen ergänzen wir durch

N = Nominalwert

i = Couponrate

$r_b \equiv \frac{iN}{K}$ = Nominalzinssatz festverzinslicher Wertpapiere

$r_b^n (r_b^r)$ = nomineller (realer) Ertragssatz festverzinslicher Wertpapiere.

Den nominellen Ertragssatz festverzinslicher Wertpapiere definieren wir implizit durch

$$(30) \quad K_0 \bar{e}^{r_b^n t} = \int_0^t (iN)_\tau \bar{e}^{r_b^n(t-\tau)} d\tau + K_t \quad (t \geq 0).$$

Die Bedeutung von $\bar{e}$, τ und t ist gegenüber (23) unverändert. Wir nehmen wieder an, daß der nominelle Ertragssatz von der Veranlagungsdauer unabhängig ist. Beidseitige Differentiation nach t und der Übergang zu einer Veranlagungsdauer von Null ($t \rightarrow 0$) liefern dann:

$$(31) \quad r_b^n = \frac{(iN)_0}{K_0} + \frac{dK_0/dt}{K_0} = r_b + \frac{dK/dt}{K}.$$

Der Index 0 für die Gegenwart kann jetzt wieder weggelassen werden. Aus der Definition des Nominalzinssatzes folgt ferner

$$(32) \quad \frac{dK/dt}{K} = \frac{d(iN)/dt}{iN} - \frac{dr_b/dt}{r_b}.$$

Bei festverzinslichen Wertpapieren *ohne* Indexklausel ist

$$(33) \quad d(iN)/dt \equiv 0,$$

so daß

$$(34) \quad r_b^n = r_b - \frac{dr_b/dt}{r_b}$$

$$(35) \quad r_b^r = r_b - \frac{dr_b/dt}{r_b} - \frac{dp/dt}{p}.$$

Bei festverzinslichen Wertpapieren *mit* Indexklausel zur Wertsicherung ist

$$(36) \quad \frac{d(iN)/dt}{iN} = \frac{dp/dt}{p}.$$

Der damit verbundene Ausdruck für r_b^n entspricht dem Friedmanschen Ausdruck für den Ertragssatz auf Aktien und seiner Definition der Aktie als realwertgesichertem Wertpapier⁴.

4. Marginaler Ertragssatz für dauerhafte Konsumgüter

Für die Ableitung der Ertragssätze dauerhafter Konsumgüter verwenden wir folgende Definitionen:

DG	=	geplanter Bestand an dauerhaften Konsumgütern
S_{DG}	=	totaler Dienst (Service) dauerhafter Konsumgüter (totales reales Dienstprodukt)

⁴ Siehe *Friedman*, a.a.O., S. 6.

- MS_{DG} = marginaler Dienst (Service) dauerhafter Konsumgüter (reales Dienstgrenzprodukt)
 $p_{S, DG}$ = Marktpreis für Dienste, die dauerhafte Konsumgüter leisten (Preis pro Einheit)
 p_{DG} = Marktpreis für dauerhafte Konsumgüter (Preis pro Einheit)
 $r_{DG}^n (r_{DG}^r)$ = nomineller (realer) *marginaler* Ertragssatz dauerhafter Konsumgüter
 p = Preisniveau der laufend produzierten Güter.

Der marginale, nominelle Ertragssatz dauerhafter Konsumgüter wird implizit definiert durch

$$(37) \quad p_{DG,0} \bar{e}^{r_{DG}^n t} = \int_0^t p_{S,DG,\tau} MS_{DG}(DG) \bar{e}^{r_{DG}^n (t-\tau)} d\tau + p_{DG,t} \quad (t \geq 0).$$

Die Bedeutung von $\bar{e}$, τ und t ist gegenüber (23) unverändert. Zur Vereinfachung unterstellen wir, daß dauerhafte Konsumgüter nicht verschleißten. (Eigentlich genügt die schwächere Annahme, daß die (relative) Verschleißrate von DG unabhängig von DG vorgegeben ist.) Unter der Annahme, daß der nominelle Ertragssatz von der Veranlagungsdauer unabhängig ist, führt die beidseitige Differentiation von (37) nach t und der Übergang zu einer Veranlagungsdauer von Null ($t \rightarrow 0$) zu:

$$(38) \quad r_{DG}^n = \frac{p_{S,DG}}{p_{DG}} MS_{DG}(DG) + \frac{dp_{DG}/dt}{p_{DG}} = p_{S,DG} MS_{DG}(DG) \underbrace{\frac{1}{p_{DG}}}_{\substack{\text{zusätzliche} \\ \text{dauerhafte} \\ \text{Konsumgüter} \\ \text{im Wert v. 1 DM}}} + \underbrace{\frac{dp_{DG}/dt}{p_{DG}}}_{\substack{\text{Umbewertungs-} \\ \text{komponente} \\ \text{(Kapitalwert-} \\ \text{änderung)}}}.$$

