

## **Zur Rendite-Risiko-Beziehung am deutschen Aktienmarkt**

### **Eine empirische Analyse der Beziehung zwischen dem Deutschen Aktienindex DAX und dem Volatilitätsindex VDAX**

Von Hubert Dichtl, Bad Soden, und  
Wolfgang Drobetz, Hamburg

#### **I. Einleitung**

Die Beziehung zwischen Rendite und Risiko stellt ein zentrales Fundament der modernen Portfoliotheorie dar, wobei das Risiko regelmäßig mithilfe der Volatilität quantifiziert wird. Im Gegensatz zur Rendite besteht bei der Volatilität das Problem, dass zur Quantifizierung dieser Größe verschiedene Ansätze zur Verfügung stehen. Als eine Möglichkeit bietet sich der Rückgriff auf implizite Volatilitäten an, die aus den beobachtbaren, realen Optionspreisen gewonnen und zu Volatilitätsindizes verdichtet werden können. Im Gegensatz zu historischen Schätzern für die Volatilität sind implizite Volatilitäten in die Zukunft gerichtet und basieren auf realen, am Markt beobachtbaren Größen.<sup>1</sup> Bekannt und daher auch Gegenstand zahlreicher wissenschaftlicher Untersuchungen sind die US-amerikanischen Volatilitätsindizes VXO (basierend auf dem S&P 100 Index) und VIX (basierend auf dem S&P 500 Index).

Ein wichtiger Forschungsstrang beschäftigt sich mit der Prognosegüte der impliziten Volatilität zur Vorhersage der zukünftigen (realisierten) Volatilität. In den meisten empirischen Untersuchungen erweist sich die implizite Volatilität der historischen als überlegen (*Poon/Granger* (2003); *Taylor/Yadav/Zhang* (2010); *Tallau* (2011)). Eine weitere Forschungsrichtung analysiert den empirischen Zusammenhang zwischen der impliziten Volatilität und Aktienmarktrenditen. Zahlreiche Studien, die in Abschnitt II überblicksartig dargestellt werden, weisen auf einen statis-

---

<sup>1</sup> *Bollerslev/Zhou* (2006) sprechen daher auch von „forward looking market-based implied volatilities“.

tisch signifikant negativen Zusammenhang zwischen den Veränderungen der impliziten Volatilität und den Aktienmarktrenditen hin. Dieser Zusammenhang ist zudem asymmetrisch, d.h., eine negative Rendite geht mit einer betragsmäßig höheren Volatilitätsveränderung (Volatilitätserrhöhung) einher als eine positive Rendite (Volatilitätsreduktion).

Als zwei mögliche Erklärungsansätze für den negativen Zusammenhang zwischen der impliziten Volatilität und den Aktienmarktrenditen kommen der Leverage-Effekt (*Black* (1976a); *Christie* (1982)) und der Volatility-Feedback-Effekt (*Pindyck* (1984); *French/Schwert/Stambaugh* (1987); *Campbell/Hentschel* (1992)) infrage.<sup>2</sup> Beim Leverage-Effekt wird argumentiert, dass eine negative Aktienrendite den Marktwert des Eigenkapitals reduziert und gleichzeitig den Verschuldungsgrad des Unternehmens erhöht, was wiederum eine Erhöhung des Risikos der Eigenkapitalgeber und damit der Renditevolatilität nach sich zieht (und umgekehrt). Dieser Erklärungsansatz kommt dabei nicht nur auf Einzeltitelebene, sondern auch auf Indexebene zur Anwendung (*Figlewski/Wang* (2000); *Bouchaud/Matacz/Potters* (2001)).<sup>3</sup> Einen alternativen Erklärungsansatz bietet der Volatility-Feedback-Effekt, der auf der zeitlichen Variation von Risikoprämien basiert. Demnach besteht ein positiver Zusammenhang zwischen der erwarteten zukünftigen Volatilität und der erwarteten Rendite (bzw. Risikoprämie). Eine erwartete Erhöhung der Volatilität führt zu einer höheren von den Anlegern geforderten Eigenkapitalrendite, was mit einem unmittelbaren Rückgang des aktuellen Aktienkurses – und somit einer negativen Rendite – einhergeht. Während beide Hypothesen mit einem negativen Zusammenhang zwischen Volatilität und Rendite vereinbar sind, so ist die Kausalität beider Erklärungsansätze unterschiedlich. Beim Leverage-Effekt löst eine Renditeänderung die Veränderung der Volatilität aus. Im Gegensatz dazu stellt beim Volatility-Feedback-Effekt eine veränderte Risikoeinschätzung die Ursache für eine sofortige Preisanpassung dar (*Bekaert/Wu* (2000)). Welcher Effekt für die Erklärung des negativen Zusammenhangs zwischen Volatilität und Rendite maßgeblich ist, wird in der Literatur unterschiedlich beantwortet.

<sup>2</sup> Für einen verhaltenswissenschaftlichen Erklärungsansatz siehe *Talpsepp/Rieger* (2011). Basierend auf einer Analyse von Zero-Leverage-Unternehmen nach *Hasanhodzic/Lo* (2011) besitzt der Leverage-Effekt keine Bedeutung für den negativen Zusammenhang zwischen Volatilität und Rendite.

<sup>3</sup> Für Untersuchungen, ob der negative Zusammenhang zwischen den impliziten Volatilitäten und den Aktienrenditen eher auf Titel- oder auf Marktebene zu beobachten ist, siehe *Dennis/Mayhew/Stivers* (2006) und *Daouk/Ng* (2011). Eine theoretische Analyse liefern *Aydemir/Gallmeyer/Hollifield* (2006).

Mit dem VDAX bzw. dem VDAX-New der Deutschen Börse AG stehen implizite Volatilitätsindizes auch am deutschen Aktienmarkt zur Verfügung. Während sich die Studien von *Claessen/Mitnik* (2002), *Schöne* (2010) und *Tallau* (2011) mit der Prognosegüte des VDAX bzw. des VDAX-New für die zukünftige Volatilität beschäftigen, war die empirische Beziehung zwischen den deutschen Volatilitätsindizes und dem DAX bisher nicht direkt Gegenstand empirischer Untersuchungen. Vor diesem Hintergrund widmet sich die vorliegende Studie in einem ersten Schritt einer umfassenden empirischen Analyse der zeitgleichen Beziehung zwischen den beiden (direkt beobachtbaren und handelbaren) Volatilitätsindizes VDAX und VDAX-New und dem deutschen Aktienindex DAX. Da die Datenperiodizität von großer Bedeutung sein dürfte (*Badshah* (2010)), werden die Untersuchungen sowohl mit Tages- als auch mit Monatsdaten durchgeführt. Zusätzlich wird die Stichprobe in verschiedene Teilperioden unterteilt, um die Analysen in den unterschiedlichen Marktregimes durchzuführen.

In einem zweiten Schritt wird der zeitverzögerte Zusammenhang der beiden Volatilitätsindizes VDAX und VDAX-New mit dem Aktienmarktindex DAX untersucht. Die Vorgehensweise orientiert sich an *Masset/Wallmeier* (2010), die den Leverage-Effekt zu einem „return-driven“- und den Volatility-Feedback-Effekt zu einem „volatility-driven“-Erklärungsansatz verallgemeinern. In der empirischen Analyse des zweiten Teils der Studie wird daher ein bivariates vektorautoregressives Modell (VAR-Modell) geschätzt und im Rahmen eines Granger-Kausalitätstests überprüft, ob die zeitverzögerten DAX-Renditen einen Mehrwert zur Vorhersage von VDAX-Veränderungen liefern oder umgekehrt. Die empirisch beobachteten Zusammenhänge sind dann eher mit dem Leverage-Effekt oder dem Volatility-Feedback-Effekt vereinbar. Diese Vorgehensweise weist den Vorteil auf, dass statistisch signifikante zeitverzögerte Zusammenhänge auch im Rahmen von Handelsstrategien genutzt werden könnten (*Skidopoulos* (2004)). Zudem bietet die VAR-Modellierung die Möglichkeit zur Durchführung von Impulse-Response-Analysen (*Masset/Wallmeier* (2010)). Es ist jedoch nicht das Ziel dieser Studie, den Erklärungsgehalt des Leverage-Effekts bzw. des Volatility-Feedback-Effekts detailliert zu untersuchen.

Die empirischen Ergebnisse lassen den Schluss zu, dass der in internationalen Studien festgestellte negative Zusammenhang zwischen den Renditen des impliziten Volatilitätsindex und den zeitgleichen Renditen des Indexportfolios auch am deutschen Aktienmarkt zu beobachten

ist. Der negative Zusammenhang im Falle negativer DAX-Renditen ist betragsmäßig stärker ausgeprägt als im Falle positiver DAX-Renditen, d.h., der Zusammenhang ist asymmetrisch. Diese Beobachtung ist mit dem Behavioral-Finance-Phänomen der „Loss-Aversion“ vereinbar, der in der Cumulative-Prospect-Theorie eine große Bedeutung zukommt. Hingegen lassen sich quadratische Effekte wie bei *Low* (2004), die im Bereich negativer Renditen als „Angst“ und im Bereich positiver Renditen als „Überschwang“ interpretiert werden, nicht beobachten. Die in unserer Analyse dokumentierten entgegengesetzten Effekte sind ebenfalls mit der Cumulative-Prospect-Theorie vereinbar. Hinsichtlich der wechselseitigen Kausalitäten zeigen sich im Rahmen von Granger-Kausalitätsanalysen Anzeichen für eine Prognosefähigkeit der VDAX-Renditen mit zeitlich verzögerten DAX-Renditen auf täglicher Basis, wobei die Prognosefähigkeit insbesondere in Aktienmarktphasen mit einer negativen Entwicklung ausgeprägt zu sein scheint. Dieser Befund ist grundsätzlich mit der Leverage-Hypothese vereinbar und kann durch zusätzliche Impulse-Response-Analysen bestätigt werden.

Die weiteren Ausführungen sind wie folgt gegliedert: Abschnitt II gibt einen Überblick über empirische Studien, die den Zusammenhang zwischen impliziten Volatilitätsindizes und Aktienmarktrenditen analysieren. Der folgende Abschnitt III beschreibt die Konstruktionsprinzipien der verwendeten Indizes sowie das Datenmaterial und stellt die zu untersuchenden Hypothesen dar. Abschnitt IV fasst die empirischen Ergebnisse zusammen. Der Beitrag endet in Abschnitt V mit einem Fazit und einem Ausblick.

## **II. Rendite-Risiko-Analysen basierend auf impliziten Volatilitätsindizes**

Dieser Abschnitt gibt einen Überblick über empirische Studien, die den Zusammenhang zwischen impliziten Volatilitätsindizes und Aktienmarktindizes untersuchen. *Low* (2004) versucht im Rahmen einer linearen Regressionsanalyse die täglichen Veränderungsraten des Volatilitätsindex VIX durch zeitgleiche tägliche Renditen des S&P 100 Index zu erklären. Während der Stichprobenperiode von 1986 bis 1998 besteht ein statistisch signifikant negativer Zusammenhang zwischen den täglichen VIX-Renditen und zeitgleichen Tagesrenditen des S&P 100 Index. *Low* (2004) dokumentiert zudem einen asymmetrischen Zusammenhang, wobei der Einfluss von negativen Aktienindexrenditen auf die Veränderung des VIX größer ist als jener von positiven Aktienindexrenditen. Berücksich-

tigt man zusätzlich quadrierte positive und negative Renditen als erklärende Variablen, dann deuten die Ergebnisse darauf hin, dass ein konvexer Zusammenhang im negativen und ein konkaver Zusammenhang im positiven Renditebereich besteht, der sich nach *Low* (2004) als „Angst“ bzw. als „Überschwang“ interpretieren lässt.

*Giot* (2005) untersucht den Zusammenhang zwischen dem Volatilitätsindex VIX und dem S&P 100 Index sowie zwischen dem Nasdaq Volatility Index VXN und dem Nasdaq 100 Index. Dazu werden die Tagesrenditen der Volatilitätsindizes auf die Aktienmarktrenditen regressiert. Insgesamt zeigt sich zwar ein negativer und asymmetrischer Zusammenhang zwischen dem VIX und dem S&P 100 Index, anders als in der Studie von *Low* (2004) lassen sich jedoch keine quadratischen Effekte feststellen.

