

Sraffas Theorie der Kuppelproduktion

Ein Überblick*

Von Bertram Schefold

Die Einschätzung der Tragweite der Sraffaschen Theorie ist noch immer äußerst umstritten. Der Gegensatz zwischen Sraffas Anspruch, das Fundament für eine Kritik der ökonomischen Theorie schlechthin gelegt zu haben, und seiner Ignorierung durch die Mehrzahl der modernen Ökonomen scheint unüberbrückbar.¹ In diesem Überblick will ich Sraffas bekannten kritischen Anspruch nur kurz zusammenfassen und mich dann auf eine Herausarbeitung seines Beitrags zur positiven Ökonomie konzentrieren, wobei seine Analyse der volkswirtschaftlichen Bedeutung von Phänomenen der Kuppelproduktion die Hauptrolle spielt. Trotz der Vielzahl der Aufsätze und Monographien zur Renaissance der klassischen Theorie gibt es einen besonderen, knappen Überblick zu Fragen der Kuppelproduktion bisher nicht.

1. Die klassische Methode

Sraffas Ansatz ist aus der Tradition des klassischen Denkens zu entwickeln, die analytisch von Ricardo begründet wurde und die von Marx in eine Richtung, von der Cambridger Schule (Marshall, Pigou) in eine andere Richtung fortentwickelt wurde, während *Keynes* ((1936), 3) die kontinentale Neoklassik mit einem gewissen Recht von dieser Tradition abgrenzte. Das Gleichgewicht der langen Periode ist durch eine uniforme Profitrate charakterisiert. Die Mechanismen der Konkurrenz, die auf einen Ausgleich der Profitraten hinwirken, sind vielfältig. In jeder Wachstumsphase gibt es stark expandierende junge Industrien und schrumpfende alte. Am tendenziellen Ausgleich der Profitraten sind die unterschiedlichen Raten der Investitionen in Sachkapital, die Übertragung von Finanzkapital und die Preissetzungspolitik alle beteiligt. Die Darstellung des Ausgleichsmechanismus und die Differenzierung der Profitraten infolge von Eintrittsbarrieren und anderen Phänomenen der unvollkommenen Konkurrenz geben zu zahlreichen *Modellen*² Anlaß. Die grundlegende *Theorie* geht von der uniformen Profitrate aus.

* 1. Teil eines im Theoretischen Ausschuß des Vereins für Socialpolitik gehaltenen Referats.

¹ Die Literatur zu *Sraffa* (1960) ist bereits unübersehbar. Eine Bibliographie enthält *Roncaglia* (1978). Vgl. z. B. *Abraham-Frois* (1976), *Kurz* (1977), *Pasinetti* (1975), *Walsh/Gram* (1980).

² Z. B. *Egidi* (1975), *Parrinello* (1982), *Steedman* (1982).

Das Wachstum der Wirtschaft wird durch die technologische Entwicklung, die Investitionen und die Entwicklung der Endnachfrage bestimmt. Die Nachfrageentwicklung richtet sich nach einem gesellschaftlichen Lernprozeß³, in dem das Hinzutreten neuer Produkte die Konsumgewohnheiten verändert; dieser Lernprozeß scheint sich einer einheitlichen und geschlossenen Formalisierung zu entziehen, da viele gesellschaftliche Determinanten in ihn eingehen. Die Interdependenz der Entwicklung der Präferenzen ist das sozialwissenschaftlich relevante und interessante Problem. In der Darstellung der Produktion sind weniger die Bestände mit ihren alternativen Verwendungsmöglichkeiten als die verfügbaren technologischen Prozesse, deren praktische Anwendbarkeit in der Produktion bereits dokumentiert ist, als Ausgangspunkt zu nehmen.

In Sraffas Preisgleichungen erscheinen daher die aus den wechselnden Verteilungsgesetzen zu bestimmende Profitrate und die Warenmengen, die in die einzelnen Industrien eingehen, bzw. aus ihnen hergestellt werden, als die ursprünglichen Daten, die durch die Evolution des Systems allmählich modifiziert werden. In Einzelproduktsystemen können Industrien nach dem von jeder hergestellten Produkt definiert werden; man hat dann für jede Industrie eine Gleichung. Die Gleichungen lassen sich in Matrixform in bekannter Weise zusammenfassen:

$$(1 + r) Ap + wl = p,$$

wobei r die Profitrate, p den Preisvektor, $A = (a_{ij})$ die Input-Outputmatrix und l den Arbeitsvektor bedeutet.

Die Eigenschaften der so bestimmten Preise dürfen als bekannt gelten und werden hier nur kurz zusammengefaßt:

Wenn die Gleichungen als abstraktes Bild einer wirklichen Wirtschaft in einen gegebenen Zustand der Verteilung gedacht werden, hat jede in einem Gedankenexperiment durchgeführte Änderung der Verteilung durch Variation der Profitrate Variationen der relativen Preise zur Folge. Das System besteht zunächst nur aus Basiswaren, deren jede direkt oder indirekt in die Produktion jeder anderen eingeht (die Matrix A ist unzerlegbar). Die Preise bei $r = 0$ sind den Arbeitswerten proportional. Wird die Profitrate erhöht, steigen die Preise p/w in kommandierter Arbeit (A. Smith) alle monoton, bis eine maximale Profitrate R erreicht ist, wie sich aus der Reihenentwicklung

$$p/w = (I + (1 + r) A + (1 + r)^2 A^2 + \dots) l$$

ersehen läßt, die für alle r zwischen Null und R konvergiert.

³ Vgl. *Pasinetti* (1981).

Indessen arbeitet Sraffa nicht mit den Preisen in kommandierter Arbeit p/w , sondern mit der Standardware $q(I - A)$, wobei q der linksseitige Eigenvektor von A ist, mit $(1 + R)qA = q$. Wenn man die Preise normiert, indem man $q(I - A)p = 1$ festlegt, die Arbeit normiert, indem die Summe der aufgewendeten Arbeit gleich eins gesetzt wird, und den Eigenvektor q normiert, indem $ql = 1$ gesetzt wird, so erhält man leicht die bekannte lineare Beziehung zwischen der Lohnrate, ausgedrückt in der Standardware, und der Profitrate:

$$w = 1 - r/R.$$

Die Standardware hat die Funktion, die Bewegung der relativen Preise transparent zu machen. Sie läßt sich wie folgt begründen: Um die Preisänderungen zu verstehen, die durch Variationen der Profitrate erzeugt werden, lassen sich die Preisgleichungen nach der Profitrate differenzieren⁴:

$$p' = w'l + Ap + (1 + r)Ap'$$

$$p' = (I - (1 + r)A)^{-1}(w'l + Ap)$$

und entwickeln

$$p' = (w'l + Ap) + (1 + r)A(w'l + Ap) + (1 + r)^2 A^2(w'l + Ap) + \dots$$

Hieraus läßt sich ersehen, daß die Preise stationär sind, also $p' = 0$ gilt, wenn $w'l = -Ap$ ist, also wenn (unter Ausnutzung der Vertauschbarkeit der Elemente des Matrizenrings)

$$w'(I - (1 + r)A)l = -Al,$$

woraus sich schließen läßt, daß l — weil positiv — ein rechtsseitiger Eigenvektor der Matrix A sein muß, der zum Eigenwert $1/(1 + R)$ gehört. Wenn der Arbeitsvektor in dieser sehr speziellen Relation zur Matrix A steht, sind die Preise für alle Profitraten zwischen 0 und R konstant und damit den Arbeitswerten proportional. Sonst gilt dieser Fall der klassischen Arbeitswertlehre jedoch nicht. Damit der Preis einer einzelnen Ware i bei einer gegebenen Profitrate in erster Näherung lokal stationär ist, damit also $p'_i = 0$ in erster Näherung gilt, muß nach obiger Reihenentwicklung $w'l_i = -a_i p$ gelten. Damit der Preis dieser Ware auch in zweiter, dritter und höheren Näherungen stationär ist, muß also die Gleichungsreihe

$$\frac{a_i p}{l_i} = \frac{a_i Ap}{a_i l} = \frac{a_i A^2 p}{a_i Al} = \dots$$

erfüllt sein. Das bedeutet, daß zur Stationarität des Preises im Sinne von $p'_i = 0$ das Verhältnis des in der Produktion der betreffenden Ware

⁴ Schefold (1976 a).

direkt aufgewendeten Kapitals zur Arbeit gleich sein muß dem Verhältnis des in der vorgelagerten Produktionsstufe aufgewendeten Kapitals zur in der vorgelagerten Produktionsstufe aufgewendeten Arbeit, und weiter gleich dem in jeder Produktionsstufe aufgewendeten Kapital zur dort aufgewendeten Arbeit sein muß. Wenn die Preise nicht gleich den Arbeitswerten sind, sind diese Bedingungen für eine einzelne Ware nicht erfüllbar; die Existenz einer solchen Ware würde aber helfen, die Preisbewegungen anderer Waren zu verstehen. Da die Preisbewegungen vom Verhältnis von Kapital zu Arbeit auf den verschiedenen Produktionsstufen abhängen, wäre eine solche Ware als Preisstandard geeignet, weil bei ihr die Gründe für die Preisbewegungen (die Ungleichheit des Kapital-Arbeit-Verhältnisses auf den verschiedenen Produktionsstufen) *abwesend* wäre.