Wir ersparen uns die Darstellung der *realen* marginalen Ertragsrate, die man durch Abzug der erwarteten Inflationsrate, $\frac{dp/dt}{p}$, von der entsprechenden nominellen Rate gewinnt.

Das geplante Dienstgrenzprodukt MS_{DG} ist im allgemeinen aus produktionstechnischen Gründen abhängig vom *geplanten* Bestand an dauerhaften Konsumgütern, DG . Wir unterstellen, daß Dienste, die der Investor nicht selbst konsumiert (produziert), zum Preis $p_{S, DG}$ am Markt verkauft (gekauft) werden können. Fehlt diese Marktgängigkeit der produzierbaren Dienste dauerhafter Konsumgüter, dann ist die Portfolioentscheidung, d. h. die Entscheidung über die Zusammensetzung eines gegebenen Vermögens, nicht mehr von der Konsumententscheidung, d. h. von der Entscheidung über die Einkommensverwendung, abtrennbar, obwohl man für den Marktpreis $p_{S, DG}$ theoretisch einen Ersatz finden kann: den normierten Grenznutzen der Dienste, d. h. den Quotienten mit dem Grenznutzen der Dienste dauer-

hafter Konsumgüter im Zähler und mit dem Grenznutzen des Vermögens im Konsumoptimum (einem Lagrange-Multiplikator) im Nenner⁵.

Man beachte jedoch, daß die Abtrennbarkeit der beiden Entscheidungen erhalten bleibt, wenn die Annahme der Marktgängigkeit der Dienste der dauerhaften Konsumgüter ersetzt wird durch die Annahme der Marktgängigkeit der Dienste jener Produktionsfaktoren (Arbeit etc.), die solche Dienste in Konkurrenz mit den dauerhaften Konsumgütern zu erzeugen vermögen.

5. Marginaler Ertragssatz der Geldhaltung

Zur Ableitung der Ertragssätze der Geldhaltung verwenden wir folgende Definitionen:

M	= geplante nominelle Geldmenge
p	= Preisniveau der laufend produzierten Güter
$\frac{M}{p}$	= geplante reale Geldmenge (Realkasse)
MS_M	= marginaler Dienst (Service) der realen Geldhaltung
Y^c	= nomineller Wert für das <i>laufende</i> Einkommen
$p_{S,M}$	= Preis der Dienste, die die reale Kassenhaltung leistet
$\frac{1}{p}$	= Zuwachs der realen Geldhaltung durch Vermehrung der nominalen Geldhaltung um 1 DM
$r_M^n(r_M^r)$	= nomineller (realer) marginaler Ertragssatz der Geldhaltung.

Der marginale, nominelle Ertragssatz der Geldhaltung wird implizit definiert durch

$$(39) \quad 1 \cdot \bar{e}^{\tau_M t} = \int_0^t p_{S,M,\tau} \cdot MS_M \left(\frac{M}{p}, \frac{Y^c}{p} \right)_{\tau} \frac{1}{p_{\tau}} \bar{e}^{r_M^n(t-\tau)} d\tau + 1 \quad (t \geq 0).$$

$\bar{e}$, t und τ haben die gleiche Bedeutung wie in (23). r_M^n sei wieder unabhängig von der Veranlagungsdauer. Beidseitige Differentiation dieser Gleichung nach t und der Übergang zu einer Veranlagungsdauer von Null ($t \rightarrow 0$) ergeben dann:

$$(40) \quad r_M^n = \frac{p_{S,M}}{p} MS_M \left(\frac{M}{p}, \frac{Y^c}{p} \right) = p_{S,M} MS_M \left(\frac{M}{p}, \frac{Y^c}{p} \right) \underbrace{\frac{1}{p}}_{\text{zusätzliche Realkasse im Wert von 1 DM}}.$$

⁵ Fehlt die Marktgängigkeit der produzierbaren Dienste, dann wird der geplante Konsum der Dienste dauerhafter Konsumgüter nicht mehr vom Marktpreis dieser Dienste, sondern vom Marktpreis für dauerhafte Konsumgüter, bzw. vom geplanten Bestand an dauerhaften Konsumgütern abhängen. Der normierte Grenznutzen, der $p_{S,DG}$ ersetzen könnte, ist dann von DG abhängig. Diese Abhängigkeit würde sich zu der in $MS_{DG}(DG)$ dargestellten und produktionstechnisch bedingten Abhängigkeit des marginalen Ertragssatzes von DG addieren.