*Whaley* (2000, 2009) interpretiert den Volatilitätsindex als „Angstbarometer“ („investor fear gauge“). Im Unterschied zu den Studien von *Low* (2004) und *Giot* (2005) werden in *Whaleys* (2000) Untersuchung die wöchentlichen Renditen des S&P 100 Index auf die wöchentlichen Veränderungen des VIX regressiert. Wiederum wird ein negativer und asymmetrischer Zusammenhang zwischen dem Aktienmarktindex und dem Volatilitätsindex festgestellt, d.h., der Aktienmarktindex fällt bei einem Anstieg des VIX betragsmäßig stärker, als er umgekehrt bei einem Rückgang des VIX ansteigt.

*Skiadopoulos* (2004) entwickelt einen Volatilitätsindex für den griechischen Derivatemarkt (GVIX). Die Beziehung zu dem zugrunde liegenden Aktienmarkt FTSE/ASE-20 wird mit einem linearen Regressionsmodell analysiert. Ähnlich wie bei *Whaley* (2000) werden die Renditen des FTSE/ASE-20 Index auf die Renditen des GVIX regressiert, wobei sich auf täglicher Basis ebenfalls ein negativer und asymmetrischer Zusammenhang zeigt. Zusätzlich prüft *Skiadopoulos* (2004), ob zeitverzögerte Aktienmarktrenditen zur Vorhersage von GVIX-Renditen herangezogen werden können (und umgekehrt). Hierzu wird ein bivariater Kausalitätstest nach *Granger* (1969) durchgeführt. Die Analysen deuten darauf hin, dass zeitverzögerte Aktienmarktrenditen einen Mehrwert für die Prognose von GVIX-Renditen liefern. Der entgegengesetzte Effekt lässt sich hingegen nicht beobachten, womit die zeitverzögerten Aktienmarktrenditen als Granger-kausal zu den Renditen des GVIX zu interpretieren sind.

In der Studie von *Fleming/Ostdiek/Whaley* (1995) wird neben den Zeitreiheneigenschaften von täglichen und wöchentlichen Veränderungen des VIX auch die Prognosegüte der impliziten Volatilität für die reali-

sierte Volatilität sowie der zeitgleiche Zusammenhang mit den Aktienmarkttrenditen im Rahmen eines Regressionsmodells untersucht. Hierbei zeigt sich ein statistisch signifikant negativer und asymmetrischer Zusammenhang zwischen den Veränderungen des VIX und des S&P 100.

Die Studie von *Simon* (2003) analysiert den Nasdaq Volatility Index VXN. Im Unterschied zu allen anderen Studien wird zwar ein negativer, allerdings kein asymmetrischer Zusammenhang zum Nasdaq 100 Index (NDX) festgestellt. Ein möglicher Erklärungsansatz könnte die Struktur des Regressionsmodells sein, die von anderen Studien abweicht. Neben den zeitgleichen positiven und negativen Tagesrenditen des NDX ist auch der um eine Periode verzögerte Indexstand des NDX als eine erklärende Variable in der Regression enthalten, was unter dem Aspekt von Scheinregressionen problematisch erscheint.

*Hibbert/Daigler/Dupoyet* (2008) untersuchen ebenfalls den kurzfristigen Zusammenhang zwischen impliziten Volatilitäten und Renditen und verwenden dazu Tages- und Intraday-Daten des VIX, des S&P 500, des VXN und des Nasdaq 100 Indexes. Wiederum zeigt sich ein statistisch signifikant negativer Zusammenhang zwischen den Veränderungen der impliziten Volatilitätsindizes und den zeitgleichen Markttrenditen. Da dieser zeitgleiche (negative) Zusammenhang deutlich stärker ausfällt als jener auf Basis zeitlich verzögerter Renditen, messen *Hibbert/Daigler/Dupoyet* (2008) der Leverage-Effekt-Hypothese im kurzfristigen Bereich nur eine geringe Bedeutung bei. Als Alternative greifen sie auf die Argumentation von *Shefrin* (2005, 2007) zurück und erklären den zeitgleichen Zusammenhang mit den Behavioral-Finance-Phänomenen „Representativeness“ und „Affect“.<sup>4</sup>

Der Zusammenhang zwischen Aktienmarkttrenditen und impliziter Volatilität am Deutschen Aktienmarkt wird in der Studie von *Masset/Wallmeier* (2010) im Rahmen einer „Intraday“-Analyse untersucht. Im Gegensatz zu internationalen Studien (und auch zu den hier folgenden Analysen) wird nicht auf öffentlich verfügbare Volatilitätsindizes zurückgegriffen, sondern eigene implizite Volatilitäten auf Basis spezifischer Modelle mit Hochfrequenzdaten berechnet. Bei *Masset/Wallmeier* (2010) steht die Analyse des linearen Zusammenhangs zwischen Aktienmarkttrenditen und der impliziten Volatilität im Rahmen einer Lead-Lag-Analyse mit Vektorautoregressionsmodellen im Mittelpunkt. Die Frage, ob der Zusammenhang möglicherweise asymmetrisch ausgeprägt ist, wird hingegen nicht analysiert. Darüber hinaus ist auch die Frage nach

<sup>4</sup> Siehe *Hibbert/Daigler/Dupoyet* (2008), S. 2260 ff.

möglichen nicht-linearen Zusammenhängen, wie insbesondere das Vorliegen von quadratischen Effekten, die sich ökonomisch als Angst oder Überschwang interpretieren lassen, ebenfalls nicht Gegenstand der Untersuchung. Schließlich erlaubt die Verwendung von Hochfrequenzdaten in der Studie von *Masset/Wallmeier* (2010) keine Aussagen ob bzw. in welcher Form die festgestellten Zusammenhänge auch auf Monatsbasis bestehen. Diese Datenfrequenz ist jedoch insbesondere im praktischen Portfoliomanagement von großer Bedeutung.<sup>5</sup>

### III. Datenbeschreibung und Hypothesenbildung

Basierend auf den in Abschnitt II beschriebenen Untersuchungen wird in dieser Studie eine Analyse des Zusammenhangs zwischen den Renditen des VDAX bzw. des VDAX-New und den DAX-Renditen vorgenommen. Der folgende Unterabschnitt 1 beschreibt zunächst die Konstruktionsprinzipien der verwendeten Indizes und liefert eine deskriptive statistische Analyse. Die Hypothesen für den ersten Teil der empirischen Untersuchung, die eine zeitgleiche Analyse der Renditezusammenhänge vornimmt, werden in Unterabschnitt 2 dargestellt.

#### 1. Konstruktionsprinzipien und deskriptive statistische Analyse der Indizes

Die beiden Volatilitätsindizes VDAX und VDAX-New unterscheiden sich hinsichtlich ihrer Konstruktionsprinzipien. Der VDAX basiert auf einer Anwendung des Optionsbewertungsmodells von *Black* (1976b) und gibt die implizite Volatilität einer hypothetischen „at-the-money“-DAX-Option mit konstanter Restlaufzeit von 45 Tagen an.<sup>6</sup> Im Gegensatz dazu wird der VDAX-New als gewichtetes Portfolio gehandelter DAX-Optionen mit unterschiedlichen Basispreisen konstruiert.<sup>7</sup> Der VDAX-New wird damit weitgehend modellunabhängig berechnet. Er entspricht annähernd dem risikoneutralen Erwartungswert der zukünftigen Volatilität

---

<sup>5</sup> Ein weiterer Unterschied zur vorliegenden Studie besteht in der Datenbasis. Während die Studie von *Masset/Wallmeier* (2010) das Zeitfenster von 1995 bis 2005 umfasst, reicht das Datenmaterial in dieser Studie von 1992 bis 2010. Damit besteht die Möglichkeit, das verfügbare Datenmaterial nicht nur in drei, sondern in fünf verschiedene Sub-Perioden (drei Bull- und zwei Bear-Phasen) zu unterteilen, was tendenziell zu robusteren Aussagen führen dürfte.

<sup>6</sup> Siehe *Deutsche Börse* (2007), S. 15.

<sup>7</sup> Für die genauen Konstruktionsprinzipien siehe *Deutsche Börse* (2007), S. 19.

über die nächsten 30 Tage und weist gegenüber dem VDAX den Vorteil einer unmittelbaren Replizierbarkeit auf (Schöne (2009); Tallau (2011)). Neben der unterschiedlichen Konstruktion liegt ein weiterer Unterschied zwischen dem VDAX und dem VDAX-New in ihrem zeitlichen Bezug. Während der VDAX die implizite Volatilität über die nächsten 45 Tage darstellt, bildet der VDAX-New die risikoneutrale erwartete Volatilität über die nächsten 30 Tage ab.<sup>8</sup>

Für die Durchführung der Regressionsanalysen werden die absoluten Indexstände des VDAX (bzw. VDAX-New) sowie des DAX in stetige Renditen (log-Differenzen) umgewandelt:

$$(1a) \quad r_{\text{VDAX}, t} = \ln(\text{VDAX}_t) - \ln(\text{VDAX}_{t-1})$$

$$(1b) \quad r_{\text{DAX}, t} = \ln(\text{DAX}_t) - \ln(\text{DAX}_{t-1})$$

Im Untersuchungszeitraum von Januar 1992 bis Dezember 2010 ergeben sich 227 Monatsrenditen bzw. 4956 Tagesrenditen. Tabelle 1 fasst die deskriptiven Statistiken der Monats- und Tagesrenditen des DAX, des VDAX und des VDAX-New zusammen. Die durchschnittlichen Renditen am Aktienmarkt sind tendenziell höher als jene der Volatilitätsindizes, was sich sowohl am Mittelwert als auch am Median bei den Monats- und Tagesrenditen erkennen lässt. Wie jedoch die Minimal- und die Maximalwerte zeigen, weisen die Volatilitätsindizes eine deutlich größere Spannweite auf als die Aktienmarktrenditen. So lag die maximale DAX-Monatsrendite bei +8,4%, während im gleichen Zeitraum die maximale VDAX-Rendite bei rund 24,9% und beim VDAX-New sogar bei 27,5% lag. Vergleicht man die minimalen Monatsrenditen, so stehen dem Minimalwert von -12,7% beim DAX Werte von -15,3% beim VDAX bzw. -16,6% beim VDAX-New gegenüber.<sup>9</sup> Ein ähnlicher Befund zeigt sich auch bei der Betrachtung der Minimal- und Maximalwerte bei den Tagesrenditen. Die größere Spannweite der Renditen der Volatilitätsindizes im Gegensatz zu den DAX-Renditen lässt sich auch an der Standardabweichung ablesen. So liegt die Standardabweichung der monatlichen DAX-Renditen bei etwa 2,8%, während die entsprechenden Werte für den VDAX bei 7,3% bzw. für den VDAX-New bei 7,5% liegen.

<sup>8</sup> Siehe *Deutsche Börse* (2007), S. 4, und *Schöne* (2009), S. 888. Zusätzlich werden für den VDAX als auch den VDAX-New jeweils acht Subindizes mit einer maximalen Restlaufzeit von bis zu zwei Jahren berechnet.

<sup>9</sup> Eine größere Spannweite der Volatilitätsindexrenditen im Vergleich zu den Aktienmarktrenditen zeigt sich auch in den Studien von *Fleming/Ostdiek/Whaley* (1995), *Badshah* (2010) und *Skiadopoulos* (2004).