Man kann zeigen, daß nur ein bestimmter Warenkorb die Bedingungen der unendlichen Gleichungsreihe erfüllen kann (abgesehen von nur mathematisch interessanten Spezialfällen, die in der Menge der möglichen Sraffa-Systeme das Maß Null haben); das ist die oben schon eingeführte Standardware Sraffas⁵.

Mit der Standardware hat Sraffa das Postulat Ricardos, ein unveränderliches Wertmaß⁶ zu finden, in zweierlei Beziehungen präzisiert, einerseits, indem er ein Wertmaß konstruiert hat, das nicht in Bezug auf wechselnde Technologien, sondern in Bezug auf wechselnde Verteilungen „unveränderlich“ ist, und zweitens, indem er die Veränderungsraten der Preise bei Verteilungsänderungen auf den Wechsel im Kapital-Arbeits-Verhältnis auf den verschiedenen Produktionsstufen zurückgeführt hat; unveränderlich ist ein Wertmaß, bei dem diese Ursache für Preisänderungen fehlt. Daß sich die Beziehung zwischen Lohn- und Profitrate dann bei diesem Preisstandard als linear herausstellt, ist nur eine elegante, aber untergeordnete Schlußfolgerung. Sraffas Konstruktion der Standardware hat viel Furore gemacht; sie ist aber von sekundärer Bedeutung, insofern gerade für diejenigen, die sie mathematisch durchschauen, das Analyseinstrument zum Verständnis der kapitaltheoretischen Problematik entbehrlich ist.

Sraffa hat mit Hilfe der Standardware gezeigt, wie die Standardpreise aus der Verteilung der Arbeit über die vorgelagerten Produktionsstufen verstanden werden können, wobei sich der Einfluß indirekter Arbeit aus vorgelagerten Produktionsstufen je nach Höhe der Profitrate in ganz unterschiedlicher Weise geltend macht⁷. Er hat dann —

⁵ Eine elementare Ableitung der Standardware findet sich schon in *Newman* (1962).

⁶ Vgl. *Ricardo* (1823).

⁷ Vgl. *Sraffa* (1960), Kapitel VI.

allerdings unter Zuhilfenahme von Nicht-Basis-Waren — das früher kaum beachtete, aber heute wohlbekannte Phänomen illustriert, daß die Begriffe der Produktionsperiode und der Kapitalintensität nicht unabhängig von der Profitrate definiert werden können.

In diesem Überblick will ich aber nicht auf die vom Beitrag Sraffas beeinflussten kapitaltheoretischen Kontroversen eingehen, die insbesondere auch die Walrasianische Tradition betreffen. Vielmehr ist zu überlegen, wie das in einigen seiner Eigenschaften skizzierte Preissystem in den Rahmen einer Wachstumstheorie eingeordnet werden kann. Es ist zweckmäßig, den Wachstumsprozeß und damit den Wandel von Technologie und der Zusammensetzung des Sozialprodukts anzugehen, indem verschiedene Zustände verglichen werden; zur Analyse von Übergängen existieren dann mehrere Hilfsverfahren.

In jedem gegebenen System läßt sich bekanntlich die Kurve für den Reallohn — ausgedrückt in einem gegebenen Güterkorb — in Funktion der Profitrate zeichnen; sie fällt monoton zwischen $r = 0$ und $r = R$. Wird in dem System bei einer gegebenen Profitrate eine alternative Technik in einer bestimmten Industrie betrachtet, hat die „neue“ Methode, sofern sie gegenüber den „alten“ eine Verbesserung darstellt, zur Folge, daß bei dieser Profitrate der Preis der in der fraglichen Industrie hergestellten Ware relativ zu allen anderen Preisen fällt, daß alle Preise p/w in kommandierter Arbeit sinken, daß der Reallohn (ausgedrückt im festgehaltenen Warenkorb) steigt und daß die „neue“ Technik, bewertet zu den Preisen der „alten“, über die Profitrate hinausgehende Extraprofite erzeugt, während die „alte“ Methode, bewertet zu den Preisen des „neuen“ Systems, zu Verlusten in dieser Industrie relativ zum Normalprofit führt. Die zur Lohnkurve duale Kurve ist der Lohnkurve kongruent, wenn der Pro-Kopf-Konsum bei jeder Wachstumsrate als Vielfaches des Warenkorbs ausgedrückt wird, der als Preisstandard dient.

Technischer Fortschritt läßt sich nun im ersten Schritt erfassen, indem die Lohnkurven, die sich beim schrittweisen Wechsel der Techniken in einzelnen Industrien ergeben, einander gegenübergestellt werden. Beim rein arbeitsparenden technischen Fortschritt dreht sich die Lohnkurve im Uhrzeigersinn um die festgehaltene maximale Profitrate nach oben, beim rein Rohmaterial sparenden technischen Fortschritt (Koeffizienten der Matrix A reduzieren sich) verschiebt sich die gesamte Lohnkurve nach oben; das Wesen des technischen Fortschritts besteht jedoch darin, daß er mit Substitutionen untrennbar verbunden ist, so daß bei jedem Wechsel der Technik einzelne Koeffizienten steigen und andere fallen oder verschwinden, und in der Regel Schnittpunkte zwischen den Lohnkurven zu erwarten sind. Nur bei einer speziellen

Definition der Mechanisierung läßt sich zeigen, daß die Lohnkurven zwischen „alter“ und „neuer“ Technologie sich genau einmal schneiden und der Kapitalkoeffizient im Übergang von „alter“ zu „neuer“ Technik steigt. Bei dieser Form der Mechanisierung kann die Profitrate nur gehalten werden, wenn die Gewinne relativ zu den Löhnen steigen⁸.

Pasinetti hat in seinem jüngsten Buch⁹ vorgeschlagen, Prozesse technologischer Entwicklung darzustellen, indem die Produktionssysteme „vertikal integriert“ werden. Im Sraffa-System können wir uns zu jeder Ware Aktivitätsniveaus, dargestellt durch einen Vektor q_i , denken, durch die eine Einheit der Ware i , dargestellt durch den Einheitsvektor e_i , produziert wird:

$$e_i = q_i(I - A).$$

Das Nettoprodukt des Subsystems, das nur eine Einheit der Ware i umfaßt, wird durch die Arbeitsmenge $q_i l$ hergestellt; man erkennt, daß $q_i l$ der Arbeitswert der Ware i ist. Andererseits werden als Inputs die Waren $q_i A$ verwendet. Pasinetti nennt den Arbeitsvektor $q_i l$ zusammen mit dem zur Produktion der Ware i erforderlichen Kapitalgüterbündel, also $q_i l$ und $q_i A$, den vertikal integrierten Produktionssektor. Zu vertikal integrierten Sektoren höherer Ordnung (über die vergangenen Produktionsstufen) übergehend, entwickelt er eine Theorie der vertikalen Integration, die es ihm erlauben soll, den technischen Fortschritt als graduelle Reduktion der Inputs der vertikal integrierten Sektoren darzustellen.

Pasinettis geistreich ausgeführtes System erlaubt es ihm, ein zugleich anschauliches und analytisch fundiertes Bild der sektoralen Verschiebungen zu geben, die ein Wachstumsprozeß unter Einführung neuer Produkte und bei technologischem Wandel zur Folge hat. Ich ziehe es indessen aus verschiedenen Gründen vor, den technischen Wandel dadurch darzustellen, daß in der Industrie, in der sich der Wechsel vollzieht, aus den Koeffizienten der „alten“ und der „neuen“ Methode ein gewichtetes arithmetisches Mittel gebildet wird. Der Übergang von der „alten“ zur „neuen“ Technik ist dann als zeitliche Verschiebung der Gewichte darstellbar. Ohne zusätzliche Annahmen läßt sich der Rhythmus der Verschiebung natürlich nicht bestimmen. Ich will aber nicht versuchen, diese Methoden hier zu analysieren, da die klassische Tradition ohne Frage das Schwergewicht auf die Analyse derjenigen Technik legt, die sich langfristig durchsetzen muß; es ist bei Ricardo in der Industrie die Kombination der Produktionsprozesse mit der höchsten Arbeitsproduktivität, während in der Landwirtschaft

⁸ Vgl. Schefold (1976 c).

⁹ Vgl. Pasinetti (1981).

der letzte Boden, der noch erforderlich ist, um bei der gegebenen Einkommensverteilung und Kaufkraft die Bevölkerung zu ernähren, preisbestimmend wird. Nach klassischer Vorstellung wirken die Preise dieses Systems als Gravitationszentren selbst dann, wenn die Intervention jeweils neuer Technologien immer wieder verhindert, daß ein Gravitationszentrum selbst erreicht wird. Insofern unterscheiden sich die „Marktpreise“ von den „natürlichen Preisen“.

