Betriebswirtschaftliche Forschungsergebnisse

Band 118

Sequentielle Investitionsentscheidungen unter Unsicherheit

Von

Gunther Friedl

Duncker & Humblot · Berlin

GUNTHER FRIEDL

Sequentielle Investitionsentscheidungen unter Unsicherheit

Betriebswirtschaftliche Forschungsergebnisse

Band 118

Sequentielle Investitionsentscheidungen unter Unsicherheit

Von

Gunther Friedl

Duncker & Humblot · Berlin

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Friedl, Gunther:
Sequentielle Investitionsentscheidungen unter Unsicherheit /
Gunther Friedl. – Berlin : Duncker und Humblot, 2001
(Betriebswirtschaftliche Forschungsergebnisse ; Bd. 118)
Zugl.: München, Univ., Diss., 2000
ISBN 3-428-10372-6

Fremddatenübernahme: Klaus-Dieter Voigt, Berlin
Druck: Berliner Buchdruckerei Union GmbH, Berlin
Printed in Germany

ISSN 0523-1027
ISBN 3-428-10372-6

Gedruckt auf alterungsbeständigem (säurefreiem) Papier
entsprechend ISO 9706 ♾

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

Geleitwort

Investitionen werden in der Betriebswirtschaftslehre vor allem aus finanzwirtschaftlicher Sicht analysiert. Die Probleme ihrer Steuerung und Kontrolle wurden bisher nur wenig untersucht, obwohl sie in vielen Wirtschaftszweigen beispielsweise bei Netzbetreibern oder in Forschung und Entwicklung eine maßgebliche Rolle spielen. Mit der Sequenz von Entscheidungen greift der Verfasser einen zentralen Aspekt dieses wichtigen Problemfeldes auf. Die Analyse der mit einer Investition verbundenen Folge von Entscheidungen öffnet zugleich den Blick dafür, dass dieser Prozess Entscheidungsoptionen enthält, die den Wert der Investition erhöhen. Damit wird ein Tatbestand einbezogen, der aus Sicht der Optionspreistheorie in den Vordergrund der neueren wissenschaftlichen Diskussion gerückt ist.

Im Unterschied zum traditionellen Vorgehen werden das Investitionsproblem und die bei ihm zu bewältigende Unsicherheit aus der Sichtweise des gesamten Investitionsprozesses behandelt. Dies ist einerseits im Hinblick auf die bestehenden Entscheidungsinterdependenzen sowie die Erfassung der Unsicherheit theoretisch interessant. Andererseits besitzen die Ergebnisse der Arbeit eine praktische Bedeutung, weil sie eine Verknüpfung der finanzwirtschaftlichen mit der realwirtschaftlichen Perspektive ermöglichen.

Die Arbeit von Herrn Friedl führt die Forschung zur Investition in beeindruckender Weise weiter. Ausgehend von einer systematischen Abgrenzung der Phasen des Investitionsprozesses, wie sie z. B. für F&E-Projekte, Erdölexplorationen oder Unternehmensgründungen typisch sind, werden Entscheidungsmodelle für die Investitionsphasen erweitert und miteinander verknüpft. In souveräner Nutzung des analytischen Instrumentariums werden Erkenntnisse zur Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes, der Handlungsoptionen in Bau- sowie Betriebsphase und der Beziehungen zwischen diesen Entscheidungen erarbeitet. Dadurch lässt sich zeigen, welche Bedeutung ihre Berücksichtigung für den Investitionswert besitzt und wie sich dieser mit dem entwickelten Ansatz bestimmen lässt. Zudem wird der Einfluss wichtiger Determinanten wie der erwarteten Preisänderungsrate, der Länge der Bauzeit oder variabler Investitionsauszahlungen aufgezeigt. Anhand eines Duopolmodells wird die Analyse auch auf die Wirkungen von Wettbewerb ausgeweitet.

Mit dieser Arbeit gelingt es, das betriebswirtschaftliche Instrumentarium zu Analyse und Fundierung von Investitionen einen wesentlichen Schritt weiterzuführen. Ihre Ergebnisse lassen sich einerseits zur Untermauerung von Investitionsentscheidungen nutzen, andererseits werden mit ihnen interessante qualitative Einsichten eröffnet.