Tabelle 1

**Deskriptive Statistiken der stetigen Monats- und Tagesrenditen**

	Monatsrenditen			Tagesrenditen		
	$r_{DAX}$	$r_{VDAX - New}$	$r_{VDAX}$	$r_{DAX}$	$r_{VDAX - New}$	$r_{VDAX}$
Mittelwert	0.0027	0.0007	0.0006	0.0001	0.0000	0.0000
Median	0.0060	-0.0078	-0.0103	0.0002	-0.0006	-0.0001
Maximum	0.0841	0.2748	0.2491	0.0469	0.1462	0.1463
Minimum	-0.1274	-0.1656	-0.1529	-0.0385	-0.1092	-0.1174
Standard- abweichung	0.0279	0.0752	0.0725	0.0063	0.0212	0.0202
Schiefe	-0.8134	0.8629	0.7053	-0.1118	0.7733	0.7468
Kurtosis	5.4255	4.2886	3.7591	8.0794	7.0300	7.2699
JB-Test	80.67**	43.88**	24.27**	5338.12**	3847.58**	4225.60**
DF/ADF-Test	-14.37**	-16.04**	-15.98**	-71.83**	-72.09**	-73.96**
AC(1)	0.041	-0.070	-0.065	-0.020	-0.024	-0.050**
AC(2)	0.049	-0.141	-0.131	-0.023	-0.053**	-0.032**
AC(3)	0.038	-0.030	-0.024	-0.019	-0.033**	-0.046**

Die Tabelle zeigt deskriptive Statistiken der Monats- und Tagesrenditen des DAX, des VDAX und des VDAX-New während des Untersuchungszeitraums von Januar 1992 bis Dezember 2010 (mit 227 Monats- bzw. 4956 Tagesrenditen). JB-Test bezeichnet die Teststatistik eines Jarque-Bera-Tests auf Normalverteilung der Renditen, DF sowie ADF jene des Dickey-Fuller- bzw. des Augmented-Dickey-Fuller-Tests auf Stationarität. AC(i) zeigt die Autokorrelation am Lag i an. \*\*/\*\* bezeichnet statistische Signifikanz am 1%/5%-Niveau.

Ein weiterer Unterschied zwischen den Aktienmarktindex- und den Volatilitätsindexrenditen lässt sich beim Schiefemaß erkennen. Während die monatlichen und täglichen Aktienmarktrenditen linksschief sind (negativer Schiefewert), sind die entsprechenden Renditen der Volatilitätsindizes rechtsschief (positiver Schiefewert). Analog zu den Aktienmarktrenditen lassen auch die Renditen der Volatilitätsindizes dicke Verteilungsenden („fat tails“) erkennen (*Skiadopoulos* (2004); *Badshah* (2010)). Wie der Hypothesentest nach *Jarque/Bera* (1980) zeigt, wird die Nullhypothese der Normalverteilung in allen Fällen statistisch signifikant abgelehnt. Die Jarque-Bera-Teststatistiken fallen bei den Tests mit Tagesdaten deutlich höher aus als bei jenen mit Monatsdaten, was auf die

höheren Werte für die Kurtosis, aber insbesondere auch auf den deutlich größeren Stichprobenumfang zurückzuführen ist. Ein Dickey-Fuller- bzw. ein Augmented-Dickey-Fuller-Test (ADF-Test) lassen den Schluss zu, dass die Nullhypothese der Nichtstationarität bei allen stetigen Renditereihen statistisch signifikant abgelehnt werden muss. Damit ist auch die Durchführung linearer Regressionsanalysen in den nachfolgenden Abschnitten zulässig (*Fleming/Ostdiek/Whaley* (1995)).

Eine Analyse der Autokorrelationen bei den Monatsrenditen zeigt, dass die Korrelationskoeffizienten der DAX-Renditen ein positives Vorzeichen und jene der VDAX- bzw. der VDAX-New-Renditen ein negatives Vorzeichen aufweisen. Allerdings liegen alle Korrelationskoeffizienten nahe bei Null und im statistischen Unschärfebereich. Bei den Tagesrenditen weisen alle Autokorrelationskoeffizienten ein negatives Vorzeichen auf, wobei wiederum alle Korrelationen betragsmäßig nahe bei Null liegen. Im Gegensatz zu den Monatsrenditen sind bei den Tagesrenditen die Autokorrelationskoeffizienten der impliziten Volatilitätsindexrenditen mit einer Ausnahme statistisch signifikant.

## 2. Hypothesenbildung

In diesem Abschnitt werden die Hypothesen für die zeitgleichen Zusammenhänge zwischen den Renditen der Volatilitätsindizes VDAX bzw. VDAX-New und der DAX-Renditen formal dargestellt. Aufbauend auf den in Abschnitt II dargestellten früheren Studien werden drei Hypothesen formuliert, die mittels Regressionsmodellen überprüft werden können.<sup>10</sup>

*Hypothese 1:* Es besteht ein negativer Zusammenhang zwischen den Renditen des VDAX und des DAX.

Formal kann die erste Hypothese durch folgendes lineares Regressionsmodell überprüft werden:

$$(2) \quad r_{\text{VDAX}, t} = \beta_0 + \beta_1 r_{\text{DAX}, t} + \varepsilon_t,$$

wobei  $\beta_0$  den Achsenabschnitt und  $\varepsilon_t$  ein weißes Rauschen bezeichnet. Sofern der Regressionskoeffizient  $\beta_1$  negativ und statistisch signifikant geschätzt wird, kann die Hypothese 1 als erfüllt angesehen werden.

---

<sup>10</sup> Die Formulierung der Hypothesen bzw. die formale Darstellung der Regressionsmodelle basiert auf dem VDAX. Die empirischen Analysen werden jedoch in identischer Form auch für den VDAX-New durchgeführt.

*Hypothese 2:* Es besteht ein asymmetrischer negativer Zusammenhang zwischen den Renditen von VDAX und DAX. Negative DAX-Renditen führen zu einem betragsmäßig stärkeren Anstieg des VDAX verglichen mit dem Rückgang des VDAX bei positiven DAX-Renditen.

Eine empirische Überprüfung der zweiten Hypothese kann durch folgende lineare Regressionsmodelle mittels Kleinst-Quadrat-Schätzung erfolgen:

$$(3a) \quad r_{\text{VDAX},t}^- = \beta_0^- + \beta_1^- r_{\text{DAX},t}^- + \varepsilon_t$$

$$(3b) \quad r_{\text{VDAX},t}^+ = \beta_0^+ + \beta_1^+ r_{\text{DAX},t}^+ + \varepsilon_t$$

In Gleichung (3a) entsprechen  $r_{\text{VDAX},t}^-$  bzw.  $r_{\text{DAX},t}^-$  jenen Werten von  $r_{\text{VDAX},t}$  bzw.  $r_{\text{DAX},t}$ , für die  $r_{\text{DAX},t} \leq 0$  gilt. Alle anderen Werte werden aus den ursprünglichen Renditezeitreihen entfernt. Entsprechend repräsentieren in Gleichung (3b)  $r_{\text{VDAX},t}^+$  bzw.  $r_{\text{DAX},t}^+$  jene Werte von  $r_{\text{VDAX},t}$  bzw.  $r_{\text{DAX},t}$ , für die  $r_{\text{DAX},t} > 0$  gilt. Alternativ lassen sich die beiden Modelle in Gleichungen (3a) und (3b) auch in einem Modell schätzen (Low (2004)):

$$(4) \quad r_{\text{VDAX},t} = \beta_0 + \beta_1 D_t^+ + \beta_2 r_{\text{DAX},t} + \beta_3 (r_{\text{DAX},t} D_t^+) + \varepsilon_t$$

In Gleichung (4) entspricht  $D_t^+$  einer Indikatorvariable, die den Wert 1 bei  $r_{\text{DAX},t} > 0$  und 0 bei  $r_{\text{DAX},t} \leq 0$  annimmt. Für den Zusammenhang zwischen den Modellen in den Gleichungen (3a), (3b) und (4) gilt für die Achsenabschnitte  $\beta_0^- = \beta_0$  und  $\beta_0^+ = \beta_0 + \beta_1$ . Der Regressionskoeffizient  $\beta_3$  stellt die Differenz ( $\beta_1^+ - \beta_1^-$ ) dar, womit die Möglichkeit besteht, diese Differenz der beiden Steigungsparameter aus den Gleichungen (3a) bzw. (3b) auf ihre statistische Signifikanz zu testen. Sofern in Gleichung (4) der Parameter  $\beta_2$  statistisch signifikant negativ und der Parameter  $\beta_3$  statistisch signifikant positiv ausfällt, kann die Hypothese 2 eines asymmetrischen negativen Zusammenhangs zwischen den Renditen des VDAX und des DAX als erfüllt angesehen werden.

Während man im Rahmen des Modells in Gleichung (4) mithilfe des Parameters  $\beta_3$  auch die Signifikanz der Asymmetrie in den Zusammenhängen messen kann, hat die separate Modellierung nach den Gleichungen (3a) bzw. (3b) den Vorteil, dass zwei separate Bestimmtheitsmaße ermittelt werden können. Dabei zeigt sich, ob eher das Modell mit den positiven DAX-Renditen oder jenes mit den negativen DAX-Renditen einen höheren Erklärungsgehalt aufweist. Im empirischen Teil werden daher die Ergebnisse der Regressionsmodelle in den Gleichungen (3a) bzw. (3b)

ausgewiesen, und zusätzlich wird der Parameter  $\beta_3$  aus Gleichung (4) zusammen mit seiner t-Statistik angegeben.

*Hypothese 3:* Es besteht ein konvexer Zusammenhang zwischen negativen DAX-Renditen und den VDAX-Renditen (interpretierbar als „Angst“) sowie ein konkaver Zusammenhang zwischen positiven DAX-Renditen und den VDAX-Renditen (interpretierbar als „Überschwang“).

Um diese Hypothese zu testen, werden die Gleichungen (3a) und (3b) jeweils um einen quadratischen Term ergänzt (*Low* (2004)):<sup>11</sup>

$$(5a) \quad r_{\text{VDAX},t}^- = \beta_0^- + \beta_1^- r_{\text{DAX},t}^- + \beta_2^- \left( r_{\text{DAX},t}^- \right)^2 + \varepsilon_t$$

$$(5b) \quad r_{\text{VDAX},t}^+ = \beta_0^+ + \beta_1^+ r_{\text{DAX},t}^+ + \beta_2^+ \left( r_{\text{DAX},t}^+ \right)^2 + \varepsilon_t$$

Die Konvexität im negativen Renditebereich ist dann gegeben, wenn der Regressionskoeffizient  $\beta_2^-$  in Gleichung (5a) statistisch signifikant positiv ist. Entsprechend deutet ein statistisch signifikant negativer Regressionskoeffizient  $\beta_2^+$  in Gleichung (5b) auf einen konkaven Zusammenhang im positiven Renditebereich hin.

#### IV. Empirische Analyse der Beziehungen zwischen VDAX/VDAX-New und DAX

Dieser Abschnitt stellt die empirischen Ergebnisse zu den Beziehungen zwischen den Renditen des VDAX bzw. VDAX-New und des DAX dar. Zunächst wird in den Unterabschnitten 1 und 2 eine zeitgleiche Analyse der Renditezusammenhänge durchgeführt. Diese dient zur Überprüfung der in Abschnitt III.2 entwickelten Hypothesen. Um auch den Einfluss zeitverzögerter Renditen zu untersuchen, erfolgt in Unterabschnitt 3 eine Lead-Lag-Analyse im Rahmen von VAR-Modellen. Schließlich beschreibt der Unterabschnitt 4 die Ergebnisse von Impulse-Response-Analysen.

<sup>11</sup> Die beiden Modelle in den Gleichungen (5a) und (5b) lassen sich ebenfalls in einem Regressionsmodell schätzen (*Giot* (2005)).

### 1. Zeitgleiche Analyse der Renditen des VDAX/VDAX-New und des DAX

Die Tabelle 2 zeigt die Regressionsergebnisse für die Gleichungen (2)–(5) auf Basis von Tagesrenditen für die beiden Volatilitätsindizes VDAX-New (Panel A) und VDAX (Panel B). In der Tabelle 3 werden die Ergebnisse für die Monatsrenditen der beiden Indizes dargestellt. Die Regression in Zeile A dient dabei jeweils zur Überprüfung der Hypothese 1. Die Hypothese 2 wird mithilfe der Regressionen in den Zeilen B, C und D getestet. Zur Überprüfung der Hypothese 3 dienen schließlich die beiden Regressionen in den Zeilen E und F. Unter den jeweiligen Regressionskoeffizienten sind die *t*-Statistiken in Klammern ausgewiesen. Bei der Berechnung der Standardfehler wird die Korrektur nach *White* (1980) berücksichtigt, um der Heteroskedastizität in den Residuen Rechnung zu tragen.<sup>12</sup>

Die Regressionen in Zeile A in der Tabelle 2 (Panel A und Panel B) deuten darauf hin, dass sich sowohl für den VDAX-New als auch für den VDAX auf Tagesbasis ein statistisch signifikanter Zusammenhang zu den DAX-Renditen feststellen lässt. Die jeweiligen Regressionskoeffizienten liegen bei  $-2,00$  und sind mit *t*-Werten von  $-30,33$  bzw.  $-22,53$  statistisch signifikant. Die Bestimmtheitsmaße zeigen, dass in beiden Fällen knapp 40 Prozent der Varianz der täglichen Renditen des VDAX-New bzw. des VDAX durch die Varianz der DAX-Renditen erklärt werden können. Der negative Zusammenhang zwischen den Renditen des VDAX-New bzw. des VDAX und den DAX-Renditen lässt sich auch auf Monatsbasis statistisch signifikant bestätigen (Zeile A in Tabelle 3, Panel A und Panel B). Auch wenn die jeweiligen *t*-Statistiken betragsmäßig kleiner ausfallen als bei den entsprechenden Modellen mit Tagesdaten ( $-7,32$  im Vergleich zu  $-30,33$  beim VDAX-New bzw.  $-8,39$  im Vergleich zu  $-22,53$  beim VDAX), so sind die Regressionskoeffizienten wiederum statistisch signifikant am 1 %-Signifikanzniveau. Der in Hypothese 1 formulierte negative Zusammenhang zwischen den zeitgleichen Renditen der Volatilitätsindizes und dem Aktienmarktindex lässt sich somit auch für den deutschen Markt bestätigen.