Zusammengefaßt läßt sich feststellen, daß die Preistheorie beim klassischen Verfahren das Bindeglied zwischen den Analysen von Wachstum und Verteilung einerseits, von technischem Fortschritt und Zusammensetzung des Sozialprodukts andererseits abgibt. Eine sequentielle Behandlung der Determinanten des ökonomischen Geschehens wird einer simultanen vorgezogen, weil man meint, damit dem kausalen Ablauf (z. B. Investitionsnachfrage) und institutionellen Gegebenheiten (z. B. Lerneffekte der Nachfrageentwicklung) eher gerecht zu werden, und weil eine simultane Behandlung wie in der allgemeinen Gleichgewichtstheorie nur um den Preis unzulässiger Vereinfachungen (z. B. Skalenertragsproblem, Verzicht auf die Behandlung der allgemeinen Profitrate) zu haben ist. Nach diesen einleitenden Bemerkungen wollen wir fragen, welche Schwierigkeiten, aber auch welche spezifischen neuen Einsichten durch Betrachten der Kuppelproduktion gewonnen werden.

2. Allgemeine Probleme der Kuppelproduktion¹⁰

Die Kuppelproduktion läßt sich zunächst sehr einfach dadurch einführen, daß eine quadratische Matrix B an die Stelle der Einheitsmatrix I als Outputmatrix tritt. Das System muß offenkundig der Reproduktion fähig bleiben. D. h.,

$$e(B - A) = s \geq 0$$

muß gelten, wobei $e = (1, 1, \dots, 1)$ den Summationsvektor darstellt. Während nun aber die Existenz eines semi-positiven Surplus oder Nettoprodukts s bei Einzelproduktsystemen eine hinreichende Bedingung dafür ist, daß die Preise zwischen O und R in einem Basissystem positiv sind und die im vorigen Abschnitt angedeuteten Eigenschaften besitzen, können in einem derartigen Kuppelproduktionssystem zahlreiche Schwierigkeiten auftreten, wie Nichtexistenz der Standardware, negative Preise, Preise, die schneller fallen als die Lohnrate usw.¹¹

¹⁰ Wo nichts anderes angegeben ist, finden sich die Beweise zu den im Überblick zur Kuppelproduktion zusammengefaßten Sätzen in *Schefold* (1976 a) - (1980).

¹¹ Vgl. *Manara* (1968).

Außerdem ergeben sich mehrere Möglichkeiten, das Basissystem zu definieren; jede der Definitionen hat einen eigenen, sinnvollen Anwendungsbereich. Da die Definitionen nicht zusammenfallen, folgt aus der Diskussion des Zusammenhangs von technologischer Interdependenz, wie sie in den Matrizen ausgedrückt ist, mit der Preisbildung eine ungleich komplexere Theorie als bei den Einzelproduktionssystemen. Schließlich versteht sich schon die Gleichheit der Zahl der Prozesse mit der der Waren bei Kuppelproduktion nicht mehr von selbst. Quadratische Matrizen A und B werden trotzdem vorläufig angenommen, weil die Preise überbestimmt würden, wenn die Zahl der benutzten Produktionsprozesse diejenige der Waren überstiege, während im umgekehrten Fall das Nettoprodukt in der Regel nicht in den erforderlichen Proportionen hergestellt werden könnte, wie man sich insbesondere unter der speziellen Voraussetzung konstanter Skalenerträge klar machen kann.

Sraffas Methode bei der Kuppelproduktion besteht nun darin, ein quadratisches Kuppelproduktionssystem anzunehmen, das bei einer vorgegebenen Verteilung positive Preise liefert, und die Eigenschaften des Systems zu untersuchen, die sich bei virtuellen Verschiebungen der Profitrate zeigen. Bei den folgenden beispielhaften Überlegungen gehen wir dagegen von der Mengenseite aus. Wenn der Vektor $q_i = e_i(B - A)^{-1}$ semi-positiv ist, werden wir sagen, daß die Ware i isoliert produzierbar ist, weil sich dann ein Sub-System bilden läßt mit Aktivitätsvektor q_i , bei dem eine Einheit der Ware i als einziges Nettoprodukt auftritt. Wenn q_i mindestens eine negative Komponente enthält, nennen wir i eine Restware.

Ein Prozeß j wird unentbehrlich genannt, wenn die j -te Spalte der Matrix $(B - A)^{-1}$, bzw. der Spaltenvektor $q^j = (B - A)^{-1} e^j$ positiv ist; wenn q^j Nullen oder negative Komponenten enthält, wird der Prozeß j entbehrlich genannt.

Es liegt auf der Hand, daß alle Waren in Einzelproduktsystemen isoliert produzierbar sind. Es ist jedoch charakteristisch für Kuppelproduktionssysteme, daß sie Restwaren enthalten. Wenn i eine Restware ist, und wenn

$$0 < (e + \varepsilon q_i)(B - A) = s + \varepsilon e_i; \varepsilon > 0, \varepsilon \text{ klein}, e + \varepsilon q_i \geq 0,$$

hat sich der Surplus s um eine Einheit der Ware i vermehren lassen, indem die Aktivitätsniveaus einiger Prozesse vermindert wurden. Daher der Name: eine Restware bleibt übrig, wenn einige Prozesse kontrahiert werden.

Man sieht leicht, daß in einem sinnvollen Sraffa-System, in dem die Preise überhaupt bei einer Profitrate alle positiv sind, *reine Restwaren*,

bei denen keine Komponente von q_i positiv ist, nicht existieren können, denn sonst würde es eine Profitrate geben, bei der alle Preise, einschließlich desjenigen der Ware i , positiv wären, so daß

$$0 < p_i = e_i p = q_i (B - A) p = r q_i A p + w q_i l < 0 .$$

Reine Restwaren kann es nicht geben, aber die Lösung der ärgsten Umweltprobleme erfordert bei gegebener Technologie die Produktion von so etwas wie reinen Restgütern. Wenn die Energiegewinnung auf fossilen Brennstoffen beruht, und diese isoliert produzierbar sind, kann das Restgut „Stabilität des Weltklimas“ nur vermehrt werden, indem der CO_2 -Gehalt der Atmosphäre reduziert wird; und das verlangt die Reduktion aller Aktivitätsniveaus, denn solange keine Substitution im Energiebereich stattfindet und solange es keine direkte Methode zur Reduktion des CO_2 -Gehalts der Atmosphäre gibt, muß dazu die Verbrennung fossiler Brennstoffe herabgesetzt werden.

Nur Restwaren können negative Arbeitswerte haben, denn der Arbeitswert einer Ware wird dann negativ sein, wenn in dem Subsystem, das die fragliche Ware isoliert herstellt, mehr Arbeit in den Prozessen aufgewendet wird, die zur isolierten Produktion der Ware kontrahiert werden müssen, als in denen, die dabei expandieren. In Formeln (u ist der Vektor der Arbeitswerte):

$$u_i = e_i u = e_i (B - A)^{-1} l = q_i l < 0 .$$

Restwaren sind auch die einzigen, bei denen die Preise $z(r) = p/w$ in kommandierter Arbeit bei kleinen Profitraten mit steigender Profitrate fallen. Indem wir die Preisgleichungen für Preise in kommandierter Arbeit differenzieren

$$-\frac{d}{dr} Bz(r) = \frac{d}{dr} [(1+r) Az(r) + l]$$

erhalten wir an der Stelle $r = 0$ für die Ware i

$$z_i'(0) = e_i z'(0) = e_i (B - A)^{-1} A z(0) = q_i A u .$$

In Worten: die von Ware i kommandierte Arbeit (die bei $r = 0$ mit ihrem Arbeitswert übereinstimmt) wächst mit einem kleinen Anstieg der Profitrate um einen Betrag, der dem Arbeitswert der in den Produktionsmitteln des Subsystems von Ware i verkörperten Produktionsmittel entspricht. Der Preis einer Restware in kommandierter Arbeit kann daher fallen, und zwar wird dies bei kleinen Profitraten dann geschehen, wenn der Wert der Produktionsmittel im entsprechenden Subsystem in den Prozessen, die kontrahiert werden müssen, größer ist als in den Prozessen, die expandiert werden müssen, um die Ware isoliert zu produzieren.

Das beste Beispiel von Restwaren sind Maschinen. Wenn eine 2 Jahre alte Maschine dazu dient, ein Konsumgut und eine 3 Jahre alte Maschine herzustellen, und wenn die 2 Jahre alte Maschine dazu pro Einheit des Konsumguts mehr Arbeit braucht, als bei einer 1jährigen Maschine notwendig ist, die das Konsumgut und die 2jährige Maschine herstellt, so wird eine Expansion des Prozesses, der die 1jährige Maschine benutzt, und eine entsprechende Kontraktion des Prozesses, der die 2jährige Maschine nutzt, dazu führen, daß 2jährige Maschinen im Nettoprodukt des Systems übrig bleiben, während gleichviel Konsumgüter wie vorher hergestellt werden und Arbeit gespart wird. In Einzelproduktsystemen, in denen alle Waren isoliert produzierbar sind, tritt dieses Phänomen nicht auf.

Bei Einzelproduktionssystemen sind alle Prozesse des Basissystems unentbehrlich, während Nicht-Basis-Waren von entbehrlichen Prozessen hergestellt werden, da die Nicht-Basis-Waren nicht in die Produktion der Basiswaren eingehen.

Man sieht leicht, daß entbehrliche Prozesse nach unserer Definition diejenigen sind, bei denen mindesten ein nicht-negativer Netto-Output produzierbar ist, ohne daß sie aktiviert werden. Wenn alle unentbehrlich wären, könnten negative Werte nicht auftreten.