München, im Herbst 2000 *Prof. Dr. Hans-Ulrich Küpper*

Vorwort

Reale Investitionen sind mit einer Vielzahl unterschiedlicher Entscheidungen verbunden. Diese Entscheidungen hängen in hohem Maße voneinander ab. Die anfängliche Investitionsentscheidung muss die Möglichkeit, nachfolgende Entscheidungen treffen zu können, berücksichtigen. Diese Tatsache wird dann besonders relevant, wenn Einzahlungen aus Investitionsprojekten erst in ferner Zukunft erwartet werden, wenn also zwischen der anfänglichen Investitionsentscheidung und dem Absatz von Produkten eine lange Zeitspanne liegt. In diesem Fall spielt Unsicherheit über Preise, Nachfrage oder Verhalten von Wettbewerbern und die Möglichkeit, darauf reagieren zu können, eine wichtige Rolle.

Mit dem sequentiellen Charakter von Investitionsentscheidungen unter Unsicherheit beschäftigt sich diese Untersuchung. Dazu werden Modelle entwickelt, die auf optionspreis- und spieltheoretischen Erkenntnissen beruhen und damit sowohl die Unsicherheit über Preise und Nachfrage als auch das Verhalten von Wettbewerbern in die Analyse miteinbeziehen können. Mit diesen Modellen lässt sich der Einfluss zahlreicher Determinanten auf Investitionsentscheidungen analysieren.

Die vorliegende Arbeit wurde im Februar 2000 von der Fakultät für Betriebswirtschaftslehre der Ludwig-Maximilians-Universität München als Dissertation angenommen. Sie entstand während meiner Tätigkeit am dortigen Institut für Produktionswirtschaft und Controlling. Besonders herzlich danken möchte ich meinem Doktorvater, Prof. Dr. Hans-Ulrich Küpper, für die ausgezeichnete fachliche und persönliche Betreuung. Er stand für Diskussionen stets zur Verfügung und gab zahlreiche wichtige Anregungen im Entstehungsprozess dieser Arbeit. Zu einem fruchtbaren Arbeitsklima an seinem Institut trugen nicht zuletzt die regelmäßigen Doktorandenseminare bei, in denen neben intensiven wissenschaftlichen Diskussionen auch sportliche Aktivitäten nicht zu kurz kamen. Sehr herzlich danken möchte ich auch Prof. Dr. Bernd Rudolph für die Übernahme des Zweitgutachtens sowie einige hilfreiche Anregungen.

Ohne die anregende und kollegiale Arbeitsatmosphäre hätte das Erstellen dieser Arbeit nur halb so viel Spaß gemacht. Für diese waren meine Kolleginnen und Kollegen verantwortlich, denen ich ebenfalls zu großem Dank verpflichtet bin. Dr. Andreas Mengele fungierte als einer der Ideengeber in der Anfangsphase dieser Arbeit. Markus Deliano danke ich für wichtige

Hinweise bei der Umsetzung des numerischen Lösungsverfahrens. Bei der Optimierung mit Standardsoftware unterstützte mich mein zeitweiliger Zimmernachbar Michael Gutierrez. Dr. Christian Hilz bin ich für einige Verbesserungsvorschläge dankbar. Dr. Burkhard Pedell schließlich hat mir durch ausführliche Diskussionen und seine kenntnisreichen Kommentare zu einer früheren Fassung des Manuskripts sehr geholfen.

Sehr herzlich danken möchte ich meinen Eltern für ihre über all die Jahre gewährte kontinuierliche Unterstützung, die mir meine umfangreiche Ausbildung erst ermöglichte. Neben ihnen gebührt der größte Dank meiner Frau Carolin. Sie hat mir in allen Phasen immer wieder Rückhalt und Kraft gegeben.

München, im Herbst 2000 *Gunther Friedl*

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis

Abb.	Abbildung
Aufl.	Auflage
BFuP	Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis
CAPM	Capital Asset Pricing Model
DBW	Die Betriebswirtschaft
FuE	Forschung und Entwicklung
HWB	Handwörterbuch der Betriebswirtschaft
OPEC	Organization of the Petroleum Exporting Countries
R&D	Research and Development
WiSt	Wirtschaftswissenschaftliches Studium
WISU	Wirtschaftsstudium
ZfB	Zeitschrift für Betriebswirtschaft
ZfbF	Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

1. Problemstellung und Gang der Untersuchung

Investitionen sind in aller Regel durch eine zeitliche Abfolge verschiedener Entscheidungen gekennzeichnet. Diese können unterschiedliche Zahlungswirkungen auslösen und voneinander abhängen. Damit handelt es sich bei Investitionsentscheidungen um ein sequentielles Entscheidungsproblem. Die anfängliche Investitionsentscheidung hängt in erheblichem Maße davon ab, inwieweit nachfolgende Entscheidungen Eingang in die gegenwärtig zu treffende Investitionsentscheidung finden.

