

Internationaler Preiszusammenhang bei festen und flexiblen Wechselkursen

Bemerkungen zu einem Aufsatz von Manfred Neumann*

Von Horst Herberg

Kürzlich hat *Manfred Neumann* (1974) den internationalen Preiszusammenhang im Rahmen eines Modells untersucht, das zwei Länder umfaßt, in denen ein und dasselbe Gut produziert wird, ständig Vollbeschäftigung herrscht und Outputpreise flexibel sind¹. Zu Beginn stellt er folgende vier Gleichungen zur Beschreibung der dynamischen Anpassungsprozesse auf

$$(1) \quad \dot{P} = \psi_1 [I_1(r) + I_2(r) + A_1 + A_2 - S_1 - S_2]$$

$$(2) \quad \dot{\pi} = \psi_2 [P - w \pi]$$

$$(3) \quad \dot{r} = \psi_3 [PL_1 - M_1 + w \pi L_2 - w M_2]$$

$$(4) \quad \dot{R} = \pi \left[-B(w \pi / P) + I_2(r) + A_2 - S_2 + L_2(r) - \frac{M_2}{\pi} \right]$$

wobei

P	Preis des Gutes in Land 1 in Landeswährung (\$)
π	Preis des Gutes in Land 2 in Landeswährung (DM)
w	Wechselkurs, d. h. \$-Preis der DM
I	reale Nettoinvestition
A	reale autonome Staatsausgaben
S	reales Sparen
M	nominale Geldmenge (in Landeswährung)
L	Nachfrage nach Realkasse
B	realer Leistungsbilanzsaldo von Land 1
r	Zinssatz
$\dot{R}$	Zunahme der Devisenreserven von Land 2, ausgedrückt in DM
ψ_j	Anpassungskoeffizienten (offenbar positiv und konstant)

* Herrn Kollegen *H. Schneider* sowie meinen Mitarbeitern Frau *V. Gretz-Roth* und Herrn *K. von dem Hagen* danke ich für kritische Hinweise. Etwaige Fehler gehen jedoch allein zu meinen Lasten.

¹ Daß ein solches Modell für eine Analyse des internationalen Preiszusammenhangs adäquat ist, erscheint zweifelhaft. Wir wollen jedoch hier nicht die Annahmen detailliert kritisieren.

Der Index i kennzeichnet Land i ($i = 1, 2$), ein Punkt über einer Variablen deren zeitliche Ableitung, z. B. $\dot{P} = dP/dt$.

Angesichts dieser Anpassungsgleichungen stellen sich einige Fragen: Warum sollte die Änderung eines der nationalen Preise, P , von der Überschußnachfrage nach Gütern auf dem Weltmarkt abhängen (cf. (1)), und warum sollte zugleich die Änderung des anderen nationalen Preises, π , von der internationalen Preisdifferenz, ausgedrückt in Dollar, bestimmt sein (cf. (2))? Warum wird die sehr restriktive Annahme gemacht, daß sich die wertmäßigen nationalen Überschußnachfragen nach Geld und Wertpapieren immer zu Null addieren (cf. (3))? Warum wird (implizit) angenommen, daß im Land 2 der tatsächlich realisierte und der durch die Planungen der Wirtschaftssubjekte bestimmte Saldo der Zahlungsbilanz auch bei Ungleichgewicht auf Wertpapier- und Gütermärkten immer übereinstimmen (cf. (4))?

Auf diese Fragen gibt *Neumann* keine befriedigende Antwort. Überraschenderweise untersucht er auch nicht die Stabilität des Gleichungssystems (1) - (4)², sondern wendet sich sofort einer komparativ-statischen Analyse zu. Dabei verwendet er Gleichgewichtsbedingungen, die teilweise zu schwach sind, und erhält daher als Ergebnis seiner Berechnungen Ableitungen, von denen einige unnötigerweise dem Vorzeichen nach unbestimmt bleiben.

Unsere Absicht ist es, im Rahmen des *Neumannschen* Modells andere, wie uns scheint, akzeptablere Anpassungsgleichungen aufzustellen, etwas über deren Stabilitätseigenschaften zu sagen und eine komparativ-statische Analyse durchzuführen.

Die Symbole M_i, L_i, r, w haben die oben angegebene Bedeutung. I_i^m, A_i^m, S_i^m und Z_i^m bezeichnen Nettoinvestitionen, Staatsausgaben, Sparen und Importe des Landes i während einer Periode in Gütermengeneinheiten³. P_i ist der Güterpreis im Land i , ausgedrückt in Landeswährung. Wie *Neumann* nehmen wir an, daß I_i^m und L_i monoton fallende Funktionen von r sind, daß das reale Volkseinkommen auf dem (konstanten) Vollbeschäftigungsniveau verharrt und daher S_i^m konstant ist und daß A_i^m vom Staat autonom festgesetzt wird⁴. Ferner setzen wir

² Eine Stabilitätsanalyse, deren Ergebnisse sich aber nicht auf den vorliegenden Fall übertragen lassen, findet sich in der auch von *Neumann* zitierten Arbeit von *Aghelvi-Borts* (1973).