Betrachten wir nun den Übergang, der sich ergibt, wenn ein bisher als Abfall betrachtetes Kuppelprodukt in einem Prozeß als Ware verkauft werden kann. Es sei ein Kuppelproduktionssystem mit n Prozessen und Waren gegeben; zur Einfachheit sei $r = 0$. Wenn eine $(n + 1)$ ste Ware eingeführt wird, die von unentbehrlichen Prozessen hergestellt wird, wird ihr Preis $z_{n+1}(0)$ — wieviel auch verlangt wird — einen Deckungsbeitrag zu den Produktionskosten liefern, so daß alle anderen Preise $z_1(0), \dots, z_n(0)$ in kommandierter Arbeit fallen, während einige dieser Preise fallen, andere aber steigen können, wenn die Ware $n + 1$ von entbehrlichen Prozessen hergestellt wird.

Wir gehen also von einem System mit

$$(B - A)z = l$$

aus. Ein Abfallprodukt wird zur Ware gemacht; seine Produktion werde durch den Output-Spaltenvektor b^{n+1} dargestellt. Damit ergibt sich als neues Preissystem

$$Bz + b^{n+1}z_{n+1} - Az = l ;$$

die Ware $n + 1$ ist also ein Konsumgut. Die Preise der ersten n Waren ergeben sich nun aus

$$z = (B - A)^{-1}l - (B - A)^{-1}b^{n+1}z_{n+1} .$$

Offenbar kann z_{n+1} jeden Wert zwischen 0 und dem Betrag annehmen, bei dem der Preis einer anderen Ware $z_1, \dots, z_n$ zuerst negativ würde. Das Resultat ist also, daß die Preise der ersten n Waren durch den Deckungsbeitrag von z_{n+1} desto mehr reduziert werden, je größer z_{n+1} ist, wenn die Ware $n+1$ von unentbehrlichen Prozessen hergestellt wird, weil $(B - A)^{-1} b^{n+1}$ dann eine semi-positive Linearkombination positiver Vektoren darstellt, während der Effekt im anderen Falle unbestimmt bleibt.

Wenn z. B. Müllkraftwerke Müll nicht mehr gratis annehmen und dieser für sie damit zum verkäuflichen „Produkt“ wird, können sie Elektrizität billiger verkaufen und zwingen dadurch fossil gefeuerte thermische Kraftwerke, mehr für die Fernwärme zu verlangen, weil der Elektrizitätspreis bei konstanter (hier verschwindender) Profitrate gesunken ist. In diesem Sinn kann Sraffas Ansatz Fragen der angewandten Ökonomie theoretisch klären.

Der nächste Schritt zur Analyse bestünde nun in der Untersuchung der Bedingungen, unter denen ein zusätzlicher, $(n+1)$ ster Prozeß eingeführt werden könnte, der zusammen mit den n schon existierenden die Preise der $n+1$ Waren eindeutig bestimmte (im Beispiel eine Mülldeponie, deren Müllannahmegebühr u. a. eine Landrente decken muß). Nach diesen nur exemplarisch gemeinten Bemerkungen wenden wir uns nun jedoch den herausragenden Spezialfällen der Kuppelproduktion, dem fixen Kapital und der Rente zu.

3. Fixes Kapital

Fixes Kapital läßt sich zunächst als eine einfache Erweiterung der Einzelproduktionssysteme einführen¹². Wir nehmen an, eine Ware, o. B. d. A. die Ware n , werde mit Hilfe *einer* Maschine hergestellt. Die Lebensdauer der Maschine sei bei den eingesetzten Ersatzmaterialien maximal T Jahre. An die Stelle des n -ten Einzelproduktprozesses treten nun die T Gleichungen:

$$\begin{aligned}(1+r)(M_0 m_0 + a_n(1)p) + w l_n(1) &= b_{nn}(1)p_n + M_1 m_1 \\(1+r)(M_1 m_1 + a_n(2)p) + w l_n(2) &= b_{nn}(2)p_n + M_2 m_2 \\&\dots \\(1+r)(M_{T-1} m_{T-1} + a_n(T)p) + w l_n(T) &= b_{nn}(T)p_n.\end{aligned}$$

Hier bedeutet M_t die Maschine, m_t ihren Preis; die Maschine ist neu zum Zeitpunkt $t=0$ und verschwindet zum Zeitpunkt $t=T$. In der ersten Periode verwendet sie den Vektor von Rohmaterialien, Ersatzteilen, usw. $a_n(1)$, der mit dem Preisvektor p multipliziert wird. Die

¹² Vgl. Varri (1974), Baldone (1974), v. Schaik (1976).

i -te Komponente des Preisvektors p , p_i , ist der Preis der Ware, die in der Industrie i hergestellt wird; zur Einfachheit haben wir angenommen, daß in den ersten $n-1$ Industrien kein fixes Kapital und keine Kuppelproduktion vorkommen. Der Ausstoß der n -ten Ware im t -ten Prozeß, der mit Maschine M_{t-1} durchgeführt wird, ist der Output $b_{nn}(t)$ der Ware n und eine 1 Jahr ältere Maschine M_t mit Preis m_t . Der Arbeitsinput in diesem Prozeß ist $l_n(t)$.

Wir nehmen nun an, daß das System ein Basissystem sei. Die neue Maschine ist daher das Produkt eines der ersten $n-1$ Prozesse, o. B. d. A. des ersten Prozesses, so daß $m_0 = p_1$.

Die Eigenschaften eines Einzelproduktionssystems dieses Typs, erweitert um Maschinen in mehreren Industrien, aber nicht mehreren verschiedenen Maschinen in derselben Industrie, sind oft untersucht worden. Ihre Eigenschaften lassen sich aus der folgenden Gleichung ableiten, aus der alle Maschinen außer der neuen eliminiert worden sind, indem die obige Gleichung des im Jahre t verlaufenden Prozesses mit $(1+r)^{T-t}$ multipliziert und indem dann über alle Gleichungen für $t = 1, \dots, T$ aufsummiert wurde:

$$\sum_{t=1}^T (1+r)^{T-t} [b_{nn}(t) p_n - (1+r) a(t) p - l(t)] = M_0 m_0 (1+r)^T.$$

Im Spezialfall konstanter Effizienz der Maschine mit

$$b_{nn}(1) = \dots = b_{nn}(T), a_n(1) = \dots = a_n(T), l_n(1) = \dots = l_n(T)$$

folgt aus der Formel, die wir die „allgemeine Maschinengleichung“ nennen können, der elementare Ausdruck für die Amortisation (von dem schon Sraffa sagte, daß er sich in jedem Handbuch der Finanzmathematik finde), bei dem die Summe des Jahresaufwands von Zinsen und Abschreibungen für die Maschine konstant ist¹³.

Die allgemeine Gleichung schließt indessen interessante andere Fälle ein. Zunächst drückt sie die Gleichheit der Produktionskosten einer Maschine $M_0 m_0$ mit ihren auf der linken Seite stehenden zukünftigen erwarteten Erträgen aus, wenn wir durch $(1+r)^T$ dividieren. Die berühmte Gleichgewichtsbedingung für die Produktionskosten und die erwarteten Erträge wird durch den Kuppelproduktionsansatz also *ableitbar*.

Man kann nun zeigen, daß in einem System, in dem in jeder Industrie Maschinen vorkommen, die Preise der neuen Maschinen und Rohstoffe für jede Proftrate zwischen 0 und einem Maximum positiv sind; die Preise der alten Maschinen können dagegen negativ sein. Ne-

¹³ Sraffa (1960), § 75.

gative Preise der alten Maschinen lassen sich jedoch eliminieren, indem die Produktionsprozesse, die die Maschinen benutzen, zu einem Zeitpunkt abgebrochen werden, der nach den Kriterien der Wahl der Technik optimal ist; die ökonomische Lebensdauer der Maschine unterscheidet sich dann von ihrer physischen und ist vom Stand der Verteilung abhängig.

Beim Fall steigender Effizienz ist vor allem an eine Maschine zu denken, die während der ersten Perioden noch keinen Netto-Output hervorbringt, da sie erst im Aufbau begriffen ist (etwa ein Schiff auf der Werft); fallende Effizienz tritt auf bei mit der Zeit steigendem Aufwand an Ersatzteilen. Die negativen Preise, die durch Verkürzung der Lebensdauer der Maschine zu eliminieren sind, treten nur bei fallender Effizienz der Maschine auf. Bei steigender Effizienz aller Maschinen wären die Preise in einem der Reproduktion fähigen Basissystem wie bei Einzelproduktion für alle Profitraten zwischen Null und der maximalen positiv.

Die Wahl der Technik als Wahl der optimalen Lebensdauer der Maschinen läßt sich so darstellen, daß man für jede Kombination von Lebensdauern der Maschinen die Lohnkurve zeichnet. Die äußere Einhüllende dieser Lohnkurven entspricht der Kombination von Lebensdauern, bei der der Reallohn bei gegebener Profitrate am höchsten ist; in einem reproduktionsfähigen System sind dann alle Preise positiv und es läßt sich zeigen, daß die Anwendung einer suboptimalen Technik bei optimalen Preisen Verluste, und die Anwendung einer optimalen Technik bei suboptimalen Preisen Extraprofite bringt, so daß diese technologische Kombination durch den Konkurrenzmechanismus erreicht wird. Diese Aussagen gelten auch dann, wenn sich die Wachstumsrate des Systems von der Profitrate unterscheidet. Die Einhüllende der Lohnkurven fällt monoton, wenn der Reallohn — wie plausibel — keine alten Maschinen enthält.