---

<sup>12</sup> Da keine signifikante Autokorrelation in den Regressionsresiduen festgestellt werden konnte, sind in dieser Studie die *t*-Werte nach dem Verfahren von *White* (1980) ausgewiesen (siehe *Giot* (2005)). Die zusätzliche Berechnung der *t*-Werte nach *Newey/West* (1987), mit der sich auch einer möglichen Autokorrelation in den Residuen Rechnung tragen lässt, liefert qualitativ die gleichen Ergebnisse.

*Tabelle 2*  
**Zeitgleiche Analyse der täglichen Renditen des VDAX-New  
bzw. VDAX und des DAX**

Panel A: VDAX-New						
Regression	Konstante	$r_{\text{DAX}}$	$r_{\text{DAX}}^-$	$r_{\text{DAX}}^+$	$D^+ \cdot r_{\text{DAX}}$	$R^2$
A	0.00 (1.27)	-2.06 (-30.33)				0.38
B	-0.00 (-0.41)		-2.42 (-20.17)			0.30
C	-0.00 (-7.65)			-1.21 (-9.22)		0.10
D					1.20 (6.88)	0.40
	Konstante	$r_{\text{DAX}}^-$	$(r_{\text{DAX}}^-)^2$	$r_{\text{DAX}}^+$	$(r_{\text{DAX}}^+)^2$	$R^2$
E	-0.00 (-1.63)	-2.80 (-9.97)	-19.11 (-1.18)			0.31
F	-0.00 (-3.18)			-2.22 (-11.23)	47.44 (4.50)	0.12

Panel B: VDAX						
Regression	Konstante	$r_{\text{DAX}}$	$r_{\text{DAX}}^-$	$r_{\text{DAX}}^+$	$D^+ \cdot r_{\text{DAX}}$	$R^2$
A	0.00 (1.30)	-2.00 (-22.53)				0.39
B	0.00 (2.59)		-2.10 (-14.51)			0.28
C	-0.00 (-5.72)			-1.14 (-5.15)		0.09
D					0.98 (3.79)	0.41
	Konstante	$r_{\text{DAX}}^-$	$(r_{\text{DAX}}^-)^2$	$r_{\text{DAX}}^+$	$(r_{\text{DAX}}^+)^2$	$R^2$
E	-0.00 (-3.64)	-3.72 (-13.86)	-80.61 (-5.12)			0.32
F	-0.00 (-1.02)			-2.80 (-9.32)	78.56 (4.18)	0.17

Die Tabelle zeigt die Ergebnisse der Analyse des zeitgleichen Zusammenhangs zwischen den logarithmierten VDAX-New-Renditen (VDAX-Renditen) und den DAX-Renditen basierend auf 4956 täglichen Beobachtungen von Januar 1992 bis Dezember 2010 in Panel A (Panel B). Hypothese 1 aus Gleichung (2) wird durch die Kleinst-Quadrat-Regression in Zeile A überprüft, Hypothese 2 aus Gleichungen (3a), (3b) und (4) in den Zeilen B, C und D sowie Hypothese 3 aus Gleichungen (5a) und (5b) in den Zeilen E und F. Neben den jeweiligen Regressionskoeffizienten sind auch die *t*-Statistiken in Klammern ausgewiesen. Bei der Berechnung der Standardfehler wird die Heteroskedastie-Korrektur nach *White* (1980) berücksichtigt.

Tabelle 3  
Zeitgleiche Analyse der monatlichen Renditen des VDAX-New  
bzw. VDAX und des DAX

Panel A: VDAX-New						
Regression	Konstante	$r_{\text{DAX}}$	$r_{\text{DAX}}^-$	$r_{\text{DAX}}^+$	$D^+ \cdot r_{\text{DAX}}$	$R^2$
A	0.00 (1.21)	-1.58 (-7.32)				0.35
B	-0.01 (-0.96)		-2.28 (-4.65)			0.41
C	-0.02 (-2.02)			-0.43 (-0.87)		0.01
D					1.85 (2.66)	0.39
	Konstante	$r_{\text{DAX}}^-$	$(r_{\text{DAX}}^-)^2$	$r_{\text{DAX}}^+$	$(r_{\text{DAX}}^+)^2$	$R^2$
E	-0.03 (-2.78)	-3.88 (-5.28)	-18.44 (-2.32)			0.45
F	-0.01 (-0.85)			-1.41 (-1.31)	15.71 (0.73)	0.03
Panel B: VDAX						
Regression	Konstante	$r_{\text{DAX}}$	$r_{\text{DAX}}^-$	$r_{\text{DAX}}^+$	$D^+ \cdot r_{\text{DAX}}$	$R^2$
A	0.00 (1.31)	-1.60 (-8.39)				0.38
B	-0.01 (-0.62)		-2.15 (-5.87)			0.42
C	-0.02 (-2.11)			-0.49 (-1.02)		0.02
D					1.66 (2.74)	0.42
	Konstante	$r_{\text{DAX}}^-$	$(r_{\text{DAX}}^-)^2$	$r_{\text{DAX}}^+$	$(r_{\text{DAX}}^+)^2$	$R^2$
E	-0.02 (-1.89)	-3.23 (-4.95)	-12.52 (-1.90)			0.45
F	-0.01 (-0.88)			-1.46 (-1.39)	15.55 (0.75)	0.03

Die Tabelle zeigt die Ergebnisse der Analyse des zeitgleichen Zusammenhangs zwischen den logarithmierten VDAX-New-Renditen (VDAX-Renditen) und den DAX-Renditen basierend auf 227 monatlichen Beobachtungen von Januar 1992 bis Dezember 2010 in Panel A (Panel B). Hypothese 1 aus Gleichung (2) wird durch die Kleinst-Quadrat-Regression in Zeile A überprüft, Hypothese 2 aus Gleichungen (3a), (3b) und (4) in den Zeilen B, C und D sowie Hypothese 3 aus Gleichungen (5a) und (5b) in den Zeilen E und F. Neben den jeweiligen Regressionskoeffizienten sind auch die *t*-Statistiken in Klammern ausgewiesen. Bei der Berechnung der Standardfehler wird die Heteroskedastie-Korrektur nach White (1980) berücksichtigt.

Mit den Regressionen in den Zeilen B, C und D wird die Hypothese 2 überprüft, die von einem asymmetrischen negativen Zusammenhang zwischen den Volatilitätsindizes und dem Aktienmarkt ausgeht. Betrachtet man zunächst die Modelle B und C in Tabelle 2 (Panel A), dann wird deutlich, dass in beiden Fällen (also bei negativen und bei positiven DAX-Renditen) die Regressionskoeffizienten negativ und statistisch signifikant sind. Vergleicht man die beiden Regressionskoeffizienten dem Betrag nach, dann lässt sich erkennen, dass der Regressionskoeffizient bei negativen DAX-Renditen einen größeren absoluten Wert aufweist als bei positiven DAX-Renditen ( $-2,42$  gegenüber  $-1,21$ ). Wie die Regression in Zeile D in Tabelle 2 (Panel A) zeigt, ist die Differenz zwischen den beiden geschätzten Regressionskoeffizienten ( $1,20$ ) statistisch signifikant mit einem  $t$ -Wert von  $6,88$ .<sup>13</sup> Es kann somit ein asymmetrischer negativer Zusammenhang zwischen den VDAX-New- und den DAX-Renditen festgestellt werden. Vergleicht man die beiden Bestimmtheitsmaße der Regressionen in den Zeilen B und C, dann lässt sich auch ein deutlich höherer Erklärungsgehalt des Modells mit den negativen DAX-Renditen (Zeile B) im Vergleich zu den positiven DAX-Renditen (Zeile C) beobachten ( $0,30$  gegenüber  $0,10$ ).

Die Ergebnisse in Panel B der Tabelle 2 belegen einen ähnlichen Effekt auch für den VDAX. Die Regressionskoeffizienten und  $t$ -Statistiken weisen auf einen asymmetrischen negativen Zusammenhang zwischen den VDAX-Renditen und den DAX-Renditen hin. Noch deutlich ausgeprägter lässt sich der asymmetrische Charakter der negativen Beziehung erkennen, wenn die Analysen mit Monatsdaten wiederholt werden. Während die Regressionskoeffizienten bei negativen DAX-Renditen in den Panels A und B der Tabelle 3 statistisch signifikant sind (mit  $t$ -Statistiken von  $-4,65$  beim VDAX-New bzw.  $-5,87$  beim VDAX), ist dies bei den positiven DAX-Renditen nicht zu beobachten (mit  $t$ -Statistiken von  $-0,87$  beim VDAX-New bzw.  $-1,02$  beim VDAX). Darüber hinaus liegt der Erklärungsgehalt der Regressionsmodelle mit positiven DAX-Renditen nahe Null ( $0,01$  beim VDAX-New und  $0,02$  beim VDAX). Der negative Zusammenhang zwischen den Renditen der Volatilitätsindizes und den DAX-Renditen lässt sich allerdings nur bei negativen DAX-Renditen feststellen, und somit ist der asymmetrische Charakter bei den Analysen

<sup>13</sup> Die für das Modell D ausgewiesenen Werte entsprechen dem geschätzten Parameter  $\beta_3$  aus Gleichung (4) und der zugehörigen  $t$ -Statistik. Aufgrund von Rundungsungenauigkeiten kann der Wert des geschätzten Parameters  $\beta_3$  geringfügig von der manuell berechneten Differenz der beiden Regressionskoeffizienten aus den Gleichungen (3a) und (3b) in den Zeilen B und C abweichen.



mit Monatsdaten besonders stark ausgeprägt. Insgesamt bestätigen somit die Ergebnisse aller Modelle die Hypothese 2, die einen asymmetrischen negativen Zusammenhang zwischen den Renditen der Volatilitätsindizes und dem Aktienmarktindex unterstellt.

Zur Überprüfung der Hypothese 3 werden die beiden Modelle in den Zeilen E und F herangezogen. Zum einen wird ein konvexer Zusammenhang zwischen negativen DAX-Renditen und den Renditen der impliziten Volatilitätsindizes angenommen. Dieser konvexe Zusammenhang zeigt sich bei einem statistisch signifikant positiven Regressionskoeffizienten für die quadrierten negativen DAX-Renditen. Zum anderen sollte sich eine konkave Beziehung zwischen positiven DAX-Renditen und den Renditen des Volatilitätsindex beobachten lassen. Dieses Phänomen wird durch einen statistisch signifikant negativen Regressionskoeffizienten für die quadrierten positiven DAX-Renditen erfasst. Im Modell E in Tabelle 2 (Panel A) zeigt sich bei den quadrierten negativen DAX-Renditen ein Regressionskoeffizient von  $-19,11$  mit einer  $t$ -Statistik von  $-1,18$ . Der Regressionskoeffizient weist also weder das erforderliche positive Vorzeichen auf, noch ist er statistisch signifikant. Im Modell F zeigt sich ein ähnlicher Befund. Der Regressionskoeffizient der quadrierten positiven DAX-Renditen ist mit einer  $t$ -Statistik von  $4,50$  statistisch signifikant, jedoch weist der Koeffizient mit einem Wert von  $47,44$  nicht das erforderliche negative Vorzeichen auf. Zu ähnlichen Ergebnissen führen die tagesbasierten Analysen, wenn der VDAX-New durch den VDAX ersetzt wird. Wie die Modelle E und F in Tabelle 2 (Panel B) zeigen, sind beide Regressionskoeffizienten statistisch signifikant, weisen jedoch das umgekehrte Vorzeichen auf. Während der Regressionskoeffizient der quadrierten negativen DAX-Renditen mit  $-80,61$  negativ ist, fällt der Regressionskoeffizient der quadrierten positiven DAX-Renditen mit  $78,56$  positiv aus. Bei der Analyse von zeitgleichen stetigen Tagesrenditen des VDAX-New und des DAX lassen sich somit weder „Angst“ noch „Überschwang“ feststellen, vielmehr deuten die Ergebnisse eher auf die entgegengesetzten Effekte hin.