³ Da wir diese Größen in Mengeneinheiten, nicht in Mengeneinheiten pro Periode ausdrücken, ihnen also die Dimension einer Bestandsänderung geben, ist ihre Addition zu Bestandsgrößen, wie es z. B. unten in (8) geschieht, zulässig. (Cf. *Herberg* (1975).)

⁴ Wir setzen voraus, daß es entweder keine oder lediglich eine proportionale Einkommensteuer gibt. Im zweiten Fall wäre A_i^m als die nicht-steuerfinanzierten Staatsausgaben zu deuten.

voraus, daß die Importnachfrage eines Landes sehr elastisch auf Änderungen des internationalen Güterpreisverhältnisses $\varrho = wP_2/P_1$ reagiert⁵:

$$(5) \quad Z_1^m = Z_1^m (1/\varrho), \quad \eta_1 := \frac{1}{\varrho Z_1^m} \frac{dZ_1^m}{d(1/\varrho)} >> 0$$

$$Z_2^m = Z_2^m (\varrho), \quad \eta_2 := -\frac{\varrho}{Z_2^m} \frac{dZ_2^m}{d\varrho} >> 0$$

Für die wertmäßige Überschußnachfrage nach dem Gut und nach Geld im Land i seitens der Inländer gilt:

$$(6) \quad D_i^{gu} = P_i (I_i^m + A_i^m - S_i^m)$$

$$(7) \quad D_i^{ge} = P_i L_i - M_i$$

Wenn wir unterstellen, daß, da Vollbeschäftigung herrscht, die Faktormärkte ständig im Gleichgewicht sind und daß die Wirtschaftssubjekte die gewünschten Geld- und Wertpapierbestände innerhalb einer Periode erreichen wollen, können wir aus der *Walrasschen* Identität⁶ folgern, daß für die Überschußnachfrage nach Wertpapieren im Land i seitens der Inländer gilt:

$$(8) \quad D_i^b = - (D_i^{gu} + D_i^{ge}) = - P_i (I_i^m + A_i^m - S_i^m + L_i - \frac{M_i}{P_i})$$

Die wertmäßige Überschußnachfrage auf dem Gütermarkt des Landes i , A_i^{gu} , setzt sich zusammen aus den wertmäßigen Überschußnachfragen der Inländer und der Ausländer. Ohne wesentliche Beschränkung der Allgemeinheit können wir davon ausgehen, daß die Importeure in einem Land ihre wertmäßige Nachfrage nach Gütern auf dem Auslandsmarkt auf der Basis des ihnen bekannten inländischen Güterpreises bestimmen:

$$(9) \quad A_1^{gu} = D_1^{gu} + B_1, \quad A_2^{gu} = D_2^{gu} + B_2$$

$$B_1 := wP_2 Z_2^m - P_1 Z_1^m, \quad B_2 := \frac{P_1}{w} Z_1^m - P_2 Z_2^m$$

Neumann nimmt nicht an, daß Arbitragegeschäfte ständig für gleiche Dollarpreise des Gutes in beiden Ländern sorgen. Wenn wir — trotz möglicher starker Einwände dagegen — die gleiche Annahme machen, halten wir es jedoch für sinnvoller, anstelle von (1) und (2) vorauszu-

⁵ Diese Annahme soll der Tatsache Rechnung tragen, daß es im betrachteten Modell nur ein Gut gibt.

⁶ Vgl. z. B. *Herberg* (1975).

setzen, daß die Entwicklung des Güterpreises in einem Land allein von der dort herrschenden Nachfrage-Angebotssituation bestimmt wird:

$$(10) \quad \dot{P}_i = \Phi_i (\Delta_1^{gu} / P_i), \quad \Phi_i(0) = 0, \quad \Phi_i' > 0, \quad i = 1, 2$$

Diese Hypothese scheint uns den in der Realität auftretenden Bestimmungsgründen für die Entwicklung *nationaler* Güterpreise eher zu entsprechen als die *Neumannschen* Hypothesen (1) und (2). Sie geht zudem dem Einwand aus dem Wege, daß trotz Fehlens einer ständigen vollkommenen Preisangleichung die Bestimmung eines der nationalen Güterpreise auf dem Weltmarkt schwer zu rechtfertigen ist. Jedoch haben wir den Einfluß einer Arbitrage auf Preisveränderungen insofern berücksichtigt, als wir angenommen haben, daß die Handelsbilanzen, B_1 und B_2 , die Bestandteil der Überschußnachfragen nach Gütern, Δ_1^{gu} und Δ_2^{gu} , sind, sehr stark auf internationale Preisunterschiede reagieren (vgl. (30) im Anhang).