Man sollte besonders hervorheben, daß die Wahl der Technik davon unabhängig ist, ob ein Markt für alte Maschinen existiert oder ob die Preise der alten Maschinen nur als (vielleicht gar nicht festgestellte) Buchwerte anzusehen sind. Durch den Markt würden ineffiziente alte Maschinen ausgeschlossen, weil Waren mit negativen Preisen nicht gehandelt werden. Dasselbe Resultat wird aber auch durch die Konkurrenz um die Verbilligung der Endprodukte bei Anwendung der „allgemeinen Maschinengleichung“ als Kalkulationsgrundlage erreicht: die bei einer gegebenen Profitrate optimale Lebensdauer impliziert in einem der Reproduktion fähigen Basissystem stets positive Preise der Maschinen und minimale Preise der Endprodukte (ausgedrückt in kommandierter Arbeit).

Die schönen Eigenschaften der Systeme mit fixem Kapital gelten nicht in allgemeinen Kuppelproduktionssystemen. In den allgemeinen Kuppelproduktionssystemen führt die Elimination von Waren, die bei bestimmten Profitraten negative Preise erhalten, mit zugehörigen Prozessen nach dem Muster der Elimination alter Maschinen mit negativen Preisen nur dann zu einem der Reproduktion fähigen „verkürzten“ System mit monoton fallenden Lohnkurven und mit positiven Preisen, wenn man die Gleichheit von Wachstums- und Profitrate voraussetzt. Außer in nur mathematisch relevanten Spezialfällen ist das verkürzte System zwar auch quadratisch; die simultane Variation von Wachstums- und Profitrate entspricht der klassischen Methode jedoch nur begrenzt. Es wird auch notwendig, „duale Verkürzungen“ zu betrachten, und zwar bei den Werten von r , bei denen Komponenten des Aktivitätsvektors verschwinden. Diese Schwierigkeiten treten beim fixen Kapital nicht auf, da die Aktivitätsvektoren für Wachstumsraten kleiner als die maximale Profitrate stets positiv sind.

Man mag daher fragen, ob verallgemeinerte Systeme fixen Kapitals konstruierbar sind, in denen in jeder Industrie mehrere Maschinen nebeneinander verwendet werden und die die oben zusammengefaßten Eigenschaften der Systeme mit höchstens einer Maschine in jeder Industrie besitzen. In *Schefold* (1971) waren „reine“ Systeme mit fixem Kapital im wesentlichen durch folgende Axiome definiert:

Definition:

Ein reines Fixkapitalsystem ist ein Kuppelproduktionssystem, dessen Inputmatrix A und Outputmatrix B sich in Blöcke A_{ij} , B_{ij} ; $i, j = 1, 2$; einteilen lassen, und zu dem eine Matrix gleicher Ordnung und Blockeinteilung Q existiert mit

- a) $A_{11} \geq 0$, $A_{12} = 0$, $B_{11} \geq 0$ und diagonal.
- b) $Q_{21} = 0$, $Q_{22} = \text{Einheitsmatrix}$.
- c1) $Q = (q_{ij})$. Wenn q_{ij} nicht verschwindet, ist q_{ij} ein Polynom mit nicht-negativen Koeffizienten in $1 + r$ und mit $q_{ij}(0) = 1$.
- c2) $Q_{11}(r) = J(r)$ ist diagonal.
- c3) $Q_{12}(r) = K = (k^1, \dots, k^{n-m})$. In jeder Spalte k^i von K ist nur ein Element positiv.
- c4) Das Element $j_{ii}(r)$ von $J(r)$ ist ein Polynom höheren Grades als jedes Polynom der entsprechenden Zeile k_i von K .
- d) KB_{21} ist diagonal.
- e) $Q_1(B^2 - (1 + r)A^2) = JB_{12} + K(B_{22} - (1 + r)A_{22}) = 0$.

Zurückübersetzt bedeuten die Axiome folgendes: die ersten m Spalten der Matrizen A und B , A^1 und B^1 , sind die Rohmaterialien und neuen Maschinen, A^2 , B^2 sind die Spalten für die alten Maschinen. Die m Zeilen $A_1 = (A_{11}, A_{12})$ und $B_1 = (B_{11}, B_{12})$ sind die Prozesse, die mit neuen Maschinen starten; A_2 und B_2 sind die $n-m$ Zeilen, die alte Maschinen als Inputs verwenden. Da das System jedoch zuläßt, daß mehrere „Maschinen“ miteinander in einer Industrie als „Maschinenkomplexe“ kombiniert werden, kann man eine abstrakte Terminologie wählen und die ersten m Prozesse Primärprozesse, die letzten $n-m$ Prozesse Sekundärprozesse nennen; die ersten m Spalten bezeichnen die Endgüter, die letzten $n-m$ Spalten die Zwischengüter. Nach Axiom (e) lassen sich die Zwischengüter eliminieren. $A_{12} = 0$ bedeutet, daß Endgüter ohne Zwischengüter produziert werden können und B_{11} ist diagonal, weil jeder Primärprozeß nur ein Endgut herstellt. Nach dem Axiom c gehört zu jedem Primärprozeß eine Gruppe von Sekundärprozessen; (c3) sichert, daß jeder Sekundärprozeß mit nur einer Gruppe kombiniert wird und (c4) bedeutet, daß die Produktionsprozesse einer Gruppe mit einem Primärprozeß „anfangen“, der nur Endgüter verwendet.

Dieses Axiomensystem läßt z. B. Maschinenkombinationen zu, die durch folgende Tabelle angedeutet werden:

$$\begin{array}{ll} M_0, N_0 & \rightarrow M_1, N_1 \\ M_1, N_1 & \rightarrow M_2 \\ (1/2) M_2, (1/2) N_0 & \rightarrow (1/2) N_1 \\ (1/2) M_2, (1/2) N_1 & \rightarrow - \end{array}$$

Der Gesamtaufwand an Endgütern für die Gruppe ist $M_0, (3/2) N_0$. Die zugehörige Matrix Q besteht zur Hauptsache aus der Zeile mit den Polynomen

$$\frac{1}{2} [(1+r)^3 + (1+r)^2], \frac{1}{2} [(1+r)^2 + (1+r)], (1+r), 1 .$$

Man kann beweisen, daß ein reines Fixkapitalsystem nach dieser Definition im wesentlichen dieselben Eigenschaften aufweist wie ein höchstens um eine Maschine pro Endprodukt erweitertes Einzelproduktionssystem.

Nun mag man die Fragestellung umkehren und überlegen, ob ein Kuppelproduktionssystem, das die Eigenschaften eines Fixkapitalsystems von selbst besitzt, auch notwendig die Struktur eines Fixkapitalsystems hat.

Es ist eine herausragende Eigenschaft der Fixkapitalsysteme, daß die Endprodukte isoliert produzierbar sind, weil die zugehörigen Maschi-

nengruppen sich aggregieren lassen, so daß durch die Operation der Q-Matrix ein quasi-Einzelproduktionssystem entsteht. In Erweiterung der schon gegebenen Definition sei ein Kuppelproduktionssystem daher ein System mit „isolierbaren Endprodukten“, 1, ..., m , wenn es eine maximale Profitrate R in dem System gibt, so daß

$$q_i(r) = e_i (B - (1 + r) A)^{-1} \geq 0, \quad 0 \leq r < R,$$

und wenn alle Konsumgüter des Systems unter den ersten m zu finden sind.

Die Preise der ersten m Waren sind für alle Profitraten positiv:

$$p_i = e_i p = e_i (B - (1 + r) A)^{-1} l = q_i(r) l > 0.$$

Wenn nun bei einer gegebenen Profitrate der Preis von einem der letzten $n-m$ Güter negativ sein sollte, läßt sich zeigen, daß das betreffende Gut unter Weglassung eines Prozesses aus dem System eliminierbar ist. Der Surplus des Systems s wird durch diese Operation nicht reduziert. Ich nehme zunächst an, die Wachstumsrate g sei gleich der Profitrate r . Es sei $z = p/w$ der Vektor der Preise in kommandierter Arbeit und $F = (B - (1 + r) A)^{-1}$, $C = (B - (1 + r) A)$. Wir gehen von einer Situation aus, in der alle Aktivitätsniveaus positiv sind, da der Surplus in isolierbaren Endprodukten besteht. Wir nehmen an, es wären auch alle Preise positiv bis auf den Preis der n -ten Ware, z_n , der bei $r = g$ verschwindet. Für den Vektor der Aktivitätsniveaus q gilt $qC = s$. Daher haben wir

$$(q + yf_n)C = s + ye_n, \quad q > 0,$$

wobei f_n die n -te Zeile von F ist und e_n der n -te Einheitsvektor. Da $f_n l = z_n = 0$ ist, hat f_n negative Komponenten und y kann von Null erhöht werden, bis eine Komponente von $q + yf_n$ verschwindet. Damit ist der neue Aktivitätsvektor gefunden, bei dem ein Prozeß im System nicht benutzt wird, und der es erlaubt, den gleichen Surplus wie vorher zu produzieren; jedoch unter Überproduktion der n -ten Ware, die den Preis Null erhält. Damit ist das System in einfachster Weise um einen Prozeß und eine Ware verkürzt worden¹⁴. Durch die Verkürzung des Systems wird die Lohnrate in der Nachbarschaft von $r = g$ auf der Seite erhöht, bei der z_n negativ ist, weil dort

$$[q + yf_n] l = ql + yz_n;$$

im verkürzten System wird zur Produktion des gegebenen Surplus weniger Arbeit aufgewendet (dieser Surplus stimmt bei $r = g$ mit dem Reallohn überein). Man kann des weiteren wie üblich beweisen, daß Surplusprofite und Verluste die Wahl der „richtigen“ Technik steuern.