Die Ergebnisse in der Tabelle 3 belegen, dass sich die beiden Phänomene Angst und Überschwang auch bei einer Analyse mit Monatsdaten nicht nachweisen lassen. Die jeweiligen Regressionskoeffizienten der quadrierten negativen und positiven DAX-Renditen weisen – unabhängig davon, ob sie statistisch signifikant sind oder nicht – in allen Fällen das falsche Vorzeichen auf. Somit lässt sich abschließend festhalten, dass sich die Hypothese 3 am deutschen Aktienmarkt nicht bestätigen lässt.

## 2. Zeitgleiche Analyse in den Teilperioden

Um die Ergebnisse hinsichtlich ihrer Robustheit zu überprüfen, wird die gesamte Stichprobe in einzelne Teilperioden unterteilt und die vorangehenden Analysen wiederholt. Zweckmäßig erscheint eine Einteilung in unterschiedliche Marktregimes, wobei sich die Aufteilung in positive Aktienmärkte (Bull-Phasen) und negative Aktienmärkte (Bear-Phasen) anbietet. Dabei werden fünf Marktregimes anhand der historischen Hoch- und Tiefpunkte des Aktienmarktes definiert: Periode I (02.01.1992–07.03.2000) als Bull-Phase, Periode II (08.03.2000–12.03.2003) als Bear-Phase, Periode III (13.03.2003–31.12.2007) als Bull-Phase, Periode IV (01.01.2008–06.03.2009) als Bear-Phase und Periode V (07.03.2009–31.12.2010) wiederum als Bull-Phase.<sup>14</sup> Um über genügend Datenpunkte in den einzelnen Marktphasen zu verfügen, werden diese Analysen nur mit Tagesdaten durchgeführt.

Nachfolgend werden die vorangehenden Analysen in unterschiedlichen Marktphasen wiederholt. In einem ersten Schritt werden die beiden Hypothesen 1 und 2 überprüft, wozu die Regressionsmodelle aus den Gleichungen (2), (3a), (3b) und (4) in den einzelnen Marktregimes geschätzt werden. Die Ergebnisse der Regressionen des VDAX-New auf den DAX sind in der Tabelle 4 wiederum zeilenweise dargestellt.

Betrachtet man Modell A in den fünf verschiedenen Marktphasen, dann kann der statistisch signifikant negative Zusammenhang zwischen den Renditen des VDAX-New und des DAX in allen Marktphasen bestätigt werden. Die *t*-Werte der Koeffizienten der DAX-Renditen variieren zwischen –6,97 (in Periode IV) und –20,99 (in Periode II), d.h., die negativen Regressionskoeffizienten sind alle bei sehr geringer Irrtumswahrscheinlichkeit statistisch signifikant. Wie in einem zweiten Schritt die Ergebnisse der Modelle B, C und D zeigen, kann auch die Hypothese 2 in allen fünf Marktphasen bestätigt werden. In allen Untersuchungsperioden liegen sowohl die Regressionskoeffizienten als auch die dazugehörigen *t*-Werte bei den negativen DAX-Renditen betragsmäßig deutlich über den entsprechenden Werten der positiven DAX-Renditen. Die Ergebnisse für Modell D deuten darauf hin, dass die Differenzen (und somit die asymmetrischen Zusammenhänge) in allen fünf Teilperioden statistisch signifikant sind. Die Bestimmtheitsmaße sind bei den Regressionen mit den negativen DAX-Renditen wiederum höher als jene der Regressio-

<sup>14</sup> Die Übergänge von Periode I auf Periode II und von Periode II auf Periode III sind identisch mit der Einteilung bei *Masset/Wallmeier* (2010).

Tabelle 4

**Zeitgleiche Analyse der täglichen Renditen des VDAX-New und  
des DAX in den verschiedenen Teilperioden (Modelle A–D)**

Regression	Konstante	$r_{\text{DAX}}$	$r_{\text{DAX}}^-$	$r_{\text{DAX}}^+$	$D^+ \cdot r_{\text{DAX}}$	$R^2$
Periode I: 02.01.1992–07.03.2000 (Bull)						
A	0.00 (1.96)	–1.82 (–16.07)				0.22
B	–0.00 (–1.18)		–2.36 (–9.92)			0.21
C	–0.00 (–2.79)			–1.05 (–4.74)		0.04
D					1.29 (4.09)	0.24
Periode II: 08.03.2000–12.03.2003 (Bear)						
A	–0.00 (–1.92)	–1.80 (–20.99)				0.56
B	–0.00 (–1.25)		–2.00 (–9.40)			0.39
C	–0.01 (–4.88)			–1.27 (–9.20)		0.23
D					0.71 (2.89)	0.57
Periode III: 13.03.2003–31.12.2007 (Bull)						
A	0.00 (2.22)	–2.95 (–18.68)				0.47
B	0.00 (0.49)		–3.54 (–10.93)			0.40
C	–0.00 (–5.47)			–1.66 (–6.39)		0.13
D					1.89 (4.65)	0.51

(Fortsetzung nächste Seite)

Tabelle 4 (Fortsetzung)

Regression	Konstante	$r_{DAX}$	$r_{DAX}^-$	$r_{DAX}^+$	$D^+ \cdot r_{DAX}$	$R^2$
Periode IV: 01.01.2008–06.03.2009 (Bear)						
A	–0.00 (–0.51)	–1.83 (–6.97)				0.47
B	–0.00 (–1.53)		–2.53 (–7.84)			0.46
C	–0.01 (–5.00)			–0.53 (–1.28)		0.06
D					1.98 (3.85)	0.56
Periode V: 07.03.2009–31.12.2010 (Bull)						
A	0.00 (1.18)	–2.86 (–13.58)				0.54
B	–0.00 (–2.75)		–4.28 (–9.14)			0.54
C	–0.01 (–3.49)			–1.59 (–4.74)		0.17
D					2.63 (4.70)	0.59

Die Tabelle zeigt die Ergebnisse der Analyse des zeitgleichen Zusammenhangs zwischen den logarithmierten VDAX-New-Renditen und den DAX-Renditen basierend auf 4956 täglichen Beobachtungen während des Untersuchungszeitraums von Januar 1992 bis Dezember 2010.

nen mit den positiven DAX-Renditen. Die Modelle A, B, C und D wurden zusätzlich auch mit dem VDAX (anstatt mit dem VDAX-New) geschätzt. Da die Ergebnisse nahezu identisch sind, wird auf eine Darstellung verzichtet.

Zur Überprüfung der Hypothese 3 werden nachfolgend auch die Modelle in den Gleichungen (5a) und (5b) wiederum für die einzelnen Marktregimes geschätzt. Die Ergebnisse der Regressionen des VDAX-New auf den DAX sind in der Tabelle 5 als Modelle E und F bezeichnet. Der bei Low (2004) dokumentierte konvexe Zusammenhang im negativen Renditebereich sowie der konkave Zusammenhang im positiven Renditebereich lässt sich dabei in keinem der fünf verschiedenen Phasen statistisch signifikant beobachten. Häufig zeigt sich sogar genau das entgegengesetzte Vorzeichen. So ist der Koeffizient der quadrierten negativen

Tabelle 5

**Zeitgleiche Analyse der täglichen Renditen des VDAX-New und des DAX in den verschiedenen Teilperioden (Modelle E und F)**

Regression	Konstante	$r_{\text{DAX}}^-$	$(r_{\text{DAX}}^-)^2$	$r_{\text{DAX}}^+$	$(r_{\text{DAX}}^+)^2$	$R^2$
Periode I: 02.01.1992–07.03.2000 (Bull)						
E	–0.00 (–1.30)	–2.46 (–6.24)	–5.55 (–0.22)			0.21
F	0.00 (0.24)			–2.32 (–6.64)	89.10 (3.42)	0.05
Periode II: 08.03.2000–12.03.2003 (Bear)						
E	–0.00 (–0.34)	–1.71 (–2.38)	12.68 (0.34)			0.39
F	–0.00 (–2.20)			–1.95 (–5.51)	29.49 (1.84)	0.24
Periode III: 13.03.2003–31.12.2007 (Bull)						
E	–0.00 (–1.35)	–4.61 (–10.11)	–78.21 (–2.48)			0.41
F	–0.00 (–1.63)			–3.38 (–8.48)	115.30 (4.36)	0.17
Periode IV: 01.01.2008–06.03.2009 (Bear)						
E	–0.00 (–1.18)	–2.41 (–3.51)	4.42 (0.15)			0.46
F	–0.01 (–2.57)			–2.44 (–4.94)	51.92 (2.86)	0.20
Periode V: 07.03.2009–31.12.2010 (Bull)						
E	–0.01 (–2.87)	–4.83 (–5.01)	–37.61 (–0.50)			0.54
F	–0.00 (–1.45)			–2.86 (–4.69)	79.28 (1.89)	0.20

Die Tabelle zeigt die Ergebnisse der Analyse des zeitgleichen Zusammenhangs zwischen den logarithmierten VDAX-New-Renditen und den DAX-Renditen basierend auf 4956 täglichen Beobachtungen während des Untersuchungszeitraums von Januar 1992 bis Dezember 2010.

Tabelle 6

**Zeitgleiche Analyse der täglichen Renditen des VDAX und  
des DAX in den verschiedenen Teilperioden (Modelle E und F)**

Regression	Konstante	$r_{\text{DAX}}^-$	$(r_{\text{DAX}}^-)^2$	$r_{\text{DAX}}^+$	$(r_{\text{DAX}}^+)^2$	$R^2$
Periode I: 02.01.1992–07.03.2000 (Bull)						
E	–0.00 (–3.46)	–3.84 (–9.57)	–75.42 (–3.03)			0.28
F	–0.00 (0.94)			–3.29 (–5.33)	161.22 (3.00)	0.09
Periode II: 08.03.2000–12.03.2003 (Bear)						
E	–0.00 (–2.65)	–3.02 (–5.24)	–68.47 (–2.25)			0.36
F	–0.00 (–1.82)			–1.78 (–6.10)	24.86 (1.98)	0.22
Periode III: 13.03.2003–31.12.2007 (Bull)						
E	–0.00 (–1.08)	–4.77 (–11.69)	–98.87 (–3.44)			0.47
F	–0.00 (–1.04)			–3.78 (–10.27)	132.69 (5.32)	0.27
Periode IV: 01.01.2008–06.03.2009 (Bear)						
E	–0.00 (–1.26)	–3.51 (–4.35)	–61.39 (–1.58)			0.35
F	–0.00 (–0.63)			–4.16 (–6.24)	111.38 (3.77)	0.41
Periode V: 07.03.2009–31.12.2010 (Bull)						
E	–0.00 (–2.63)	–4.48 (–6.14)	–52.55 (–0.93)			0.56
F	0.00 (0.28)			–3.32 (–3.84)	68.57 (0.97)	0.30

Die Tabelle zeigt die Ergebnisse der Analyse des zeitgleichen Zusammenhangs zwischen den logarithmierten VDAX-Renditen und den DAX-Renditen basierend auf 4956 täglichen Beobachtungen während des Untersuchungszeitraums von Januar 1992 bis Dezember 2010.