Die vorliegende Arbeit untersucht den sequentiellen Charakter von Investitionsentscheidungen unter Unsicherheit und zeigt auf, wie dieser in ein Investitionsbewertungskalkül einbezogen werden kann. Im Rahmen von zwei Modellen wird eine Vielzahl an Determinanten sequentieller Investitionsentscheidungen analysiert.

Zunächst werden dazu in Kapitel 2 sequentielle Investitionsentscheidungen charakterisiert und deren Bedeutung bei realen Investitionen beispielhaft aufgezeigt. Als eine maßgebliche Bestimmungsgröße derartiger Entscheidungen werden verschiedene Arten der Unsicherheit systematisiert. Schließlich werden denkbare Bewertungsverfahren hinsichtlich ihrer Eignung zur Bewertung sequentieller Investitionsprojekte untersucht.

In Kapitel 3 wird ein Phasenmodell entwickelt, das den zeitlichen Verlauf realer Investitionsprojekte näherungsweise beschreibt. Anhand des Phasenmodells kann eine Systematisierung sequentieller Entscheidungsprobleme vorgenommen werden. In der Literatur existieren Ansätze, die zur Lösung einzelner Entscheidungsprobleme herangezogen werden können. Allerdings zeigt sich auch, dass bisher kein Bewertungsmodell entwickelt worden ist, welches in der Lage ist, eine Integration wichtiger Entscheidungsprobleme über die verschiedenen Phasen eines Investitionsprojektes vorzunehmen.

Daher wird aufbauend auf der Literaturanalyse in Kapitel 4 ein Modell entwickelt, das eine Analyse der Interdependenz wichtiger Entscheidungsprobleme über die Phasen eines Investitionsprojektes hinweg erlaubt. Aus diesem Modell können Entscheidungsregeln abgeleitet werden, die u.a. auf Erwartungen über künftige Einzahlungen beruhen und an den gegenwärtig beobachtbaren Marktpreis gekoppelt sind. Mit Hilfe numerischer Lösungen kann der Einfluss einzelner Phasen sowie weiterer Bestimmungsgrößen auf die Investitionsentscheidungen analysiert werden.

Bei einer Vielzahl realer Investitionsentscheidungen hat das Verhalten von Wettbewerbern Einfluss auf den Wert der eigenen Investition. Diese Konstellation wird in Kapitel 5 mit Hilfe eines zeitkontinuierlichen spieltheoretischen Modells bei unsicherer Nachfrage untersucht. Es zeigt sich, dass die Marktstruktur einen erheblichen Einfluss auf Investitionsentscheidungen einer Unternehmung hat. Daneben wird die Bedeutung der inversen Nachfragefunktion herausgestellt.

Kapitel 6 schließlich beleuchtet die Implikationen der Arbeit. Die Grenzen und Leistungen der Untersuchung werden dargestellt und die Konsequenzen der gewonnenen Erkenntnisse für das Investitions-Controlling beschrieben. Hinweise für künftige Forschungsarbeiten beschließen die Arbeit.

2. Grundlagen der Bewertung sequentieller Investitionsprojekte unter Unsicherheit

2.1 Zeitaspekte in der Investitionstheorie

Die Bedeutung von Zeitaspekten in der Investitionstheorie wurde bereits früh erkannt und untersucht. So geht die Bestimmung des optimalen Ersatzzeitpunktes einer industriellen Anlage unter der Annahme einer unendlichen Investitionskette zurück auf *Preinreich* (1940).[1]

Mit dem Konzept der flexiblen Planung wurde die Frage nach dem optimalen Investitionszeitpunkt auch für Neuinvestitionen implizit betrachtet.[2] Doch erst in der jüngeren Vergangenheit ist mit der Übertragung von Ideen aus der Optionspreistheorie auf Investitionsentscheidungen[3] die Bedeutung der Wahl des richtigen Investitionszeitpunktes stärker ins Blickfeld der betriebswirtschaftlichen Forschung gerückt.[4] Im Rahmen von optionspreistheoretisch fundierten Modellen wurden optimale Investitionszeitpunkte bei Unsicherheit über die Höhe der aus der Investition resultierenden Ein- und Auszahlungen bestimmt und der Wert einer Aufschubmöglichkeit eines Investitionsprojektes quantifiziert.[5] Auch eine Vielzahl dynamischer spieltheoretischer Modelle analysieren optimale Markteintrittszeitpunkte in oligopolistischen Marktstrukturen.[6] In der Regel werden dabei zwei Unternehmen betrachtet, die in ihrem eigenen Handlungskalkül die möglichen Hand-