¹⁴ Vgl. Verallgemeinerung in *Salvadori* (1980).

Der springende Punkt ist nun, daß diese Beziehung in Systemen mit isolierbaren Endprodukten gültig bleibt, selbst wenn die Wachstumsrate niedriger ist als die Profitrate. Dazu ist allerdings vorauszusetzen, daß, ausgehend von einer Situation, in der alle Preise positiv sind, immer dann, wenn ein Preis negativ wird, eine Verkürzung des Systems vorgenommen wird, und daß das verkürzte System selbst wieder dieselben isolierbaren Endprodukte hat. Die so konstruierten Lohnkurven werden oben eingehüllt durch Lohnkurven, bei denen die Preise positiv sind. Die Lohnkurven mit positiven Preisen fallen andererseits monoton, da

$$\begin{aligned}w'(r) &= -w^{-2} s (B - (1+r)A)^{-1} A (B - (1+r)A)^{-1} l = \\ &= -w^{-2} qAz, q > 0, z > 0.\end{aligned}$$

Wenn die Profitrate mit der (allerdings als uniform angenommenen) Wachstumsrate nicht zusammenfällt, wird jedes System oder eine seiner Verkürzungen, die auf der Einhüllenden der Lohnkurven bei der Profitrate r gewählt werden, den Surplus in den gewünschten Proportionen bei der Wachstumsrate g zu produzieren gestatten.

Auf genauere Beweise, die einen bedeutend größeren Aufwand erfordern, muß an dieser Stelle verzichtet werden. Unsere Überlegungen sollten nur der Beantwortung der Frage dienen, welches die allgemeinste Struktur eines Systems fixen Kapitals sei, wenn wir von den für reine Fixkapitalsysteme abgeleiteten Eigenschaften ausgehen.

Ein Beispiel zeigt, daß die Systeme mit isolierbaren Endprodukten Strukturen umfassen, die nicht dem fixen Kapital zugerechnet werden können. In dem Beispiel

$$A = \begin{bmatrix} 1/4 & 1 & 1 \\ 1/4 & 0 & 0 \\ 1/4 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3/5 & 0 & 0 \\ 1/5 & 1 & 0 \\ 1/5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

sind alle Waren Basiswaren und die erste Ware ist isoliert produzierbar. Man kann tatsächlich eine Q -Matrix konstruieren, nämlich

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 1+r & 1+r \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

welche die Axiome (b), (c1), (c2), (c3), (d), (e), aber nicht (a) und (c4) erfüllt. In der Tat handelt es sich nicht um ein Fixkapitalsystem, da Primär- und Sekundärprozesse nicht unterschieden werden können. Dennoch können die Preise in diesem System für alle Profitraten positiv sein. Eine maximale Profitrate von 25,6 % und eine positive Standardware existieren.

Es läßt sich, über dieses Beispiel hinausgehend, zeigen, daß für alle Systeme mit isolierbaren Endprodukten Matrizen konstruiert werden können, die einige der Axiome der Fixkapitalsysteme erfüllen, aber — wie das Beispiel zeigt — nicht alle. Es folgt daraus, daß die Struktur der Systeme mit fixem Kapital durch die Forderung nach isolierbaren Endprodukten weitgehend, aber nicht vollständig erfaßt worden ist. Ob die von mir angegebenen Axiome tatsächlich die allgemeinsten sind, die zu den Eigenschaften der Fixkapitalsysteme führen, ist daher eine noch nicht abschließend geklärte Frage.

Bei der allgemeinen Kuppelproduktion fehlen die Begriffe, die zu einer Differenzierung der einzelnen Produktionssysteme nach ihren technischen Daten und den daraus ableitbaren ökonomischen Eigenschaften erforderlich wären, noch immer weitgehend. Unser Verständnis des für die Lösung dieses Problems paradigmatischen fixen Kapitals ist tiefer, aber auch einfacher, da es nur um die Verflechtung zwischen Einzelprodukt-Industrien geht, die durch eine zeitliche Struktur innerhalb der einzelnen Industrien kompliziert wird. Im axiomatischen System drückt die Q -Matrix in ihren Zeilen die zeitliche Verflechtung innerhalb der Industrien aus. Statt die komplexeren Formen der Verschränkung in der allgemeinen Kuppelproduktion zu systematisieren, hat sich die Forschung bisher leider auf die Ableitung unspezifischer Sätze über die allgemeinsten Systeme konzentriert.

4. Land

Man erkennt nicht ohne weiteres, daß Land und Rente der Kuppelproduktion subsumiert werden können. Land kann aber als ein Objekt definiert werden, dessen Menge durch den Produktionsprozeß nicht verändert wird. Ein Land gegebenen Typs werde mit X bezeichnet, sein Preis mit x ; dann hat die Gleichung für den i -ten Produktionsprozeß, der das Land X benötigt, um eine Einheit der Ware i herzustellen, die folgende Gestalt:

$$(1 + r)(a_i p + Xx) + w l_i = p_i + Xx .$$

Der hier auftretende Bodenpreis x ist offenbar die kapitalisierte Rente, wobei mit der Profitrate als dem Zinssatz zu kapitalisieren ist. Die Rente y ist gleich der Verzinsung der Flächeneinheit, also $y = rx$, $x = y/r$.

Eine wesentliche Schwierigkeit der Rententheorie besteht in der korrekten Definition der Böden. Nach meinem Verständnis bedeutet X einen Flächenanteil am Land eines bestimmten Typs, wobei das Land jedes Typs homogen ist in Bezug auf die bekannten, anwendbaren

Technologien. Der Landtyp kann also charakterisiert sein durch tektonische Eigenschaften (z. B. eben oder hügelig), durch geochemische Eigenschaften (z. B. fruchtbares Ackerland), durch geologische Eigenschaften (eine Kohlschicht befindet sich in größerer Tiefe unter der Oberfläche) und durch die Lage (Abstand zur nächsten Stadt oder Verkehrsknotenpunkt). Es ist dann eine Frage der Wahl der Technik, welche Bebauung (Ackerbau, Weide, Siedlung, Kohlegewinnung) sich lohnt. Irrelevant sind dagegen Unterschiede in der Qualität der Böden, die keinen Bezug zu anwendbaren Technologien aufweisen, wie etwa Lageunterschiede sonst gleicher Böden, die keinen Unterschied für den Transport machen. Wenn der Abbau einer erschöpfbaren Ressource in Betracht gezogen werden muß, stößt die klassische Methode der Untersuchung langfristiger Gleichgewichte an ihre Grenzen¹⁵. Die Möglichkeit der Einbeziehung des Landes in die städtische Agglomeration hängt von Bauvorschriften ab; die Bauzoneneinteilung muß in der Theorie als gegeben vorausgesetzt werden. Ändert sie sich durch einen administrativen Akt, so erfolgt eine abrupte Verschiebung der Bodenpreise, weil das Land nun potentiell z. B. mit der Technologie „Errichtung fünfstöckiger Gebäude“ bebaut werden kann, die bei bestimmten Kapital- und Erschließungskosten in Konkurrenz zur Nutzung als Ackerland tritt. Landeinteilung und Preise hängen also von gegebenen institutionellen Daten ab.

Die Erörterung der Landeinteilung wäre ganz überflüssig, wenn es nicht so aussähe, als ob die Bebauung selbst das Land physisch und institutionell veränderte. Die Anwendung einer bestimmten Technologie scheint das Land eines gegebenen Typs in andere Typen zu verwandeln, insofern in der Landwirtschaft dem Boden manche Stoffe entzogen, andere hinzugefügt werden oder soweit durch eine bauliche Erschließung eine Infrastruktur entsteht, die verschiedenen Formen der Überbauung dienlich sein kann. Solche Veränderungen sind, soweit sie reversibel sind, in ricardianischer Tradition aber als Anwendung fixen Kapitals zu behandeln; soweit sie irreversibel sind, sie u. U. unter die Theorie der erschöpfbaren Ressourcen fallen und stellen nur ausnahmsweise permanent andere Böden dar.