Wie *Neumann* gehen wir schließlich davon aus, daß es international nur eine Art Wertpapier gibt und daß die Zinsentwicklung von der Überschußnachfrage nach diesem Wertpapier auf dem Weltmarkt abhängt⁷,

$$(11) \quad \dot{r} = \Phi_3 (-D_1^b - wD_2^b), \quad \Phi_3(0) = 0, \quad \Phi_3' > 0,$$

aber wir beschränken uns nicht auf den Sonderfall, daß die Summe der nationalen Überschußnachfragen nach Geld und Wertpapieren immer gleich Null ist⁸.

Betrachten wir zuerst den Fall *fester Wechselkurse*. Die Entwicklung der Devisenreserven des zweiten Landes wird dann durch den *realisierten* Leistungsbilanzsaldo B_2^r und den *realisierten* Nettokapitalexport K_2^r bestimmt (alle Größen in DM ausgedrückt):

$$(12) \quad \dot{R}_2 = B_2^r - K_2^r$$

Wir wollen voraussetzen, daß B_2^r vom *geplanten* Leistungsbilanzsaldo B_2 abweichen kann, außer wenn der Gesamtwert der Überschußnach-

⁷ Es mag als eigenartig angesehen werden, daß wir von einem internationalen Zinssatz, aber zwei nationalen Güterpreisen ausgehen, auch hier einer Annahme von *Neumann* folgend. Eine Spaltung des Wertpapiermarktes und damit des Zinssatzes würde bei hinreichender internationaler Kapitalmobilität zwar zum selben Gleichgewicht führen wie im hier analysierten Fall, aber eine andere, wegen der größeren Zahl der Anpassungsgleichungen kompliziertere Stabilitätsanalyse erfordern.

⁸ *Neumann* betrachtet, wie schon erwähnt, diesen Sonderfall. Wenn er nicht voraussetzen will, daß die *Walrassche* Identität verletzt ist oder trotz ständiger Vollbeschäftigung auf den Faktormärkten Ungleichgewicht herrscht, nimmt er damit implizit an, daß $D_1^{gu} + wD_2^{gu} \equiv 0$ ist und gemäß seiner Gleichung (1) folglich $P \equiv 0$ ist.

frage nach Gütern gleich Null ist, und daß K_2^r von den *geplanten* Kapitalexporten D_2^b um so stärker abweicht, je größer die herrschende gesamte Überschußnachfrage nach Wertpapieren ist⁹:

$$(13) \quad B_2^r = B_2 f \left(\Delta_1^{gi} + w \Delta_2^{gi} \right), f(0) = 1, f \text{ differenzierbar}$$

$$K_2^r = D_2^b - \frac{\lambda}{w} (D_1^b + w D_2^b), 0 < \lambda < 1$$

Durch einfache Umformungen gewinnen wir aus (8) - (13) als Gleichungssystem zur Beschreibung der dynamischen Anpassungsprozesse in unserem Modell bei festen Wechselkursen:

$$(14) \quad \dot{P}_1 = \Phi_1 \left[\frac{1}{P_1} (D_1^{gi} + B_1) \right]$$

$$(15) \quad \dot{P}_2 = \Phi_2 \left[\frac{1}{P_2} (D_2^{gi} + B_2) \right]$$

$$(16) \quad \dot{r} = \Phi_3 [D_1^{gi} + w D_1^{ge} + D_1^{ge} + w D_2^{ge}]$$

$$(17) \quad \dot{R}_2 = B_2 f \left(\Delta_1^{gi} + w \Delta_2^{gi} \right) + D_2^{gi} + D_2^{ge} - \frac{\lambda}{w} (D_1^{gi} + w D_2^{gi} + D_1^{ge} + w D_2^{ge})$$

Auf den ersten Blick scheint ein allgemeines Gleichgewicht in beiden Ländern allein dadurch gekennzeichnet zu sein, daß sich P_1 , P_2 , r und R_2 nicht mehr ändern. Genauere Überlegungen zeigen jedoch, daß außerdem auf dem Weltmarkt für Güter die angebotenen und nachgefragten *Mengen* übereinstimmen müssen, daß also auch

$$(18) \quad I_1^m + I_2^m + A_1^m + A_2^m - S_1^m - S_2^m = 0$$

gelten muß¹⁰. Wenn wir unsere Analyse etwas weitertreiben, können wir aus (14) - (18) und $\dot{P}_1 = \dot{P}_2 = \dot{r} = \dot{R}_2 = 0$ folgern, daß ein allgemeines Gleichgewicht dann und nur dann vorliegt, wenn Bedingung (18) erfüllt ist, die nationalen Geldmärkte im Gleichgewicht sind,

$$(19) \quad P_1 L_1 - M_1 = 0,$$

$$(20) \quad P_2 L_2 - M_2 = 0,$$

und ferner die nationalen Güterpreise, ausgedrückt in Dollar, nicht voneinander abweichen,

⁹ Eine ähnliche Annahme findet sich bei *Aghelvi-Borts* (1973), S. 5 f. Zur Begründung verweisen wir auf die Argumentation dieser Autoren.