Wir formulieren das Dienstgrenzprodukt als abhängig vom realen Wert für das laufende Einkommen. Diese Abhängigkeit repräsentiert das Transaktionsmotiv im portfoliotheoretischen Rahmen.

Ein anonymer Referee hält es für fruchtbarer, statt des laufenden Einkommens seine Varianz zu berücksichtigen. Nach Auffassung des Verfassers stellt die Varianz des laufenden Einkommens keine alternative, sondern eine ergänzende Erklärungsvariable dar, die als Repräsentante des Vorsichtsmotivs interpretiert werden kann.

Im Ausdruck für den nominellen Ertragssatz auf Geld fehlt eine zu $\frac{dp_{DG}/dt}{p_{DG}}$ analoge Umbewertungskomponente. Ansonsten gleicht er dem Ausdruck für den Ertragssatz dauerhafter Konsumgüter. Es gibt jedoch geldtheoretische Ideen, die zur Folge haben, daß die Umbewertungskomponente nicht identisch verschwindet. Die Schwundgeldidee von Silvio Gesell ist ein Beispiel. Sie nähert den Charakter des Geldes dem von dauerhaften Konsumgütern an, indem sie exogen Kapitalwertveränderungen für Geld einführt. Bezüglich der Marktgängigkeit der Dienste der Realkasse gelten die gleichen Erwägungen wie bei den dauerhaften Konsumgütern.

Geldhaltung ist nach Friedman eine Form der Haltung dauerhafter Konsumgüter. Dies mag zu der Ansicht verleiten, daß man, um den entsprechenden Ertragssatz des Geldes zu erhalten, die Ertragssatzformel für dauerhafte Konsumgüter nur entsprechend uminterpretieren muß, eine gesonderte Ableitung des Ertragssatzes der Geldhaltung sich also erübrigt. Diese Sicht ist einerseits erhellend, übersieht aber andererseits die Besonderheiten des Geldes. Erstens, Geld besitzt einen über die Zeit konstanten Marktpreis von 1 DM für 1 DM nominelle Geldmenge (Prinzip Mark gleich Mark), d. h. es fehlen nominelle Kapitalwertänderungen. Zweitens, die reale Menge eines gegebenen Geldbestandes verändert sich mit dem Preisniveau. Bei den dauerhaften Konsumgütern ist es genau umgekehrt. Die reale Menge eines dauerhaften Konsumgutes verändert sich nicht bei Variation der Preise für dauerhafte Konsumgüter oder des Preisniveaus, während ihr Nominalwert schwankt, d. h. nominelle Kapitalwertänderungen auftreten. Die erste Besonderheit des Geldes schlägt sich in einem Fehlen der Umbewertungskomponente im Ertragssatz des Geldes nieder. Die zweite Besonderheit kann sich in der abgeleiteten Ertragssatzformel wegen der angenommenen Veranlagungsdauer von null nicht mehr auswirken, ist aber in der Kapitalisierungsformel erkennbar. (Ein Gegenstück zu $\frac{1}{p_r}$ fehlt in der Formel für dauerhafte Konsumgüter.)

Die beiden Unterschiede des Geldes gegenüber den dauerhaften Konsumgütern können sich natürlich real dann nicht auswirken, wenn das Preis-

niveau der laufend produzierten Güter und die Marktpreise für dauerhafte Konsumgüter konstant bleiben.