Rendite in drei der fünf Szenarien negativ und der Koeffizient der quadrierten positiven Renditen sogar in allen fünf Szenarien positiv. In den überwiegenden Fällen sind die Regressionskoeffizienten auch noch statistisch signifikant. Um zu überprüfen, ob diese von *Low* (2004) abweichenden Befunde möglicherweise auf die Konstruktion des VDAX-New zurückzuführen sein könnten, wurden die Analysen wiederholt, wobei der VDAX-New durch den VDAX ersetzt wird. Dabei zeigt sich, dass die in Tabelle 5 dargestellten Ergebnisse in diesem Fall sogar noch ausgeprägter ausfallen. Wie aus der Tabelle 6 ersichtlich ist, weisen in allen fünf Szenarien die Regressionskoeffizienten der quadrierten Renditen genau das entgegengesetzte Vorzeichen auf, das gemäß der Hypothese 3 zu erwarten wäre. Mit Ausnahme der Periode V sind nahezu alle Regressionskoeffizienten auch statistisch signifikant.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass der im internationalen Kontext dokumentierte asymmetrische negative Zusammenhang zwischen den Renditen der impliziten Volatilitätsindizes und den dazugehörigen Aktienmarktindizes auch am deutschen Markt nachgewiesen werden kann. Eine plausible Erklärung für dieses Phänomen liefert *Whaley* (2000). Demnach kaufen Investoren in turbulenten Marktphasen (mit negativen Aktienmarktrenditen) verstärkt Put-Optionen auf den Aktienindex, um damit ihr vorhandenes Aktienexposure abzusichern. Die Überschussnachfrage nach Put-Indexoptionen führt zu steigenden Optionspreisen und somit zu einem Anstieg des impliziten Volatilitätsindex. Da diese Argumentation in die umgekehrte Richtung nicht greift, könnte sich damit das Phänomen erklären lassen, dass der Anstieg der impliziten Volatilitäten bei negativen Aktienmarktrenditen dem Betrag nach stärker ausfällt als der Rückgang bei positiven Aktienmarktrenditen. Darüber hinaus ist der festgestellte asymmetrische Zusammenhang auch mit dem Behavioral-Finance-Phänomen der sog. „Loss-Aversion“ vereinbar. Mit der Loss-Aversion kommt in der Prospect- bzw. der Cumulative-Prospect-Theorie zum Ausdruck, dass die negativen Auswirkungen eines Verlustes als wesentlich bedeutsamer empfunden werden als die positiven Auswirkungen eines betragsmäßig gleichen Gewinns (*Kahneman/Tversky* (1979); *Tversky/Kahneman* (1992)). Betrachtet man die implizite Volatilität nach *Whaley* (2000) als Angstindikator, dann erscheint die betragsmäßig stärkere Zunahme der impliziten Volatilität bei einer negativen Aktienmarktrendite im Vergleich zur Abnahme der impliziten Volatilität bei einer betragsmäßig gleichen positiven Aktienmarktrendite im Lichte der Behavioral-Finance-Theorie als plausibel.

Im Gegensatz zur asymmetrischen negativen Beziehung zwischen Volatilitätsindex- und Aktienmarktindexrenditen lassen sich die bei Low (2004) festgestellten quadratischen Effekte am deutschen Aktienmarkt allerdings nicht beobachten. Vielmehr zeigen sich hier tendenziell die entgegengesetzten Effekte, also Konvexität im positiven Renditebereich (d.h. positives Vorzeichen der quadrierten positiven Rendite) und Konkavität im negativen Renditebereich (d.h. negatives Vorzeichen der quadrierten negativen Renditen). Dieses Ergebnis ist wiederum mit der Behavioral-Finance-Theorie vereinbar. In der Prospect- bzw. der Cumulative-Prospect-Theorie wird von Risikoaversion im Bereich positiver Renditen ausgegangen, was mit einer unterproportionalen Erhöhung der Nutzenwerte bei betragsmäßig sehr hohen positiven Renditen einhergeht. Entsprechend deuten unsere Ergebnisse darauf hin, dass betragsmäßig hohe positive Aktienmarktrenditen zu einer unterproportionalen Reduktion der impliziten Volatilität (als Angstmaß) führen. Im Bereich negativer Renditen unterstellt die Behavioral-Finance-Theorie hingegen Risikofreude, was im Rahmen der Prospect-Theorie zu einer unterproportionalen Reduktion der Nutzenwerte bei betragsmäßig sehr hohen negativen Renditen führt. Unsere Ergebnisse belegen ebenfalls, dass mit betragsmäßig hohen negativen Aktienmarktrenditen tendenziell ein unterproportionaler Anstieg der impliziten Volatilität einhergeht.

### 3. Lead-Lag-Analyse der Renditen des VDAX/VDAX-New und des DAX

In diesem Abschnitt wird überprüft, ob zeitverzögerte DAX-Renditen einen Mehrwert bei der Vorhersage von VDAX-Renditen liefern (und umgekehrt). Als ein flexibles Analyseinstrument bietet sich hierzu ein vektorautoregressives Modell (VAR-Modell) an (Sims (1980)). VAR-Modelle ermöglichen nicht nur die Prognose von sich gegenseitig beeinflussenden Zeitreihen, sondern auch die Durchführung von Granger-Kausalitätsanalysen und Impulse-Response-Analysen. Bei einer Berücksichtigung von  $p$  Zeitverzögerungen (Lags) ist das VAR( $p$ )-Modell wie folgt definiert (Hamilton (1994)):

$$(6) \quad \mathbf{y}_t = \mathbf{c} + \mathbf{\Pi}^{(1)} \mathbf{y}_{t-1} + \mathbf{\Pi}^{(2)} \mathbf{y}_{t-2} + \dots + \mathbf{\Pi}^{(p)} \mathbf{y}_{t-p} + \boldsymbol{\varepsilon}_t$$

mit  $\boldsymbol{\varepsilon}_t \sim \text{i. i. d. } N(\mathbf{0}; \boldsymbol{\Omega})$ .

Der Vektor  $\mathbf{y}_t$  in Gleichung (6) repräsentiert die  $n$  endogenen Modellvariablen. Bei dem  $n$ -dimensionalen Vektor  $\mathbf{c}$  sowie den  $(n \times n)$ -dimensio-



nen Matrizen  $\Pi^{(1)}, \Pi^{(2)}, \dots, \Pi^{(p)}$  handelt es sich um die Modellparameter, die mittels des gewöhnlichen Kleinst-Quadrat-Verfahrens konsistent geschätzt werden können. Der  $n$ -dimensionale Vektor  $\epsilon_t$  erfasst die Regressionsresiduen, die zwar untereinander zeitgleich korreliert sein können, aber als intertemporal unkorreliert angenommen werden.<sup>15</sup>

Im Rahmen der folgenden Analysen wird ein bivariates VAR-Modell mit den beiden endogenen Variablen DAX bzw. VDAX geschätzt. Die Durchführung eines Granger-Kausalitätstests basiert auf einer F-Statistik, die unter der Nullhypothese „keine Granger-Kausalität“ einer F-Verteilung mit den entsprechenden Freiheitsgraden folgt (*Pindyck/Rubinfeld* (1998); *Hamilton* (1994)). Zur Bestimmung der Anzahl der zu berücksichtigenden Lags ( $p$ ) bieten sich die Modellselektionskriterien von Akaike bzw. Schwarz an (*Akaike* (1974); *Schwarz* (1978)). Im Gegensatz zum Akaike-Informationskriterium führt das Kriterium von Schwarz zu kleineren Modellspezifikationen, weil hier die Anzahl an Modellparametern einer stärkeren Bestrafung unterliegt (*Mills/Prasad* (1992)). Da sich bei früheren Studien das Kriterium von Schwarz gegenüber alternativen Modellselektionskriterien hinsichtlich der „out-of-sample“ Prognosefähigkeit des ausgewählten Modells als überlegen erwies, wird in der Literatur meist die Anwendung dieses Kriteriums empfohlen (*Engle/Brown* (1986); *Mills/Prasad* (1992)). Vor diesem Hintergrund wird das Modellselektionskriterium von Schwarz auch in der folgenden Analyse zur Bestimmung der Anzahl der zu berücksichtigenden Lags ( $p$ ) eingesetzt. Dazu werden alle VAR-Modelle von Lag 1 bis Lag 8 geschätzt. Anschließend wird jeweils jenes Modell selektiert, bei dem das Schwarz-Kriterium seinen minimalen Wert annimmt. Wie aus den Tabellen 7 und 8 ersichtlich ist, wird in allen Fällen jeweils das Modell mit nur einem Lag, also ein VAR(1)-Modell, ausgewählt.

Die Tabelle 7 fasst in Panel A und B die Ergebnisse der Granger-Kausalitätsanalysen für den DAX und den VDAX-New mit monatlichen und täglichen Daten zusammen. Die  $t$ -Werte basieren wiederum auf der Korrektur nach *White* (1980). Legt man eine maximal tolerierte Irrtumswahrscheinlichkeit von 5 % zugrunde, dann lassen sich bei der Analyse mit Monatsdaten in Panel A keine Granger-Kausalitäten erkennen, d.h., die DAX-Renditen liefern keinen Mehrwert zur Prognose von VDAX-New-Renditen (und umgekehrt). Während bei dem Modell mit dem VDAX-

<sup>15</sup> Die Annahme der Normalverteilung für die Residuen ist keine Voraussetzung für ein VAR-Modell. Allerdings ist die Normalverteilungsannahme für die Durchführung verschiedener Hypothesentests erforderlich (*Tsay* (2005)).

Tabelle 7

Granger-Kausalitätsanalyse zwischen VDAX-New bzw. VDAX und DAX

Abhängige Variable	Konstante	$r_{VDAX,t-1}$	$r_{DAX,t-1}$	$R^2$	$R^2_{adj}$	F/p-Wert
Panel A: Granger-Kausalitätsanalyse VDAX-New mit Monatsdaten						
$r_{VDAX,t}$	0.00 (0.05)	-0.041 (-0.07)	0.29 (1.63)	0.01	0.00	1.77/0.18
$r_{DAX,t}$	0.00 (1.35)	-0.01 (-0.38)	0.02 (0.23)	0.00	-0.01	0.15/0.70
Panel B: Granger-Kausalitätsanalyse VDAX-New mit Tagesdaten						
$r_{VDAX,t}$	0.00 (0.08)	-0.00 (-0.20)	0.10 (1.32)	0.00	0.00	3.01/0.08
$r_{DAX,t}$	0.00 (1.49)	-0.01 (-1.91)	-0.05 (-1.69)	0.00	0.00	4.96/0.03
Panel C: Granger-Kausalitätsanalyse VDAX mit Monatsdaten						
$r_{VDAX,t}$	-0.00 (-0.05)	0.04 (0.45)	0.44 (2.43)	0.02	0.01	4.16/0.04
$r_{DAX,t}$	0.00 (1.32)	-0.00 (-0.06)	0.04 (0.38)	0.00	-0.01	0.00/0.95
Panel D: Granger-Kausalitätsanalyse VDAX mit Tagesdaten						
$r_{VDAX,t}$	0.00 (0.22)	-0.09 (-3.09)	-0.19 (-1.98)	0.00	0.00	11.10/0.00
$r_{DAX,t}$	0.00 (1.46)	-0.01 (-0.66)	-0.03 (-1.01)	0.00	0.00	0.79/0.37

Die Tabelle zeigt die Ergebnisse von Granger-Kausalitätsanalysen für die logarithmierten Volatilitätsindex-Renditen und die DAX-Renditen basierend auf 227 monatlichen und 4956 täglichen Beobachtungen während des Untersuchungszeitraums von Januar 1992 bis Dezember 2010. Die jeweiligen Analysen für den VDAX-New sind in Panel A und B und jene für den VDAX in Panel C und D dargestellt. Die Wahl eines VAR(1)-Modells, wie in Gleichung (6) dargestellt, erfolgt nach dem Schwarz-Kriterium. Neben den jeweiligen Regressionskoeffizienten sind auch die *t*-Statistiken in Klammern ausgewiesen. Bei der Berechnung der Standardfehler wird die Heteroskedastie-Korrektur nach White (1980) berücksichtigt.