¹⁰ Der Leser überzeuge sich selbst, daß aus $\dot{P}_1 = \dot{P}_2 = 0$ wegen $B_1 + B_2 = 0$ zwar $D_1^{gi} + w D_2^{gi} = 0$, aber nicht (18) folgt.

$$(21) \quad P_1 - wP_2 = 0, \quad 11, 12$$

Nehmen wir an, daß ein Teil μ_i der Geldmenge M_i von der Notenbank des Landes i autonom festgesetzt wird, während der Rest, $M_i - \mu_i$, von der Entwicklung der Devisenreserven abhängt: $d(M_i - \mu_i) = \Theta_i dR_i$. Dabei sei Θ_i ein zeitlich konstanter Parameter, dessen Wert durch den Geldschöpfungsmultiplikator und die Art der Neutralisierungspolitik im Land i bestimmt ist ($\Theta_1 \geq 0$, $\Theta_2 > 0$). Dann besteht bei festen Wechselkursen die Beziehung:

$$(22) \quad M_i = \mu_i + \Theta_i R_i, \quad i = 1, 2$$

Unter der Voraussetzung, daß Devisenreserven nicht von einem dritten Land neu geschaffen oder vernichtet werden, gilt¹³:

$$(23) \quad dR_1 + wdR_2 = 0$$

Die lokale Stabilität des allgemeinen Gleichgewichts¹⁴ dieser Wirtschaft läßt sich dadurch prüfen, daß man die rechten Seiten der Anpassungsbeziehungen (14) - (17) unter Berücksichtigung der Gleichgewichtsbedingungen (18) - (21) und der Gleichungen (22) und (23) linear approximiert und die Eigenwerte des so entstehenden Systems linearer Differentialgleichungen mit konstantem Koeffizienten untersucht. Im Anhang findet sich der Beweis dafür, daß unter den gemachten Annahmen, insbesondere wegen der sehr großen Werte der Elastizitäten η_1 und η_2 , d. h. des starken Einflusses der Preisarbitrage auf die nationalen Importnachfragen, die lokale Stabilität gesichert ist, sofern $\Theta_1 = \Theta_2 > 0$ oder allgemeiner $\Theta_1 + \Theta_2 > 0$, $(\Theta_2 - \Theta_1) f' \geq 0$ und

¹¹ Um möglichen Mißverständnissen vorzubeugen, sei auf folgenden Sachverhalt hingewiesen: Wenn man die rechten Seiten von (1) - (4) gleich Null setzt und die von Neumann aufgestellte Beziehung $I_2 + A_2 - S_2 - B = 0$ (op. cit., S. 108) berücksichtigt, ergeben sich, abgesehen von der Änderung der Symbolik, die Gleichungen (18) - (21) als Gleichgewichtsbedingungen auch für das Neumannsche Modell. Also unterscheidet sich sein Ansatz von dem unsrigen lediglich in den Annahmen über die Veränderung der nationalen Güterpreise usw. im Ungleichgewicht.

Neumann geht übrigens auch von der Gültigkeit von (19) und (20) aus, verwendet diese Beziehungen aber nur zur Vereinfachung der Ableitungen, die er bei der Linearisierung seiner Gleichgewichtsbedingungen erhält.

¹² Aus (18) geht hervor, daß in einem allgemeinen Gleichgewicht ein Land einen positiven und das andere Land einen gleich großen negativen Handelsbilanzsaldo aufweisen kann. Wegen (8), (19) und (21) werden in einer solchen Situation diese Salden allein durch internationale Kapitalbewegungen ausgeglichen. Da sich folglich die nationalen Wertpapierbestände verändern können, betrachten wir (und ebenso Neumann) im Grunde nur kurzfristige Gleichgewichte.

¹³ Diese Beziehung trifft auch zu, wenn der Wechselkurs autonom geändert wird, während dann $R_1 + wR_2 = \text{const.}$ nicht behauptet werden kann.

¹⁴ Wir setzen hier und im folgenden voraus, daß es immer ein eindeutiges allgemeines Gleichgewicht, d. h. eine eindeutige Lösung von (18) - (21) gibt.

$$(\Theta_2 - \Theta_1) \left\{ (1 - \lambda) \frac{M_2}{P_2} - \lambda \frac{M_1}{P_1} \right\} \geq 0 \text{ gilt.}$$

Wenden wir uns schließlich der komparativ-statischen Analyse zu. Dabei werden wir anstelle des Gleichungssystems (5) in *Neumann* (1974) die Bedingungen (18) - (21) verwenden. Durch deren totale Differentiation erhalten wir unter Berücksichtigung von (22) und (23)¹⁵:

$$(24) \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & I_{1r}^m + I_{1r}^m & 0 \\ L_1 & 0 & P_1 L_{1r} & w \Theta_1 \\ 0 & L_2 & P_2 L_{2r} & -\Theta_2 \\ 1 & -w & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dP_1 \\ dP_2 \\ dr \\ dR_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(dA_1^m + dA_2^m) \\ d\mu_1 \\ d\mu_2 \\ P_2 dw \end{bmatrix}$$