Es sei schließlich noch darauf hingewiesen, daß man die Definition der Ertragssätze für dauerhafte Konsumgüter und Geldhaltung umformulieren kann, so daß die Ertragssätze als Diskontierungsrate in der Verbindung zwischen p und $p_{s,M}$ bzw. zwischen p_{DG} und $p_{s,DG}$ auftreten⁶:

$$(41) \quad p = \frac{p_{s,M} MS_M \left(\frac{M}{p}, \frac{Y^c}{p} \right)}{r_m^n}$$

$$(42) \quad p_{DG} = \frac{p_{s,DG} MS_{DG}(DG) + \frac{dp_{DG}}{dt}}{r_{DG}^n}$$

IV. Eine Neuformulierung der Geldnachfragefunktion und ihre Gegenüberstellung mit Friedmans Formulierung

Im Anhang wird gezeigt, wie man durch Ausfüllen und Reduktion des Systems II, bestehend aus den Gleichungen (18) und (19), zu folgenden Formulierungen der Geldnachfragefunktion gelangt:

$$(43) \quad \frac{M}{p} = g_1 \left(\begin{array}{cccccc} \frac{p_{s,M}}{p} & , & \frac{p_{s,DG}}{p} & , & \frac{p_{DG}}{p} & , & \frac{dp_{DG}/dt}{p_{DG}} & , & r_b - \frac{dr_b/dt}{r_b} & , & r_e - \frac{dr_e/dt}{r_e} \\ + & & - & & + & & - & & - & & - \end{array} \right. \\ \left. + \frac{da/dt}{a} + \frac{dG^r/dt}{G^r} + \frac{dp/dt}{p}, \frac{Y^c}{p}, w, \frac{W}{p} \right) \\ + \quad +$$

bzw.

$$(44) \quad M = h_1 \left(\begin{array}{cccccc} p & , & p_{s,M} & , & p_{s,DG} & , & p_{DG} & , & \frac{dp_{DG}/dt}{p_{DG}} & , & r_b - \frac{dr_b/dt}{r_b} \\ + & + & - & + & - & & - \end{array} \right. \\ \left. r_e - \frac{dr_e/dt}{r_e} + \frac{da/dt}{a} + \frac{dG^r/dt}{G^r} + \frac{dp/dt}{p}, Y^c, w, W \right) \\ - \quad + \quad +$$

⁶ In einer kurzfristigen makroökonomischen Portfolioanalyse sind p , $p_{s,DG}$, $p_{s,M}$, Y^c und M vorherbestimmt bzw. exogen gegeben. Damit ist nach Definition auch der Ertragssatz auf die Geldhaltung vorherbestimmt. Von den vier Ertragssätzen sind also bei diesen Vorgaben nur noch drei zu bestimmen. Das ist völlig konsistent mit der Tatsache, daß sich unter den vier Portfolionachfragefunktionen wegen der Budgetrestriktion nur drei unabhängige befinden.

Die Funktion h_1 ist linear homogen in $p, p_{s,M}, p_{s,DG}, p_{DG}, Y^c$ und W . (Das kleine w steht für den Quotienten aus Nichthumankapital (W^{nh}) und Humankapital (W^h). Mehr dazu im Anhang.)

Wir vergleichen nun die gefundene Neuformulierung mit Friedmans Formulierung der Geldnachfragefunktion:

$$(45) \quad M = f \left(\underset{+}{p, r_b - \frac{dr_b/dt}{r_b}}, \underset{-}{r_e - \frac{dr_e/dt}{r_e}} + \underset{-}{\frac{dp/dt}{p}}, \underset{-}{\frac{dp/dt}{p}}; \underset{+}{w; \frac{Y}{r}; u} \right).$$

Der Quotient $\frac{Y}{r}$ entspricht auch bei Friedman dem Vermögen W . (44) und (45) unterscheiden sich in *diesem* Punkte nicht inhaltlich, sondern nur formal. Theoretisch gesehen ist eine Form durch einfache Anwendung der Vermögensdefinition $W = Y/r$ in die andere überführbar. Auf der empirischen Ebene kann man auch nicht behaupten, Y und r seien meßbar und W sei nicht meßbar. (Friedman bezeichnet mit Y nicht das laufende, sondern das permanente Einkommen, d.h. die Verzinsung des Vermögens zum Satz r .) u ist ein für unsere Zwecke nebensächlicher Parameter der Nutzenfunktion, den wir von Anfang an vernachlässigt haben. In Friedmans Funktion treten die Preise für die Dienste des Geldes, $p_{s,M}$, für die Dienste der dauerhaften Konsumgüter, $p_{s,DG}$, und für die bestehenden dauerhaften Konsumgüter, p_{DG} , nicht explizit auf. Wenn die Funktion h_1 mit Friedmans Funktion konsistent sein soll, dann muß man *relative* Änderungen dieser Preise a priori ausschließen. Es zeigt sich also, daß bei einer rigorosen Ableitung der Geldnachfragefunktion aus einem portfoliotheoretischen Ansatz Teile der relativen Preistheorie der Monetaristen ausgeklammert werden müssen⁷, wenn man im Ergebnis die Friedmansche Formulierung erhalten will. Es sind nun paradoxerweise gerade solche Elemente, durch die sich der relative Preismechanismus der Monetaristen von dem anderer Schulen (z. B. des „New View“) unterscheidet. Daß Friedman außerdem mit einer speziellen Definition der Aktie arbeitet, haben wir bereits in Verbindung mit der Gleichung (29) im Abschnitt III bemerkt. Ferner bleibt bei *Friedman*, solange er nur die letzten Vermögenshalter (last wealth holding units) betrachtet, unberücksichtigt, daß die Nachfrage nach den verschiedenen Vermögenskomponenten auch vom laufenden Einkommen (Y^c) abhängt⁸. Nicht nur das permanente, sondern auch das transitorische Einkommen bestimmt die Nachfrage nach Geld und anderen Vermögenskomponenten.