Demnach hätte man etwa bei Häusern Gleichungen des Typs

$$(1 + r) (M_{t-1} m_{t-1} + a_i(t) p) + w l_i(t) + X y = b_i(t) p + M_t m_t,$$

wobei M_t das wie eine Maschine zu behandelnde Haus bedeutet, y die Bodenrente und $b_i(t)$ den Vektor der vom Haus erbrachten Dienstleistungen, z. B. Wohnungen bestimmter Altersqualität. X ist ein durch Lage und Bauvorschriften charakterisierter Boden. Auch bei vollständ-

¹⁵ Vgl. Parrinello (1982).

diger Ausschaltung der Unsicherheit ist die Aufspaltung der in p ausgedrückten Mieten in Bodenrente Xy , Hausamortisation, d. h. Kapitaldienst $rM_{t-1} m_{t-1}$ und Abschreibung $M_{t-1} m_{t-1} - M_t m_t$, und Hausunterhalt $a_i(t)p + wl_i(t)$ wegen der Komplexität der zugrunde liegenden Gleichungen nicht ohne weiteres ersichtlich. Die Felderrotation läßt sich — etwas pedantisch — folgendermaßen einführen:

$$\begin{aligned}(1+r)a_i(1)p + wl_i(1) + Xy &= p_i + Nn \\ (1+r)(Nn + a_i(2)p) + wl_i(2) + Xy &= p_j.\end{aligned}$$

Es sollen also Rohmaterial $a_i(1)$ und Arbeit $l_i(1)$ im ersten Jahr mit dem Boden x eine Einheit der Ware p_i (z. B. Klee) herstellen, wobei als Nebenprodukt eine Verbesserung des Bodens N mit Schattenpreis n anfällt (z. B. im Boden gebundener Stickstoff); daher können im nächsten Jahr mit Hilfe des gebundenen Stickstoffs anderes Rohmaterial und Arbeit auf diesem Boden die Ware j (z. B. Weizen) produzieren. Die beiden Gleichungen verbinden sich dann unter Eliminierung von N und n zu einem Kuppelproduktionsprozeß, wenn die erste mit $1+r$ multipliziert und zur zweiten hinzugezählt wird.

Zur Einfachheit sei aber angenommen, daß die Umschlagszeit des fixen Kapitals und der Zyklus der Felderrotation so kurz sind, daß wir im folgenden von gewöhnlichen Einzelprodukt- und Kuppelproduktionsgleichungen ausgehen, in denen keine Potenzen von $1+r$ vorkommen.

Das Auftreten von Land mit seiner Differentialrente hat die eigentümliche Folge, daß bei Einzelproduktion an die Stelle der Homogenität des Produktionsprozesses in der Herstellung jeder Ware eine Heterogenität tritt; insofern gibt das Land Anlaß zu einer Koexistenz diverser Prozesse. Von der einzelnen Landfläche her gesehen ergibt sich dagegen eine Spezialisierung gegenüber der Vielfalt der Produkte, die bei lokaler Beschränkung des Austauschs in Ermangelung eines weitreichenden Transportsystems an einem Ort produziert werden.

Es treten zwei Grundformen der Differentialrente auf¹⁶: Es seien die Länder verschiedenen Typs X_j ; $j = 1, \dots, m$; gegeben. Im Prozeß i wird der Flächenanteil X_{ij} verwendet mit Bodenpreis x_j und Rente y_j .

Bei der Differentialrente erster Art sei nach ricardianischem Vorbild angenommen, es gebe ein landwirtschaftliches Produkt, sagen wir Ware n , von dem soviel nachgefragt wird, daß die ersten m Böden voll bebaut werden müssen; ein $(m+1)$ stes Land sei nur teilweise bebaut; es wirft daher keine Differentialrente ab; wir nehmen an, dies sei der Prozeß n . Wir erhalten die Gleichungen

¹⁶ Vgl. Quadrio-Curzio (1967), Montani (1972).

$$\begin{aligned}
 (1+r) a_n p + w l_n &= p_n \\
 (1+r) a_{n+1} p + w l_{n+1} + X_{n+1,1} y_1 &= p_n \\
 &\dots \\
 (1+r) a_{n+m} p + w l_{n+m} + X_{n+m,m} y_m &= p_n .
 \end{aligned}$$

Offenbar geht nur der Prozeß n ins Basis-System ein, in dem die Preise der n Waren interdependent bestimmt werden. Die Renten werden dann als Residualgrößen berechnet.

Die für dieses System ableitbaren Sätze sind bekannt. Bei jeder Profitrate ist unter den Ländern, deren Bebauung zusammengenommen die Befriedigung der gesellschaftlichen Nachfrage gestattet, diejenige Kombination zu wählen, die den höchsten Reallohn liefert. Die Übernahme der entsprechenden Technologie wird in der üblichen Weise durch Surplusprofite bzw. -verluste geregelt. Eine Ausdehnung der Kultivierung infolge steigender Nachfrage führt zum Steigen aller Preise in kommandierter Arbeit. Wenn die Profitrate sich ändert, ändert sich auch die Hierarchie der Böden und die relative Höhe der Renten. Wenn „Fruchtbarkeit“ den monetären Ertrag des Bodens meint, so ist dieser also von der Profitrate abhängig.

Das Phänomen der Wiederkehr der Technik findet sich hier in der Form einer Wiederkehr desselben Landes als renteloses, teilweise bebautes Land in Basissystemen bei verschiedenen Profitraten.

Es gibt nun noch einen zweiten Typus der Differentialrente. Auf einem zunächst isoliert zu denkenden begrenzten Landstück des Typs X_j können, wenn die Preise aller Basiswaren gegeben sind, zwei Prozesse koexistieren, die den Preis des auf dem Land hergestellten Produkts und die Rente simultan bestimmen:

$$\begin{aligned}
 (1+r) a_n p + w l_n + X_{n,j} y_j &= p_n \\
 (1+r) a_{n+1} p + w l_{n+1} + X_{n+1,j} y_j &= p_n .
 \end{aligned}$$

Wenn die hergestellte Ware mit Preis p_n selbst eine Basisware ist, muß man zuerst die Rente durch eine Linearkombination der beiden Prozesse eliminieren, um diese Linearkombination zur Bestimmung der Warenpreise p_1 bis p_n im Basissystem einzuführen; dann folgt die Bestimmung der Rente y_j .

Das beste Beispiel für die Koexistenz zweier Prozesse auf demselben Land erscheint mir durch die Überbauung von Stadtzentren mit Bürohäusern gegeben zu sein. Wenn wir von einer homogenen Bebauung ausgehen, und der Raumbedarf steigt, werden alte Häuser durch neue höhere ersetzt, bis das ganze Zentrum durch höhere Häuser überdeckt worden ist; im dritten Schritt werden dann noch höhere Häuser zugelassen. Beim Fürstentum Monaco läßt sich die jeweils erreichte Stufe

in dem Prozeß von den umliegenden Bergen hübsch beobachten; das „Zentrum“ ist dort durch Landesgrenze und Steuerrecht auch eng und klar genug umschrieben.

Man sieht leicht, daß die Rente und der Preis genau dann beide positiv sein werden, wenn die Kosten an Arbeit und Kapital einschließlich Verzinsung pro Produkteinheit in dem Prozeß größer sind, der eine kleinere Landfläche pro Produktionseinheit erfordert. Bei der Differentialrente erster Art handelt es sich also um ein Wachstum durch extensive Kultivierung, bei der Differentialrente zweiter Art liegt Intensivierung vor.

Man mag das in beiden Fällen beobachtete stufenweise Anwachsen des Preises mit der Ausdehnung der Produktion als eine Art marshallianischer Angebotskurve in Treppenform ansehen, der eine Nachfragekurve gegenüberzustellen wäre. Im Sraffa'schen Modell wird aber deutlich, daß die Expansion der Nachfrage immer stückweise bei konstanten Preisen und Renten erfolgt. Das Bild ist insofern mit Vorsicht zu verwenden, als die Angebots-„Kurve“ ihre Gestalt mit der Hierarchie der Böden bei einer Änderung der Profitrate vollständig ändern kann. Außerdem ist die „Nachfrage“ nach einer Basisware vom Zustand des Gesamtsystems abhängig. Da es sich bei Sraffa um ein interdependentes System handelt, wäre im Vergleich deshalb grundsätzlich nicht die marshallianische Partialanalyse, sondern das walrasianische Totalmodell heranzuziehen, in dem es aber nach seiner ursprünglichen Konzeption keine Angebotskurven gibt: sie lassen sich nur einführen, wenn die Faktorpreise festgehalten werden. Die dann ableitbaren Kostenkurven beschreiben aber imaginäre Variationen oder funktionale Zusammenhänge und nicht wie die Mengenexpansion bei Sraffa reale Entwicklungen. Zur Klärung dieses Unterschieds verweist Sraffa in seinem Vorwort auf Wicksteed.

Interessante und z. T. ungeklärte Probleme der Rententheorie finden sich, wenn man die Produktion mehrerer Waren auf mehreren Böden in ihrer Interdependenz betrachtet.

Es seien etwa m Böden und k auf ihnen wachsende Produkte zu betrachten. Von nur mathematisch relevanten Spezialfällen abgesehen, können — gegeben das übrige System — m Renten und k Preise nur durch $m + k$ Prozesse bestimmt werden. Bei Einzelproduktion in jedem Prozeß und vollständiger Vielfalt jedes Landes würden die k Produkte auf allen m Böden angebaut, so daß mk Prozesse entstünden: mk wächst jedoch sehr viel rascher als $m + k$ mit m und k .