Für die Systemdeterminante von (24) gilt:

$$(25) \quad \Delta = -w \Omega (I_{1r}^m + I_{2r}^m) > 0$$

mit

$$(26) \quad \Omega := \Theta_2 \frac{M_1}{P_1} + \Theta_1 \frac{M_2}{P_2}.$$

Auf eine inhaltliche Interpretation der in der nachfolgenden Tabelle angegebenen Resultate wollen wir aus Platzgründen verzichten. Statt dessen kehren wir noch einmal kurz zu den Ergebnissen von *Neumann* zurück. Er hat in seiner Arbeit bei festen Wechselkursen zwei Fälle betrachtet:

- a) Der Dollar ist die Reservewährung, die gesamte Geldmenge des Landes 1 ist autonom bestimmt, die Änderung des nicht-autonomen Teils der Geldmenge des Landes 2 ist gleich dessen Zahlungsbilanzsaldo, ausgedrückt in DM.
- b) Weder Dollar noch DM sind die Reservewährung, die Änderung des nicht-autonomen Teils der Geldmenge eines Landes ist gleich dessen Zahlungsbilanzsaldo, ausgedrückt in Landeswährung.

Es liegt auf der Hand, daß man die Ergebnisse einer komparativ-statischen Analyse für Fall a) bzw. b) erhält, wenn man in unserer Tabelle

¹⁵ Nicht in die folgende Analyse einbezogen ist eine Variation der geldpolitischen Parameter Θ_1 und Θ_2 und die Konsequenz hieraus für das Gleichgewicht. Bei einer solchen Analyse wären zwei Fälle zu unterscheiden:

- a) Es werden zwei Zwei-Länder-Welten mit unterschiedlichen Werten dieser Parameter verglichen.
- b) In einer solchen Welt tritt zu einem bestimmten Zeitpunkt eine Änderung dieser Parameter ein, aber der dadurch bedingte Einfluß auf die inländische Geldmenge beschränkt sich auf die *nachfolgenden* Devisenzuflüsse oder -abflüsse. Hat ursprünglich Gleichgewicht geherrscht, wird diese Situation durch eine Θ_i -Variation *allein* nicht geändert.

$\Theta_1 = 0$, $\Theta_2 = 1$ bzw. $\Theta_1 = \Theta_2 = 1$ setzt. Die von *Neumann* in seinen Tabellen 1 und 2 wiedergegebenen Resultate sind also z. T. schwächer als die unsrigen. Insbesondere erweist sich seine Schlußfolgerung, daß im Fall a) höhere Staatsausgaben im ersten Land nicht immer zu höheren nationalen Preisen führen werden, als unhaltbar.

Erwähnt sei, daß nach unseren im Anhang bewiesenen Ergebnissen das gesamtwirtschaftliche Gleichgewicht bei Anpassungsprozessen gemäß (14) - (17) lokal stabil ist, wenn Fall b) vorliegt und wenn wir wie *Neumann* im Fall a) von $f \equiv 1$, $\lambda = 0$ ausgehen.

Auf *Neumanns* Betrachtung bei flexiblen Wechselkursen wollen wir nur kurz eingehen:

1. *Neumann* nimmt an (vgl. op. cit., S. 116), daß das Geldangebot M_1 im Land 1 aus einer autonom fixierten Komponente M und einer durch die Nachfrage R_1^n der Notenbank des Landes nach DM-Reserven bestimmten Komponente zusammensetzt:

$$(27) \quad M_1 = M + wR_1^n$$

Diese Charakterisierung von M_1 hat jedoch die etwas absurde Konsequenz, daß M_1 mit dem Wechselkurs schwankt, es sei denn, die Elastizität der Nachfrage R_1^n in bezug auf w ist gerade gleich (-1) oder die Notenbank fixiert M_1 durch geeignete Manipulation von M . Anstelle von (31) würde besser eine Beziehung wie (22) treten.

2. Sein Gleichungssystem (9) enthält zu schwache Bedingungen für ein allgemeines Gleichgewicht. An dessen Stelle müssen wieder die Gleichungen (18) - (21), ergänzt um geeignete Definitionsgleichungen für die nationalen Geldmengen, verwendet werden. Wie der Leser selbst nachprüfen kann, liefert dann die komparativ-statische Analyse Ergebnisse, die z. T. von den in Tabelle 3 angegebenen Resultaten abweichen. Die Vorzeichen aller Ableitungen sind eindeutig bestimmbar.

3. Sofern die Notenbanken nicht auf dem Devisenmarkt intervenieren, wird der Wechselkurs w steigen (fallen), wenn die Differenz $\dot{R}_1 - w\dot{R}_2$ der aus geplanten Transaktionen resultierenden Zahlungsbilanzsalden beider Länder positiv (negativ) ist¹⁶.