⁷ Siehe die Darstellung des Transmissionsmechanismus in *Friedman / Meiselman* (1963), 217 - 222.

⁸ Friedmans Darstellung leidet auch darunter, daß er mit Y sowohl das permanente Einkommen als auch den laufenden totalen Output repräsentiert.

V. Ergebnisse

Die vorliegende Arbeit kann man als Versuch bezeichnen, in einer Friedmanschen Welt mit Friedmans eigenen Annahmen nachvollziehbar eine Geldnachfragefunktion abzuleiten, die jene Preiselemente enthält, welche in den Friedmanschen Darstellungen des relativen Preismechanismus der Transmission monetärer Impulse auf die ökonomische Aktivität eine wichtige Rolle spielen. Das Ergebnis unserer Ableitung ist die Geldnachfragefunktion (44), die mit Friedmans Formulierung, gegeben durch (45), verglichen werden kann.

Hauptresultat

Bei einer rigorosen Ableitung der Geldnachfragefunktion aus einem portfoliotheoretischen Ansatz müssen, wenn man im Ergebnis die Friedmansche Formulierung erhalten will, solche Elemente des relativen Preismechanismus der Monetaristen ausgeklammert werden, durch die sich dieser von dem anderer Schulen, etwa dem des „New View“, unterscheidet. (Man muß relative Änderungen der Preise für die Dienste des Geldes, $p_{S,M}$, für die Dienste dauerhafter Konsumgüter, $p_{S,SG}$, und für die bestehenden dauerhaften Konsumgüter, p_{DG} , a priori ausschließen.)

Über die Hintergründe dieses Ergebnisses geben folgende Thesen Auskunft.

1. Friedman bringt *keine* explizite kapitaltheoretische *Ableitung* der Opportunitätskosten.
2. Friedman spezifiziert die Ertragssätze und Opportunitätskosten der Geldhaltung *unvollständig*.
3. Friedman leitet die Geldnachfragefunktion isoliert von anderen Vermögensnachfragefunktionen her. Er vernachlässigt dabei die bestehende *Interdependenz* der Portfolioentscheidung für Geld und dauerhafte Konsumgüter.
4. Friedman leitet die Geldnachfragefunktion unabhängig vom *Konsum* des Haushaltes her. Er nimmt damit eine Trennung zwischen Portfolioentscheidung (stock-Entscheidung) und Konsumentenentscheidung (flow-Entscheidung) vor, die nur unter gewissen Voraussetzungen zulässig ist. Das Problem wird von Friedman weder angesprochen, noch werden die Voraussetzungen für die Separabilität genannt.
5. Die Friedmansche Definition der Ertragssätze für dauerhafte Konsumgüter und Geld leidet unter der fehlenden expliziten Differenzierung zwischen den Preisen für Dienste, für bestehende dauerhafte Konsumgüter und für neuproduzierte Güter.

6. Die Unterschiede und Gemeinsamkeiten im Aufbau und in der Struktur der Ertragssätze alternativer Vermögensformen bleiben bei Friedman im Dunkeln.
7. Friedman wählt eine unnötig enge Definition der Aktie. (Seine Aktie entspricht einem festverzinslichen Wertpapier mit Indexklausel zur Realwertsicherung.)
8. Nur bei den festverzinslichen Wertpapieren stimmt das Ergebnis unserer eigenen Ertragssatzableitung mit der entsprechenden Friedmanschen Formel überein.
9. Die ermittelten Unterschiede zwischen den Friedmanschen Ertragssätzen und denen dieses Papiers sind (mit Ausnahme des Ertragssatzes auf Aktien) gerade darauf zurückzuführen, daß wir die Friedmanschen Annahmen nicht abgeändert, sondern im Friedmanschen Sinne konsequent angewandt haben.