Aus der Logik der Preisbildung folgt ein Zwang zur Spezialisierung der Böden. Wenn etwa — teilweise auf Grund der Lage — 100 Länder unterschieden werden, auf denen zwanzig Produkte — sagen wir fünf-

zehn landwirtschaftliche und fünf andere — wachsen, werden mindestens $m - k$, also 80 oder 80 % der Länder, vollständig spezialisiert sein.

Es ergeben sich zwei paradigmatische Modelle: Im ersten existiert ein Hauptprodukt, das überall angebaut wird (Weizen in der Tradition der europäischen Landwirtschaft); seine Anbaubedingungen bestimmen dann die Hierarchie der Renten (Adam Smith). Auf einzelnen Böden wird ein zweites Produkt angebaut, dessen Preis sich aus den Produktionskosten und der vorgegebenen Rente ergibt. Oder die Differentialrente zweiter Art bestimmt die Nutzung eines Stadtzentrums; die Renten fallen dann in konzentrischen Kreisen gegen außen nach dem Gesetz der extensiven Differentialrente, wobei auf aneinanderstoßenden Böden ein Produkt beiden gemeinsam ist — andere nicht —, und wobei aus dem ersten die Abstufung der extensiven Rente folgt, jedoch ohne daß ein Produkt allen gemeinsam wäre (von Thünen).

Bei Kuppelproduktion entfällt das Spezialisierungsargument, wie man sich leicht überlegt. Der beobachtete moderne Verlust lokaler Vielfalt in der Landwirtschaft hängt in der Tat mit einem Abgehen von der Kuppelproduktion zusammen, insofern die teuren modernen landwirtschaftlichen Maschinen sich nicht für alle bei der Felderrotation auftretenden Produkte eignen und chemische Düngung die Felderrotation überhaupt entbehrlich macht, so daß moderne Höfe sich im Extrem für ein Produkt und den zugehörigen Maschinenpark entscheiden.

Eine vollständige Formalisierung der Sraffaschen Rententheorie ist bisher nicht gelungen. Ansätze, die eine befriedigende Behandlung bei der Übereinstimmung von Wachstums- und Profitrate nach der goldenen Regel im allgemeinen Fall der Kuppelproduktion sonst erlauben, sind nicht anwendbar, da in der Gegenwart von Land uniformes Wachstum aller Sektoren ausgeschlossen ist. Man sieht dies am besten bei der intensiven Differentialrente, wo das Wachstum des Output auf einer raschen Expansion des „kapitalintensiven“ Prozesses zu Lasten einer Schrumpfung des „landintensiven“ beruht.

Die „Paradoxa“ der Rententheorie beschränken sich nicht nur auf Effekte wie die „Wiederkehr“ einer Technik, erzeugt durch die Variation der Profitrate; es gibt auch Paradoxa, die mit der Mengenvariation verbunden sind. So lassen sich Fälle konstruieren, bei denen zwei Produkte auf mehreren Ländern konkurrieren und die Expansion der Produktion des einen Produkts zu einem Fallen seines Preises führt, weil die nicht verminderte Produktion des anderen nun am besten auf verkleinerter Fläche kapitalintensiver erfolgt, so daß Boden mit billigeren Produktionskosten für das erste Produkt freigesetzt wird¹⁷.

¹⁷ Vgl. *Saucier* (1981).

Zusammenfassend möchte ich behaupten, daß in der Struktur der Kuppelproduktion sich vielfältige ökonomische Phänomene verbergen, die durch die Sraffasche Theorie in einen einheitlichen Analyserahmen eingefügt werden. Um dies zu zeigen, haben wir exemplarisch die Effekte der Interdependenz bei allgemeiner Kuppelproduktion und entbehrlichen Prozessen, die Betrachtung des Zusammenhangs zwischen betriebswirtschaftlicher und volkswirtschaftlicher Analyse von Amortisation und Effizienz bei Maschinen und zuletzt die Betrachtung der Rententheorie herausgegriffen.

Zusammenfassung

In diesem Aufsatz wird Sraffa's Theorie der Kuppelproduktion im Überblick dargestellt, wobei zunächst Sraffa's Standardware, dann spezifische Schwierigkeiten der Kuppelproduktionstheorie unter Einschluß externer Effekte herausgearbeitet werden. Es folgt eine Kurzdarstellung der Theorie des gleichgewichtigen Wachstums, der Axiomatik der Theorie des fixen Kapitals in Maschinengruppen und der Rente als Phänomen der Kuppelproduktion, die besondere Muster der Landnutzung zur Folge hat.

Summary

This article gives a survey of Sraffa's Theory of joint production. After a discussion of the standard commodity the specific problems of joint production (taking account of external effects) are treated. There follows a brief analysis of balanced growth and truncation, of axiomatic systems for the representation of fixed capital with complexes of machines and of rent as a phenomenon of joint production which leads to special patterns of land use.

Literatur

- Abraham-Frois*, G. und *E. Berebi* (1976), *Théorie de la valeur, des prix et de l'accumulation*. Paris.
- Baldone*, S. (1974), Il capitale fisso nello schema teorico di P. Sraffa. *Studi economici* 29, 45 - 106.
- Egidi*, M. (1975), Stabilità ed instabilità negli schemi Sraffiani. *Economia Internazionale*, 3 - 41.
- Garegnani*, P. (1979), *Valore e domanda effettiva*. Torino.
- Keynes*, M. (1936, repr. 1967), *The General Theory of Employment, Interest and Money*. London.
- Kurz*, H. D. (1977), *Zur neoricardianischen Theorie des Allgemeinen Gleichgewichts*. Berlin.
- Manara*, C. F. (1968), Il modello di Sraffa per la produzione congiunta di merci a mezzo di merci. *L'industria* 1, 3 - 18.
- Marshall*, A. (1920, repr. 1966), *Principles of Economics*, 8th Edition. London.
- (1975), *The Early Economic Writings of A. M.*, ed. J. K. Whitaker, London.

- Montani, G. (1972), La teoria ricardiana della rendita. *L'industria* 3 - 4, 221 - 243.
- Newman, P. (1962), Production of Commodities by Means of Commodities. *Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik*, 58 - 75.
- Parrinello, S. (1982), Some Notes on Monopoly, Competition and the Choice of Techniques. mimeo, erscheint in: Manchester School.
- (1982), Exhaustible Natural Resources and the Classical Method of Long Period Equilibrium, mimeo.
- Pasinetti, L. L. (1975), *Lezioni di teoria della produzione*. Bologna.
- (1980), (Hrsg.) *Essays on the Theory of Joint Production*. London.
- (1981), *Structural Change and Economic Growth*. Cambridge.
- Quadrio-Curzio, A. (1967), *Rendita e distribuzione in un modello economico plurisetoriale*. Mailand.
- Ricardo, D. (1951 sq.), *The Works and Correspondence of D. R.*, hrsg. von P. Sraffa. 11 Bände. Cambridge.
- (1966), Absolute Value and Exchangeable Value (1823), in: D. Ricardo, *Works*, vol. IV. Cambridge.
- Roncaglia, A. (1978), *Sraffa and the Theory of Prices*. Chichester (mit ausführlicher Bibliographie zu Sraffa).
- Salvadori, N. (1980), On a Generalized von Neumann Modell. *Metroeconomica*, 51 - 62.
- Saucier, P. (1981), *Le choix des techniques en situation de limitation de ressources*. Thèse pour le doctorat d'état. Paris.
- van Schaik, A. B. T. M. (1976), *Reproduction and Fixed Capital*. Rotterdam.
- Schefold, B. (1971), *Piero Sraffas Theorie der Kuppelproduktion, des Kapitals und der Rente* 134 pp., Diss. Basel. Second edition to appear Academic Press, New York.
- (1976 a), Relative Prices in a Function of the Rate of Profit. *Zeitschrift für Nationalökonomie* 36, 21 - 48.
- (1976 b), Reduction to Dated Quantities of Labour, Roundabout Processes, and Switches of Techniques in Fixed Capital Systems. *Metroeconomica* 28, 1 - 15.
- (1976 c), Different Forms of Technical Progress. *The Economic Journal* 86, 806 - 819.
- (1977 a), Energy and Economic Theory. *Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften*, 227 - 249.
- (1977 b), Fixed Capital as a Joint Product. *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik* 192, 415 - 439.
- (1978 a), Multiple Product Techniques with Properties of Single Product Systems. *Zeitschrift für Nationalökonomie* 38, 29 - 53.
- (1978 b), On Counting Equations. *Zeitschrift für Nationalökonomie* 38, 253 - 285.
- (1979), Capital, Growth, and Definitions of Technical Progress. *Festschrift für G. Bombach, KYKLOS* 32, 236 - 250.
- (1980), Von Neumann and Sraffa: Mathematical Equivalence and Conceptual Difference. *The Economic Journal* 90, 140 - 156.

- Sraffa*, P. (1960), *Production of Commodities by Means of Commodities*. Cambridge.
- Steedman*, I. (1982), *Competition, Monopoly and Stability in Classical Theory*, mimeo.
- Varri*, P. (1974), *Prezzi, saggio del profitto e durata del capitale fisso nello schema teorico di P. Sraffa*. *Studi economici* 29, 5 - 44.
- Walsh*, V. und H. *Gram* (1980), *Classical and Neoclassical Theories of General Equilibrium*. New York.