¹⁶ $\frac{1}{w} \dot{R}_1$ stellt einen Nettofluß von DM nach Land 1 dar; also ist $\dot{R}_1$ eine \$-Überschußnachfrage von Land 1 auf dem Devisenmarkt. $w\dot{R}_2$ ist ein Nettozufluß von \$ nach Land 2 und damit ein \$-Überschußangebot von Land 2 auf dem Devisenmarkt. Das gesamte \$-Überschußangebot auf dem Devisenmarkt ist folglich gleich $\dot{R}_1 - w\dot{R}_2$.

Reaktion der endogenen Variablen auf Veränderungen exogener Variablen

endogen $\rightarrow$ exogen $\downarrow$	∂P_1	∂P_2	∂r	∂R_1	∂R_2
∂A_i^m	$-\frac{w}{\Delta} P_1 (\Theta_2 L_{1r} + \Theta_1 L_{2r}) > 0$	$-\frac{1}{\Delta} P_1 (\Theta_2 L_{1r} + \Theta_1 L_{2r}) > 0$	$-\frac{1}{I_{1r}^m + I_{2r}^m} > 0$	$-\frac{w}{\Delta} (M_1 L_{2r} - M_2 L_{1r}) \geq 0$	$-\frac{1}{\Delta} (M_1 L_{2r} - M_2 L_{1r}) \geq 0$
$\partial \mu_1$	$\Theta_2 / \Omega > 0$	$w \Theta_2 / \Omega > 0$	0	$-w M_2 / P_2 \Omega < 0$	$M_2 / P_2 \Omega > 0$
$\partial \mu_2$	$w \Theta_1 / \Omega \geq 0$	$w^2 \Theta_1 / \Omega \geq 0$	0	$w M_1 / P_1 \Omega > 0$	$-M_1 / P_1 \Omega < 0$
∂w	$\Theta_1 M_2 / \Omega \geq 0$	$-\Theta_2 M_1 / w^2 \Omega < 0$	0	$M_1 M_2 / P_1 \Omega > 0$	$-M_1 M_2 / w P_1 \Omega < 0$

Wegen $\dot{R}_i = B_i - D_i^b$ haben wir als Anpassungsgleichung für den Wechselkurs

$$(28) \quad \dot{w} = \Phi_4 (B_1 - wB_2 - D_1^b + wD_2^b), \quad \Phi_4(0) = 0, \quad \Phi_4' > 0,$$

während die Änderung von P_1 , P_2 und r weiterhin durch (14) - (16) beschrieben wird. (Die an sich notwendige Stabilitätsanalyse nach dem im Anhang verwendeten Verfahren wird dem Leser überlassen.)

Anhang

Stabilitätsanalyse

Grundlage einer Stabilitätsanalyse sind die Gleichungen (14) - (17). Wir haben zunächst die Matrix der ersten partiellen Ableitungen der Funktionen auf den rechten Seiten von (14) - (17) nach den endogenen Variablen P_1 , P_2 , r , R_2 aufzustellen. Die Ableitungen sind anhand der Definitionsgleichungen (6) - (9) und zwar für die Gleichgewichtswerte der endogenen Variablen zu bestimmen. Die Gleichgewichtswerte ergeben sich aus (18) - (22). Außerdem ist (23) zu berücksichtigen.

Beginnen wir mit einigen Hilfsrechnungen. Setze:

$$(29) \quad B := B_1/P_1 = -\varrho B_2/P_2 = \varrho Z_2^m(\varrho) - Z_1^m(1/\varrho)$$

$$(30) \quad B' = \frac{dB}{d\varrho} = Z_2^m \left(1 + \eta_2 + \frac{Z_1^m}{\varrho Z_2^m} \eta_1 \right) >> 0$$

$$(31) \quad \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial P_1} (B_1/P_1) &= -\frac{\varrho}{P_1} B', \quad \frac{\partial}{\partial P_2} (B_1/P_1) = B' \\ \frac{\partial}{\partial P_1} (B_2/P_2) &= -\frac{1}{\varrho P_1} B + \frac{1}{P_1} B', \\ \frac{\partial}{\partial P_2} (B_2/P_2) &= \frac{1}{\varrho P_2} B - \frac{1}{P_2} B' \end{aligned}$$

Im folgenden ist wegen (21) in diesen Ableitungen $\varrho = 1$ einzusetzen. Die Berechnung der gesuchten Matrix führt zu nachstehendem Ergebnis, wobei wir der Einfachheit halber $\Phi_1'(0) = \Phi_2'(0) = \Phi_3'(0) = 1$ angenommen haben¹⁷.