Vermutlich wäre Friedmans Ableitung der Geldnachfragefunktion klarer und schärfer ausgefallen, wenn er sich schon zu jener Zeit von den klaren Vorstellungen über den Transmissionsmechanismus hätte leiten lassen, die in den später erschienenen gemeinsamen Arbeiten mit *D. Meiselman*⁹ und *A. J. Schwartz*¹⁰ aufscheinen und in denen gerade jene Differenzierungen zwischen verschiedenen relativen Preisen eine wichtige explizite Rolle spielen, die unserer eigenen Ableitung der Geldnachfragefunktion zugrundeliegen. Es ist im übrigen auch merkwürdig, daß Friedman seine Geldnachfragefunktion in nominellen und nicht in realen Ertragssätzen formuliert. Wir sind ihm darin gefolgt. Am Ende des Anhangs diskutieren wir daher die Verwendung von nominellen statt realen Ertragssätzen in der Portfolioanalyse unter dem Aspekt der Vermeidung der Annahme von Geldillusion. Es zeigt sich, daß das Friedmansche Vorgehen mit gewissen Einschränkungen für die Interpretation der abgeleiteten Funktionen zulässig ist.

Zusammenfassung

Weder bei Friedman selbst noch anderswo in der Literatur wird die Friedmansche Geldnachfragefunktion abgeleitet. Die portfoliotheoretische Fundierung seiner Geldnachfragefunktion bleibt im Dunkeln. Die vorliegende Studie soll diesen Mangel beheben. Besondere Aufmerksamkeit wird darin einer expliziten kapitaltheoretischen Ableitung der Ertragssätzen auf die verschiedenen Vermögensaktiva gewidmet. Die gebotene portfoliotheoretische Ableitung führt zu einer empirisch relevanten Verallgemeinerung der Friedmanschen Geldnachfragefunktion, die auch eine im Vergleich zu Friedman realistischere Definition der Aktie einschließt. Die Studie zeigt, welche speziellen Annahmen über die Entwicklung der relativen Preise von Gütern

⁹ *Friedman / Meiselman*, a.a.O.

¹⁰ *Friedman / Schwartz* (1963).

und Diensten der speziellen Friedmanschen Formulierung der Geldnachfragefunktion zugrundeliegen und daß dadurch solche Elemente der relativen Preistheorie der Monetaristen unnötigerweise ausgeklammert werden, durch die sich diese von der anderer Schulen, etwa der des „New View“, unterscheidet. Friedmans Formulierung der Geldnachfragefunktion ist daher mit seinen Ansichten über den Mechanismus der Transmission monetärer Impulse auf die ökonomische Aktivität nicht konsistent.

Summary

Friedmans money demand function is neither derived in his own writings nor elsewhere in the literature. The portfoliotheoretical foundations of his money demand function have remained in the dark. The present analysis intends to eliminate this shortcoming. Special attention is given to an explicit capitaltheoretical derivation of the rate of return of the various assets. The portfoliotheoretical analysis leads to a generalization of Friedmans money demand function that is empirically relevant. Compared with Friedman it also includes a more realistic definition of equities. The analysis demonstrates the special assumptions with respect to the behaviour of relative prices of goods and services that underly Friedman's formulation of the money demand function. Due to these assumptions some distinguishing elements of the monetarist relative price theory are unnecessarily excluded from his money demand function. Thus Friedmans formulation of the money demand function appears not to be consistent with his ideas about the transmission mechanism of monetary impulses on economic activity.

Anhang

Die Reduktion des Gleichungssystems II in Abschnitt II

Wegen des Fehlens von Bestandsmärkten für das Humankapital ist der Bestand an Humankapital in einem gegebenen Zeitpunkt nicht nur vorgegeben, sondern auch nicht veränderbar. Daher kann sich die Portfolio-Theorie in Verbindung mit der Annahme kontinuierlicher Zeit nur mit der optimalen Zusammensetzung der Nichthumankapitalkomponente des Vermögens beschäftigen. Das Symbol W des Abschnittes II steht, nach dem eben Gesagten, nur für das Nichthumankapital (W^{nh}). Weil das Vermögen die Summe aus Humankapital W^h und Nichthumankapital W^{nh} ist

$$(1) \quad W = W^h + W^{nh},$$

kann man mit Hilfe der Friedmanschen Definition von w

$$(2) \quad w = \frac{W^{nh}}{W^h}$$

zunächst

$$(3) \quad W^{nh} = \frac{w}{1 + w} W$$

bilden und damit das Gleichungssystem II des Abschnittes II neu formulieren.