New als abhängige Variable eine F-Statistik von 1,77 resultiert, lässt sich bei dem Modell mit dem DAX als abhängige Variable eine F-Statistik von 0,15 beobachten. Die daraus resultierenden Irrtumswahrscheinlichkeiten von 0,18 bzw. 0,70 führen dazu, dass bei einem Signifikanzniveau von 5 % die Nullhypothese „keine Granger-Kausalität“ in beiden Fällen

nicht abgelehnt werden kann. Bei den Analysen mit Tagesdaten in Panel B zeigt sich, dass in dem Modell mit dem DAX als abhängige Variable bei einer maximal tolerierten Irrtumswahrscheinlichkeit von 5 % die Nullhypothese abgelehnt werden muss (mit einem F-Wert von 4,96 bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 0,03). Da der Regressionskoeffizient der VDAX-New-Renditen ein negatives Vorzeichen aufweist ( $-0,01$ ), wäre dieser Befund mit der Volatility-Feedback-Hypothese vereinbar, wonach eine veränderte Volatilitätseinschätzung eine Renditeänderung in die entgegengesetzte Richtung auslöst. Allerdings geht mit dem  $t$ -Wert von  $-1,91$  eine Irrtumswahrscheinlichkeit von 0,056 einher, womit das maximal tolerierte Signifikanzniveau von 5 % nicht eingehalten wird. Zudem liegen sowohl das gewöhnliche als auch das adjustierte Bestimmtheitsmaß nahe bei Null, was auf einen sehr geringen Erklärungsgehalt des Gesamtmodells schließen lässt.

In Panel C und D der Tabelle 7 sind die Ergebnisse für den DAX und den VDAX (anstelle des VDAX-New) dargestellt. Betrachtet man zunächst die Analysen mit Monatsdaten in Panel C, dann zeigt sich eine statistisch signifikante Granger-Kausalität im Modell mit dem VDAX als abhängige Variable (F-Statistik von 4,16 mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 0,04). Allerdings weist der statistisch signifikante Regressionskoeffizient der DAX-Renditen ( $t$ -Wert von 2,43) mit 0,44 einen nicht-negativen Regressionskoeffizienten auf, womit die Leverage-Effekt-Hypothese nicht als Erklärungsansatz herangezogen werden kann. Betrachtet man die Analysen mit Tagesdaten in Panel D, dann lässt sich ebenfalls eine signifikante Granger-Kausalität in dem Modell mit dem VDAX als abhängige Variable feststellen. In diesem Fall weist der Regressionskoeffizient der DAX-Renditen das erforderliche negative Vorzeichen auf ( $-0,19$ ) und ist statistisch signifikant ( $t$ -Wert von  $-1,98$ ).<sup>16</sup> Mit einer hohen F-Statistik von 11,10 geht die Irrtumswahrscheinlichkeit gegen Null, dass möglicherweise doch keine Granger-Kausalität vorliegt.

Um robustere Ergebnisse zu erhalten, wird das Modell mit dem VDAX auf Basis von Tagesdaten nochmals separat in den fünf Teilperioden geschätzt. Diese Ergebnisse sind in der Tabelle 8 (Panels A-E) zusammengefasst. Legt man ein statistisches Signifikanzniveau von 5 % zugrunde, dann zeigt sich eine Granger-Kausalität beim VDAX als abhängige Varia-

---

<sup>16</sup> Dieses Ergebnis deckt sich mit Befunden bei *Skiadopoulos* (2004). Er dokumentiert ebenfalls, dass historische Aktienmarktrenditen auf Tagesbasis einen Mehrwert zur Vorhersage von Tagesrenditen des griechischen Volatilitätsindex GVIX liefern, der umgekehrte Sachverhalt jedoch nicht zu beobachten ist.

*Tabelle 8*  
**Granger-Kausalitätsanalyse zwischen VDAX und DAX  
in den verschiedenen Teilperioden**

Abhängige Variable	Konstante	$r_{VDAX,t-1}$	$r_{DAX,t-1}$	$R^2$	$R^2_{adj}$	F/p-Wert
Panel A: Periode I (02.01.1992–07.03.2000)						
$r_{VDAX,t}$	0.00 (0.35)	–0.08 (–2.14)	0.00 (0.01)	0.01	0.01	0.00/0.99
$r_{DAX,t}$	0.00 (2.81)	–0.01 (–1.33)	0.01 (0.13)	0.00	0.00	3.05/0.08
Panel B: Periode II (08.03.2000–12.03.2003)						
$r_{VDAX,t}$	0.00 (0.17)	–0.13 (–1.46)	–0.41 (–2.07)	0.02	0.02	14.34/0.00
$r_{DAX,t}$	–0.00 (–2.40)	0.00 (0.20)	–0.03 (–0.58)	0.00	–0.00	0.04/0.84
Panel C: Periode III (13.03.2003–31.12.2007)						
$r_{VDAX,t}$	–0.00 (–0.95)	–0.01 (–0.20)	0.35 (2.42)	0.01	0.01	4.35/0.04
$r_{DAX,t}$	0.00 (3.47)	–0.00 (–0.19)	–0.09 (–1.14)	0.01	0.00	0.08/0.78
Panel D: Periode IV (01.01.2008–06.03.2009)						
$r_{VDAX,t}$	0.00 (0.62)	–0.08 (–0.93)	–0.51 (–1.99)	0.02	0.02	7.42/0.01
$r_{DAX,t}$	–0.00 (–2.08)	–0.01 (–0.22)	–0.07 (–0.62)	0.00	–0.00	0.10/0.75
Panel E: Periode V (07.03.2009–31.12.2010)						
$r_{VDAX,t}$	–0.00 (–0.74)	–0.07 (–0.53)	–0.06 (–0.17)	0.00	–0.00	0.05/0.82
$r_{DAX,t}$	0.00 (2.21)	–0.01 (–0.25)	–0.05 (–0.69)	0.00	–0.00	0.12/0.73

Die Tabelle zeigt die Ergebnisse von Granger-Kausalitätsanalysen für die logarithmierten VDAX- und DAX-Renditen basierend auf 4956 täglichen Beobachtungen während des Untersuchungszeitraums von Januar 1992 bis Dezember 2010. Die Regressionen werden getrennt für fünf Teilperioden (Bull-Phasen und Bear-Phasen) geschätzt. Die Wahl eines VAR(1)-Modells, wie in Gleichung (6) dargestellt, erfolgt nach dem Schwarz-Kriterium. Neben den jeweiligen Regressionskoeffizienten sind auch die *t*-Statistiken in Klammern ausgewiesen. Bei der Berechnung der Standardfehler wird die Heteroskedastie-Korrektur nach White (1980) berücksichtigt.

ble in den Teilperioden II, III und IV. In der Periode III weist der Regressionskoeffizient bei der zeitverzögerten DAX-Rendite allerdings einen positiven Regressionskoeffizienten auf (+0,35), weshalb der Leverage-Effekt hier nicht als Erklärungsansatz herangezogen werden kann. In den Perioden II und IV mit einer nachhaltig negativen Aktienmarktentwicklung zeigt sich ein anderer Befund. In beiden Phasen weisen die Regressionskoeffizienten der zeitverzögerten DAX-Renditen jeweils einen negativen Wert auf (−0,41 bzw. −0,51), die statistisch signifikant sind ( $t$ -Werte von −2,07 bzw. −1,99). In Aktienmarktregimes mit einer negativen Kursentwicklung scheinen also die zeitverzögerten täglichen DAX-Renditen einen Mehrwert bei der Prognose der täglichen VDAX-Renditen zu besitzen. Diese Beobachtungen unterstützen die Leverage-Effekt-Hypothese. Allerdings sollte berücksichtigt werden, dass die beiden Regressionsmodelle in den Perioden II und IV mit einem Wert von rund 2 % nur einen geringen Erklärungsgehalt ( $R^2$ ) aufweisen. Ob die Prognosegüte dieser Modelle ausreicht, um erfolgreiche Volatility-Trading-Strategien umzusetzen, muss hier offenbleiben. Immerhin deuten die Ergebnisse von *Clarke/FitzGerald/Berent/Statman* (1989) darauf hin, dass auch Regressionsmodelle mit einem Bestimmtheitsmaß von unter 10 % Prognosen liefern können, die eine erfolgreiche Trading-Strategie erlauben.

#### 4. Impulse-Response-Analysen

Impulse-Response-Analysen stellen eine weitere Möglichkeit dar, um die Interaktionen zwischen den Variablen eines Gleichungssystems zu analysieren. Sofern eine Variable auf den Impuls einer anderen Variablen reagiert, kann hier ebenfalls von einer Kausalitätsbeziehung gesprochen werden (*Lütkepohl* (2007)). Eine Impulse-Response-Funktion zeigt die Auswirkungen eines einmaligen exogenen Schocks auf die aktuellen und zukünftigen Werte der abhängigen Variablen an. In dieser Studie wird der exogene Schock alternativ in dem Residuum der VDAX- bzw. der DAX-Gleichung modelliert, um anschließend die Auswirkungen auf die jeweils andere Variable über fünf darauf folgende Zeitpunkte zu analysieren. Der Impuls wird dabei als eine Standardabweichung der Residuen gemessen. Zur Vermeidung der Probleme, die aus korrelierten Residuen resultieren, wird das Verfahren nach *Pesaran/Shin* (1998) angewendet. Dieses Verfahren erzeugt orthogonalisierte Innovationen und weist gegenüber einer Cholesky-Faktorisierung den Vorteil auf, dass die Ergebnisse nicht von der Sortierung der einzelnen Variablen innerhalb des VAR-Modells abhängen.

Bei den Impulse-Response-Analysen für die Tagesrenditen des DAX und des VDAX (nicht tabelliert) im Gesamtzeitraum zeigt sich, dass ein positiver Schock in einer der beiden Variablen jeweils eine negative Auswirkung auf die andere Variable ausübt, wobei die Auswirkungen in beiden Fällen nur eine Periode (d.h. nur einen Tag) lang anhalten. Der Einfluss des DAX auf den VDAX fällt dem Betrag nach stärker aus als umgekehrt. Um weitergehende Befunde zu erhalten, wurden die Analysen wiederum in den fünf verschiedenen Teilperioden durchgeführt. In den drei Bull-Perioden zeigt sich ein ähnliches Bild wie im Gesamtzeitraum, d.h., ein positiver Schock in Höhe von einer Standardabweichung in einer der beiden Variablen hat eine negative Auswirkung auf die jeweils andere Variable, wobei die Auswirkungen immer nur eine Periode lang anhalten. Der Einfluss des DAX auf den VDAX fällt dem Betrag nach wiederum stärker aus als umgekehrt. In den beiden Bear-Perioden werden hingegen andere Effekte sichtbar. Dabei lässt sich erkennen, dass der negative Einfluss des DAX auf den VDAX über zwei Perioden wirkt. Betrachtet man jedoch das Antwortverhalten des DAX auf einen exogenen Schock im VDAX, dann ist dieses Phänomen nicht mehr zu beobachten. Diese Ergebnisse bestätigen die Befunde der Granger-Kausalitätsanalysen, wonach bei einer tagesbasierten Betrachtung der negative Einfluss der DAX-Renditen auf die VDAX-Renditen in negativen Aktienmarktphasen stärker ausgeprägt ist.

## V. Fazit und Ausblick

In diesem Beitrag wird die Beziehung zwischen den Veränderungen der impliziten Volatilität und den Renditen am deutschen Aktienmarkt empirisch untersucht. Bei einer zeitgleichen Regression der Renditen des VDAX (bzw. des VDAX-New) auf die Renditen des DAX zeigt sich ein statistisch signifikant negativer Zusammenhang, der asymmetrisch ausgeprägt ist. Der Zusammenhang zwischen negativen DAX-Renditen und den Renditen der impliziten Volatilitätsindizes ist somit betragsmäßig stärker ausgeprägt als jener zwischen den positiven DAX-Renditen und den Volatilitätsrenditen. Diese empirischen Befunde sind robust und lassen sich sowohl bei einer täglichen als auch bei einer monatlichen Datenperiodizität beim VDAX und dem VDAX-New beobachten. Zudem bestätigen sich diese Ergebnisse für alle fünf Teilperioden. Insgesamt können somit die im internationalen Umfeld beschriebenen asymmetrischen negativen Zusammenhänge zwischen zeitgleichen impliziten Volatilitäten und Aktienmarktrenditen auch für den deutschen Aktienmarkt bestätigt

werden. Diese Beobachtungen lassen sich mit der im Rahmen der Behavioral-Finance-Theorie empirisch dokumentierten Loss-Aversion erklären. Im Gegensatz dazu lassen sich die von Low (2004) für US-amerikanische Daten beschriebenen quadratischen Effekte, die im negativen Renditebereich von Low als „Angst“ und im positiven Renditebereich als „Überschwang“ interpretiert werden, für den deutschen Aktienmarkt nicht nachweisen. Vielmehr zeigen sich hier eher die entgegengesetzten Effekte, d.h. ein unterproportionaler Anstieg (Reduktion) der impliziten Volatilität bei betragsmäßig großen negativen (positiven) Renditen. Diese Beobachtung lässt sich ebenfalls mit der Prospect- bzw. der Cumulative-Prospect-Theorie erklären.