¹⁷ Eine Überprüfung des Beweises zeigt, daß die Ergebnisse richtig bleiben, wenn die $\Phi_1'(0)$ beliebige positive und endliche Werte haben.

$$|A| = \begin{vmatrix} 0 & \frac{B'}{P_2} & I_{1r}^m & 0 \\ 0 & -\frac{B' - B}{P_2} & I_{2r}^m & 0 \\ \frac{M_1}{P_1} + \frac{M_2}{P_2} & w\left(B + \frac{M_2}{P_2}\right) & P_1(I_{1r}^m + I_{2r}^m + L_{1r} + L_{2r}) & w(\Theta_1 - \Theta_2) \\ \frac{1}{w} \frac{M_1}{P_1} & B + \frac{M_2}{P_2} - B' - P_1 B^2 f' & P_2(I_{2r}^m + L_{2r} - P_1 B f'(I_{1r}^m + I_{2r}^m)) & -\Theta_2 \end{vmatrix}$$

(32) Folglich gilt: $|A| = -\frac{\Omega}{P_2} \{B' I_{2r}^m + (B' - B) I_{1r}^m\}$

Addieren wir das $(1/w)$ -fache der 2. Spalte zur 1. Spalte und dann das (λ/w) -fache der 3. Zeile zur 4. Zeile, finden wir:

$$A = \frac{\begin{array}{c} -\frac{B'}{P_1} \\ \frac{B' - B}{P_1} \\ -B + \frac{M_1}{P_1} \\ \frac{1}{w} \left\{ B' - (1 - \lambda) B + \lambda \frac{M_1}{P_1} \right. \\ \left. + P_1 B^2 f' \right\} \end{array}}{\begin{array}{c} \frac{B'}{P_2} \\ -\frac{B' - B}{P_2} \\ w \left(B + \frac{M_2}{P_2} \right) \\ -B' + (1 - \lambda) \left(B + \frac{M_2}{P_2} \right) - \\ - P_1 B^2 f' \end{array}} \frac{\begin{array}{c} I_{1r}^m \\ I_{2r}^m \\ P_1 (I_{1r}^m + I_{2r}^m + L_{1r} + L_{2r}) \\ P_1 \{ \lambda (I_{1r}^m + L_{1r}) - (1 - \lambda) (I_{2r}^m + L_{2r}) \\ + P_1 B f' (I_{1r}^m + I_{2r}^m) \} \end{array}}{0} \frac{\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ w (\theta_1 - \theta_2) \\ -\lambda \theta_1 - (1 - \lambda) \theta_2 \end{array}}{}$$

Führen wir folgende Bezeichnungsweise ein:

$$a_1 = - \text{Spur } (A)$$

$$a_2 = \text{Summe aller } 2 \times 2 \text{ Hauptminoren von } A$$

$$a_3 = - (\text{Summe aller } 3 \times 3 \text{ Hauptminoren von } A)$$

$$a_4 = |A|$$

A hat dann die charakteristische Gleichung:

$$|\delta I - A| = \delta^4 + a_1 \delta^3 + a_2 \delta^2 + a_3 \delta + a_4$$

Nach dem Routh-Hurwicz-Kriterium¹⁸ sind die Realteile der Eigenwerte δ von A sämtlich negativ, und daher ist das System (14) - (17) lokal stabil, wenn folgende notwendige und hinreichende Bedingung erfüllt ist:

$$a_1 > 0, a_2 > 0, a_3 > 0, a_4 > 0, \\ a_1 a_2 - a_3 > 0, (a_1 a_2 - a_3) a_3 - a_1^2 a_4 > 0$$

Eine unserer früheren Annahmen war, daß die Importnachfrageelastizitäten η_1, η_2 und folglich auch B' sehr große positive Werte haben. Wir wollen das jetzt dahingehend präzisieren, daß bei den Matrixkoeffizienten der Form $\alpha B' + \beta$ im Falle $\alpha \neq 0$ immer β gegenüber $\alpha B'$ vernachlässigbar klein ist. Das Symbol „ $\simeq$ “ bedeute „näherungsweise gleich“. Dann führen einige zusätzliche Berechnungen zu den Ergebnissen:

$$\begin{aligned} a_1 &\simeq \left(\frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2} \right) B' \\ a_2 &\simeq a_1 \left\{ \lambda \Theta_1 + (1 - \lambda) \Theta_2 - P_1 (I_{1r}^m + I_{2r}^m + L_{1r} + L_{2r}) \right\} \\ (38) \quad a_3 &\simeq - \left\{ \frac{1}{P_2} \left(\frac{M_1}{P_2} + \frac{M_2}{P_2} \right) (I_{1r}^m + I_{2r}^m) + \right. \\ &\quad + (1 + w) (\Theta_2 - \Theta_1) P_1 B' (I_{1r}^m + I_{2r}^m) + \\ &\quad + (1 + w) \left\{ \Theta_2 (I_{1r}^m + L_{1r}) + \Theta_1 (I_{2r}^m + L_{2r}) \right\} + \\ &\quad \left. + (\Theta_2 - \Theta_1) (w I_{2r}^m - I_{1r}^m) \right\} B' \end{aligned}$$

$$(39) \quad a_4 \simeq - \frac{1}{P_2} \left(\Theta_2 \frac{M_1}{P_1} + \Theta_1 \frac{M_2}{P_2} \right) (I_{1r}^m + I_{2r}^m) B'$$