$$A_i \frac{W^{nh}}{p} = A_i \left[\frac{\partial \bar{r}}{\partial A_1} \left(A_1 \frac{W^{nh}}{p_1} \right), \dots, \frac{\partial \bar{r}}{\partial A_n} \left(A_n \frac{W^{nh}}{p_n} \right); \frac{W^{nh}}{p} \right] \frac{W^{nh}}{p}$$

(4)

$$\equiv f_i \left[\frac{\partial \bar{r}}{\partial A_1} (\dots), \dots, \frac{\partial \bar{r}}{\partial A_n} (\dots); w, \frac{W}{p} \right] \quad i = 1, \dots, n.$$

Wir vernachlässigen die Gleichung für λ , welche im System II ein lediglich rekursives Anhängsel in einem ansonsten simultanen Gleichungssystem bildet.

Das Gleichungssystem (4) wenden wir jetzt an auf den Fall $n = 4$. Wir setzen

- (5) $A_1 W^{nh} = M$ Nachfrage nach nomineller Kasse
 (6) $A_2 W^{nh} = p_{DG} \cdot DG$ nominelle, wertmäßige Nachfrage nach dauerhaften Konsumgütern
 (7) $A_3 W^{nh} = B$ nominelle Nachfrage nach festverzinslichen Wertpapieren
 (8) $A_4 W^{nh} = E q$ nominelle Nachfrage nach Aktien.

Dividieren wir überall durch p , das Preisniveau für laufend produzierte Güter, so erhalten wir jeweils die *reale* Nachfrage. Ferner gelten

$$(9) \quad \frac{\partial \bar{r}}{\partial A_1} \left(\frac{A_1 W^{nh}}{p_1} \right) = E(r_M^n) \quad (p_1 = p)$$

$$(10) \quad \frac{\partial \bar{r}}{\partial A_2} \left(\frac{A_2 W^{nh}}{p_2} \right) = E(r_{DG}^n) \quad (p_2 = p_{DG})$$

$$(11) \quad \frac{\partial \bar{r}}{\partial A_3} \left(\frac{A_3 W^{nh}}{p_3} \right) = E(r_b^n) \quad (p_3 = 1)$$

$$(12) \quad \frac{\partial \bar{r}}{\partial A_4} \left(\frac{A_4 W^{nh}}{p_4} \right) = E(r_e^n) \quad (p_4 = 1).$$

Bei den festverzinslichen Wertpapieren und bei den Aktien ist wegen der angenommenen Preisunabhängigkeit jeweils der marginale gleich dem durchschnittlichen Ertragssatz.

Im weiteren unterstellen wir, daß $p_{S,M}$, $p_{S,DG}$, p_{DG} , r_b , r_e und Y^c nicht stochastisch sind, während alle vorkommenden Wachstumsraten wie $\frac{dp/dt}{p}$ etc. den Erwartungswert der entsprechenden Größe bezeichnen. Außerdem lassen wir das Symbol E für den Erwartungswertoperator weg.

Die „ausgefüllte“ Form des Systems II lautet dann:

$$(13) \quad \frac{M}{p} = f_1 \left[\frac{p_{S,M}}{p} \cdot MS_M \left(\frac{M}{p}, \frac{Y^c}{p} \right), \frac{p_{S,DG}}{p_{DG}} \cdot MS_{DG}(DG) + \frac{dp_{DG}/dt}{p_{DG}}, \right. \\ \left. r_b - \frac{dr_b/dt}{r_b}, r_e - \frac{dr_e/dt}{r_e} + \frac{da/dt}{a} + \frac{dG^r/dt}{G^r} + \frac{dp/dt}{p}; w, \frac{W}{p} \right]$$

$$(14) \quad \frac{p_{DG}DG}{p} = f_2 \left[\dots \right]$$

$$(15) \quad \frac{B}{p} = f_3 \left[\dots \right]$$

$$(16) \quad \frac{Eq}{p} = f_4 \left[\dots \right].$$

Das ist ein simultanes Gleichungssystem. (13) und (14) bilden ein simultanes Subsystem, (15) und (16) sind rekursiver Natur. Durch Auflösung dieses Systems erhält man