In weitergehenden Analysen wird untersucht, ob DAX-Renditen ein Potenzial zur Prognose von VDAX- bzw. VDAX-New-Renditen besitzen (und umgekehrt). Methodisch kommen VAR-Modelle zum Einsatz, die sowohl zur Durchführung von Granger-Kausalitätsanalysen als auch von Impulse-Response-Analysen geeignet sind. Über den Gesamtzeitraum zeigt sich im Rahmen der Granger-Kausalitätsanalysen der größte (negative) Einfluss bei der um einen Tag verzögerten DAX-Rendite auf die Veränderung des VDAX. Dieser empirische Befund wäre mit der Leverage-Effekt-Hypothese vereinbar. Die Analysen in den fünf Teilperioden deuten allerdings darauf hin, dass sich dieser Zusammenhang ausschließlich in den beiden Bear-Marktphasen beobachten lässt. In negativen Aktienmarktphasen scheinen somit tägliche Aktienmarktrenditen eine (wenn auch geringe) Prognosefähigkeit für die impliziten Volatilitäten zu besitzen. Die Ergebnisse der Granger-Kausalitätsanalysen lassen sich auch durch die Impulse-Response-Analysen bestätigen. Offen bleibt hingegen, ob die gemessenen Zusammenhänge zwischen zeitverzögerten Aktienmarktrenditen und impliziten Volatilitäten ausreichen, um auf deren Basis mit volatilitätsbasierten Handelsstrategien eine Überrendite zu erzielen. Eine entsprechende Analyse könnte Gegenstand zukünftiger Untersuchungen sein.

## Literatur

Akaike, H. (1974): A New Look at the Statistical Model Identification, IEEE Transactions on Automatic Control 19, 716–723. – Aydemir, A./Gallmeyer, M./Hollifield, B. (2006): Financial Leverage Does not Cause the Leverage Effect, Arbeitspapier, Texas A&M und Carnegie Mellon Universities. – Badshah, I. U. (2010): Quantile Regression Analysis of Asymmetric Return-Volatility Relation, Arbeitspapier, Hanken School of Economics. – Bekaert, G./Wu, G. (2000): Asymmetric Volatility and Risk in Equity Markets, Review of Financial Studies 13, 1–42. – Black,

- F. (1976a): Studies of Stock Price Volatility Changes, Proceedings of the Meetings of the American Statistical Association, Business and Economic Statistics Section, 177–181. – Black, F. (1976b): The Pricing of Commodity Contracts, *Journal of Financial Economics* 3, 167–179. – Bollerslev, T./Zhou, H. (2006): Volatility Puzzles: A Simple Framework for Gauging Return-Volatility Regressions, *Journal of Econometrics* 131, 123–150. – Bouchaud, J. P./Matacz, A./Potters, M. (2001): Leverage Effect in Financial Markets: The Retarded Volatility Model, *Physical Review Letters* 87, 1–4. – Campbell, J. Y./Hentschel, L. (1992): No News is Good News. An Asymmetric Model of Changing Volatility in Stock Returns, *Journal of Financial Economics* 31, 281–318. – Christie, A.A. (1982): The Stochastic Behavior of Common Stock Variances – Value, Leverage and Interest Rate Effects, *Journal of Financial Economics* 10, 407–432. – Claessen, H./Mittnik, S. (2002): Forecasting Stock Market Volatility and the Informational Efficiency of the DAX-Index Options Market, *European Journal of Finance* 8, 302–321. – Clarke, R. G./FitzGerald, M. T./Berent, P./Statman, M. (1989): Market Timing with Imperfect Information, *Financial Analysts Journal* 45, 27–36. – Daouk, H./Ng, D. (2011): Is Unlevered Firm Volatility Asymmetric?, *Journal of Empirical Finance* 18, 621–634. – Dennis, P./Mayhew, S./Stivers, C. (2006): Stock Returns, Implied Volatility Innovations, and the Asymmetric Volatility Phenomenon, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 41, 381–406. – Deutsche Börse (2007): Leitfaden zu den Volatilitätsindizes der Deutschen Börse (Version 2.4), Frankfurt am Main. – Engle, R. F./Brown, S. J. (1986): Model Selection for Forecasting, *Applied Mathematics and Computation* 20, 313–327. – Figlewski, S./Wang, X. (2000): Is the „Leverage Effect“ a Leverage Effect?, Arbeitspapier. – Fleming, J./Ostdiek, B./Whaley, R. E. (1995): Predicting Stock Market Volatility: A New Measure, *Journal of Futures Markets* 15, 265–302. – French, K. R./Schwert, G. W./Stambaugh, R. F. (1987): Expected Stock Returns and Volatility, *Journal of Financial Economics* 19, 3–29. – Giot, P. (2005): Relationships Between Implied Volatility Indexes and Stock Index Returns, *Journal of Portfolio Management* 31, 92–100. – Granger, C. W. J. (1969): Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-spectral Methods, *Econometrica* 37, 424–438. – Hamilton, J. D. (1994): *Time Series Analysis*, Princeton University Press. – Hasanhodzic, J./Lo, A. W. (2011): Black's Leverage Effect Is Not Due to Leverage, Arbeitspapier, Boston University und Massachusetts Institute of Technology (MIT). – Hibbert, A. M./Daigler, R. T./Dupoyet, B. (2008): A Behavioral Explanation for the Negative Asymmetric Return-Volatility Relation, *Journal of Banking and Finance* 32, 2254–2266. – Jarque, C. M./Bera, A. K. (1980): Efficient Tests for Normality, Homoscedasticity and Serial Independence of Regression Residuals, *Economics Letters* 6, 255–259. – Kahneman, D./Tversky, A. (1979): Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk, *Econometrica* 47, 263–291. – Low, C. (2004): The Fear and Exuberance from Implied Volatility of S&P 100 Index Options, *Journal of Business* 77, 527–546. – Lütkepohl, H. (2007): *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer. – Masset, P./Wallmeier, M. (2010): A High-Frequency Investigation of the Interaction between Volatility and DAX Returns, *European Financial Management* 16, 327–344. – Mills, J. A./Prasad, K. (1992): A Comparison of Model Selection Criteria, *Econometric Reviews* 11, 201–233. – Newey, W./West, K. (1987): A Simple, Positive Semi-Definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix, *Econometrica* 55, 703–708. – Pesaran, H. H./Shin, Y. (1998): Generalized Impulse Response Analysis



in Linear Multivariate Models, *Economics Letters* 58, 17–29. – *Pindyck*, R. S. (1984): Risk, Inflation, and the Stock Market, *American Economic Review* 74, 335–351. – *Pindyck*, R. S./*Rubinfeld*, D. L. (1998): *Econometric Models and Economic Forecasts*, 4. Auflage, McGraw-Hill. – *Poon*, S.-H./*Granger*, C. W. J. (2003): Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review, *Journal of Economic Literature* 41, 478–539. – *Schöne*, A. (2009): Zur Handelbarkeit der Volatilitätsindizes VDAX und VDAX-New der Deutschen Börse AG, *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung* 61, 881–910. – *Schöne*, A. (2010): Zum Informationsgehalt der Volatilitätsindizes VDAX und VDAX-New der Deutschen Börse AG, *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung* 62, 625–661. – *Schwarz*, G. (1978): Estimating the Dimension of a Model, *Annals of Statistics* 6, 461–464. – *Shefrin*, H. (2005): *A Behavioral Approach to Asset Pricing*, Elsevier. – *Shefrin*, H. (2007): *Behavioral Corporate Finance*, McGraw-Hill/Irwin. – *Simon*, D. P. (2003): The Nasdaq Volatility Index During and After the Bubble, *Journal of Derivatives* 11, 9–24. – *Sims*, C. A. (1980): Macroeconomics and Reality, *Econometrica* 48, 1–48. – *Skiadopoulos*, G. (2004): The Greek Implied Volatility Index: Construction and Properties, *Applied Financial Economics* 14, 1187–1196. – *Tallau*, C. (2011): Volatilitätsprognosen auf Basis der DAX-Volatilitätsindizes, *Kredit und Kapital* 44, 47–74. – *Talpsepp*, T./*Rieger* M. O. (2011): Explaining Asymmetric Volatility around the World, *Journal of Empirical Finance* 17, 938–956. – *Taylor*, S./*Yadav*, P./*Zhang* Y. (2010): The Information Content of Implied Volatilities and Model-Free Volatility Expectations: Evidence from Options Written on Individual Stocks, *Journal of Banking and Finance* 34, 871–881. – *Tsay*, R. S. (2005): *Analysis of Financial Time Series*, 2. Auflage, John Wiley & Sons. – *Tversky*, A./*Kahneman*, D. (1992): Advances in Prospect Theory: Cumulative Representation of Uncertainty, *Journal of Risk and Uncertainty* 5, 297–323. – *Whaley*, R. E. (2000): The Investor Fear Gauge, *Journal of Portfolio Management* 26, 12–17. – *Whaley*, R. E. (2009): Understanding the VIX, *Journal of Portfolio Management* 35, 98–105. – *White*, H. (1980): A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity, *Econometrica* 48, 817–838.

## Zusammenfassung

### Zur Rendite-Risiko-Beziehung am deutschen Aktienmarkt

#### Eine empirische Analyse der Beziehung zwischen dem Deutschen Aktienindex DAX und dem Volatilitätsindex VDAX

Diese Studie untersucht den empirischen Zusammenhang zwischen den Volatilitätsindizes VDAX bzw. VDAX-New und dem Aktienmarktindex DAX. Der im internationalen Umfeld dokumentierte negative Zusammenhang zwischen impliziten Volatilitätsindex- und Aktienmarktindexrenditen kann auch am deutschen Aktienmarkt nachgewiesen werden, wobei der negative Zusammenhang im Falle negativer DAX-Renditen betragsmäßig stärker ausgeprägt ist als bei positiven DAX-Renditen. Neben dieser Asymmetrie können zusätzliche quadratische Effekte, die sich als Angst bzw. Überschwang interpretieren lassen, nicht beobachtet

werden. Die empirischen Ergebnisse sind robust hinsichtlich des gewählten Volatilitätsindex, der Datenperiodizität sowie des Untersuchungszeitraums und lassen sich mit Erkenntnissen aus der Behavioral-Finance-Forschung erklären. Es ergeben sich zudem Hinweise für eine schwach ausgeprägte Prognosefähigkeit impliziter täglicher Volatilitätsrenditen auf der Basis zeitverzögerter DAX-Renditen, wobei dieser Zusammenhang in schlechten Marktphasen am stärksten ist. Diese Beobachtung ist mit der Leverage-Effekt-Hypothese vereinbar. (JEL G12, G14)

## Summary

### **Observations on the Risk/Yield Relationship in the German Stock Market**

#### **An Empirical Analysis of the Relationship Between the German Stock Index DAX and the Volatility Index VDAX**

This study examines the empirical relationship between the volatility indices VDAX as well as VDAX-New and the stock market index DAX. Extending prior international evidence, we document a negative relationship between the implied volatility indexes and the stock market index for the German stock market. This negative relationship is asymmetric, i. e., it is more pronounced for negative stock returns than for positive ones. In contrast, we are unable to uncover additional quadratic effects, which could be interpreted as investor panic or exuberance. These findings are robust with regards to the selected volatility index, data frequency, and sample period. Overall, our empirical results are consistent with loss aversion and prospect theory. Finally, we document weak predictability of daily volatility index returns using lagged stock market returns, and this relationship is strongest in bear market periods. These observations could be explained with the leverage effect hypothesis.