Im Hinblick auf die Stabilitätsbedingungen (34) können wir jetzt feststellen:

¹⁸ Vgl. Samuelson (1947), S. 434 ff.

$$a_1 > 0, a_2 > 0, a_1 a_2 - a_3 \simeq a_1 a_2 > 0 \quad {}^{19}$$

$$a_3 > 0, \text{ falls } (\theta_2 - \theta_1) f' \geq 0$$

$$a_4 > 0, \text{ dann und nur dann, falls } \theta_1 > 0 \text{ oder } \theta_2 > 0$$

$$(a_1 a_2 - a_3) a_3 - a_1^2 a_4 \simeq a_1^2 \left\{ \frac{a_2 a_3}{a_1} - a_4 \right\}$$

$$= C - \frac{1}{P_2} \{ \theta_2 - \theta_1 \} \left\{ (1 - \lambda) \frac{M_2}{P_2} - \lambda \frac{M_1}{P_1} \right\} (I_{1r}^m + I_{2r}^m) B'$$

wobei C zumindestens für $(\theta_2 - \theta_1) f' \geq 0$ positiv ist. Die rechte Seite der letzten Gleichung ist also sicherlich dann positiv, wenn das Produkt der beiden geschweiften Klammern nicht-negativ ist. Also haben wir folgendes Ergebnis:

Hinreichend für lokale Stabilität des gesamtwirtschaftlichen Gleichgewichts ist $\eta_1 \gg 0$, $\eta_2 \gg 0$ sowie

$$(i) \quad \theta_1 = \theta_2 > 0 \quad \text{oder}$$

$$(ii) \quad \theta_1 + \theta_2 > 0, (\theta_2 - \theta_1) f' \geq 0, + (\theta_2 - \theta_1) \left\{ (1 - \lambda) \frac{M_2}{P_2} - \lambda \frac{M_1}{P_1} \right\} \geq 0.$$

Wenn beide Notenbanken Devisenzuflüsse und -abflüsse vollständig neutralisieren ($\theta_1 = \theta_2 = 0$), ergibt sich $|A| = 0$, d. h. A hat wenigstens einen Eigenwert, der gleich Null ist. Das scheint auf Instabilität hinzudeuten. Jedoch ist in diesem Fall die Entwicklung von R_1 und R_2 für den Anpassungsprozeß ohne Belang, da keine dieser Größen einen Einfluß auf die Überschußnachfragen auf den verschiedenen Märkten hat. Die Stabilitätsanalyse hat folglich nur von den Gleichungen (14) - (16), also von der Matrix, die aus den ersten drei Zeilen und Spalten von A besteht, auszugehen. Unsere obigen Überlegungen zeigen, daß dieses System lokal stabil ist, wenn B' sehr große Werte annimmt.

Zusammenfassung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit einem Aufsatz von *Manfred Neumann* (1974). Es wird zunächst darauf hingewiesen, daß *Neumann* fragwürdige Annahmen über Anpassungsprozesse im Ungleichgewicht macht, eine Stabilitätsanalyse unterläßt und im Rahmen einer komparativ-statistischen Analyse unnötige schwache Ergebnisse ableitet, und es wird dann versucht, durch Änderung einiger Annahmen und durch Ergänzung und Korrektur der Analyse Einwände auszuräumen.

¹⁹ Diese Beziehung gilt, da $a_1 a_2$ einen Ausdruck in $(B')^2$, aber a_3 nur einen Ausdruck in B' umfaßt.

Summary

This note is a critical appraisal of *Manfred Neumann's* (1974) article of the direct price effect of foreign inflation. After arguing that *Neumann's* assumptions about disequilibrium processes are questionable, that a stability analysis is missing, and that the results of his comparative-static analysis are unnecessarily weak, we try to overcome these drawbacks by changing some of the assumptions and by completing and correcting the formal analysis.

Literatur

- Aghelvi, B. B. und G. H. Borts* (1973), The Stability and Equilibrium of the Balance of Payment Under a Fixed Exchange Rate, *Journal of International Economics*, Bd. 3 (1973), S. 1 - 20
- Herberg, H.* (1975), Gesamtwirtschaftliches makroökonomisches Gleichgewicht und Walras'sches Gesetz, *Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft*, Bd. 131 (1975), S. 573 - 602.
- Neumann, M.* (1974), Internationaler Preiszusammenhang bei festen und flexiblen Wechselkursen, *Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften*, 1974, S. 105 - 122.
- Samuelson, P. A.* (1947), *Foundations of Economic Analysis*, Cambridge/Mass. (Harvard U. P.) 1947