$$(17) \quad \frac{M}{p} = g_1 \left(\frac{p_{S,M}}{p}, \frac{p_{S,DG}}{p}, \frac{p_{DG}}{p}, \frac{dp_{DG}/dt}{p_{DG}}, r_b - \frac{dr_b/dt}{r_b}, r_e - \frac{dr_e/dt}{d} \right. \\ \left. + \frac{da/dt}{a} + \frac{dG^r/dt}{G^r} + \frac{dp/dt}{p}, \frac{Y^c}{p}, w, \frac{W}{p} \right)$$

$$(18) \quad M = h_1 \left(p, p_{S,M}, p_{S,DG}, p_{DG}, \frac{dp_{DG}/dt}{p_{DG}}, r_b - \frac{dr_b/dt}{r_b}, \right. \\ \left. r_e - \frac{dr_e/dt}{r_e} + \frac{da/dt}{a} + \frac{dG^r/dt}{G^r} + \frac{dp/dt}{p}, Y^c, w, W \right)$$

$$(19) \quad \frac{p_{DG}DG}{p} = g_2 (\dots) \text{ bzw. } p_{DG} = h_2 (\dots)$$

$$(20) \quad \frac{B}{q} = g_3 (\dots) \quad \text{ bzw. } B = h_3 (\dots)$$

$$(21) \quad \frac{Eq}{p} = g_4 (\dots) \quad \text{ bzw. } E = h_4 (\dots).$$

Die Funktionen h_i sind linear homogen in $p, p_{S,M}, p_{S,DG}, p_{DG}, Y^c$ und W .

In diesem Papier sind wir dem Vorgehen Friedmans auch insoweit gefolgt, als wir den portfoliotheoretischen Rahmen unter Verwendung der nominellen und nicht der realen Ertragssätze ausfüllten. Aus Gründen der Ausschaltung von Geldillusion ist die Verwendung realer Ertragssätze im allgemeinen jedoch vorzuziehen. Die beiden Vorgehensweisen sind nur dann äquivalent, wenn die erwartete Inflationsrate keine stochastische Variable ist. Unter dieser Voraussetzung ist die Kovarianzmatrix der nominellen Ertragssätze identisch gleich der Kovarianzmatrix der realen Ertragssätze. Diese Kovarianzmatrix spielt in den Bedingungen für ein Portfoliooptimum eine wesentliche Rolle (siehe Gleichung (16) oben). Nach diesen Bedingungen sind für die optimale Portfoliowahl neben der Kovarianzmatrix der realen Ertragssätze ferner die Unterschiede in den erwarteten Ertragssätzen, und nicht das Niveau derselben entscheidend. Soweit es die *erwarteten* Ertragssätze betrifft, kann man deshalb das System II entweder mit nominellen oder mit realen erwarteten Ertragssätzen „ausfüllen“. Ein Ausfüllen mit nominellen Ertragssätzen sollte aber nicht darüber hinwegtäuschen, daß es die stochastische Struktur (Kovarianzmatrix) der *realen* Ertragssätze ist, welche den *Verhaltensfunktionen* zugrundeliegt bzw. zugrundeliegen sollte, wenn man Geldillusion ausschalten will. Daß man die erwarteten realen Ertragssätze durch die erwarteten nominellen Ertragssätze ersetzen darf, bedeutet im übrigen, daß der Koeffizient eines beliebig erwarteten Ertragssatzes in der portfoliotheoretisch bestimmten Nachfragefunktion (13) gleich ist dem negativen Wert der Summe der Koeffizienten der übrigen erwarteten Ertragssätze in derselben Funktion.

References

- Friedman, M. (1956), The Quantity Theory of Money: A Restatement, in: Friedman (Ed.), Studies in the Quantity Theory of Money. Chicago.
- Friedman, M. / Meiselman, D. (1963), The Relative Stability of Monetary Velocity and the Investment Multiplier in the United States, 1897 - 1958, in: Commission of Money and Credit (Ed.), Impacts of Monetary Policy. Englewood Cliffs, N.J., 217 - 222.
- Friedman, M. / Schwartz, A. J. (1963), Money and Business Cycles. Review of Economic Studies 45, Supplement.
- Laidler, D. (1977), The Demand for Money: Theories and Evidence, 2. Ed. New York.
- Tobin, J. (1956), The Interest Elasticity of Transaction Demand for Cash. Review of Economic Studies 38, 241 - 247.
- (1958), Liquidity Preference as Behaviour Towards Risk. Review of Economic Studies 67, 65 - 86.