---

[1] Im deutschsprachigen Raum wurde diese Analyse von Erich Schneider aufgegriffen und weitergeführt, vgl. *Schneider* (1942). Ausführliche Überblicke über Modelle zur Bestimmung des optimalen Ersatzzeitpunktes bzw. der optimalen Nutzungsdauer einer Investition finden sich beispielsweise in *Götze/Bloech* (1995), S. 201 ff. und in *Swoboda* (1996), S. 93 ff.

[2] Vgl. hierzu vor allem *Laux* (1971), insbesondere S. 93 f. und *Hax/Laux* (1972).

[3] Vgl. *Myers* (1977), der erstmals auf die Analogie einer künftigen Investitionsmöglichkeit und einer Call-Option hinwies, vgl. auch *Kester* (1984).

[4] Allerdings hat diese Frage in Standardlehrbüchern zur Investition und Finanzierung bislang keinen Eingang gefunden, vgl. z.B. *Blohm/Lüder* (1991), *Franke/Hax* (1994), *Kruschwitz* (1990), *Perridon/Steiner* (1997), *Swoboda* (1996), *Troßmann* (1998).

[5] Vgl. *McDonald/Siegel* (1986).

[6] Vgl. z.B. *Dutta/Rustichini* (1993), *Maurer* (1996), S. 40 ff. zu dynamischen spieltheoretischen Modellen unter Unsicherheit in kontinuierlicher Zeit, für einen Überblick über derartige allerdings zeitdiskrete Modelle vgl. *Pedell* (1999), S. 202 ff. und *Janssen* (1996), S. 70 ff.

lungen der jeweils anderen Unternehmung berücksichtigen. Daneben bietet die Literatur zum strategischen Management eine ausführliche konzeptionelle Diskussion zu optimalen Investitionszeitpunkten. So hat sie sich beispielsweise mit der Frage befasst, unter welchen Bedingungen es für eine Unternehmung vorteilhaft ist, als erste zu investieren und damit sogenannte „First Mover-Vorteile" zu realisieren.[7]

Neben Überlegungen zum richtigen Zeitpunkt für Neu- und Ersatzinvestitionen hat das Investitions-Controlling den Blick zunehmend auf die Betrachtung von Zeiträumen und hier insbesondere auf einzelne Phasen innerhalb des Investitionsprozesses gelenkt.[8] In diesem Zusammenhang wurden beispielsweise Aufgaben und Instrumente eines Anlagen-Controlling analysiert, die an einer lebenszyklusorientierten Sicht eines Investitionsobjektes ansetzen.[9] *Sierke* unterscheidet den Investitionsprozess in einen prädisponierenden Teil, der die Anregungs- und Entscheidungsphase beinhaltet und einen realisierenden Teil, der aus der Durchführungs-, Nutzungs- und Degenerationsphase besteht.[10] Aus diesem werden Aufgaben für das Investitions-Controlling abgeleitet, ohne dass jedoch aufgezeigt wird, inwieweit diese Phasen in quantitativen Bewertungskalkülen Berücksichtigung finden könnten. Während es für das Controlling in Einzelbereichen verschiedene, teilweise auch quantitative Ansätze für eine theoretische Analyse von Interdependenzen gibt,[11] fehlt dem Investitions-Controlling insbesondere hinsichtlich der Analyse zeitlicher Interdependenzen innerhalb eines Investitionsprojektes eine ähnliche theoretische Grundlegung. Aussagen über den Einfluss einzelner Phasen eines Investitionsprojektes auf dessen Bewertung sind bisher weitgehend qualitativer Natur.[12] Die Entwicklung quantitativer Bewertungskalküle unter Berücksichtigung zeitlicher Interdependenzen scheint daher ein wichtiger Baustein sowohl für die Investitionstheorie als auch für das Investitions-Controlling zu sein.

---

[7] Vgl. hierzu z.B. *Lieberman/Montgomery* (1988), *Wernerfelt/Karnani* (1987), *Gal-Or* (1985). Zu einem umfassenden Modell des Zeitwettbewerbs zweier Unternehmen mit einer Analyse der Erfolgsbedingungen für Pionier- und Folgerstrategien vgl. *Voigt* (1998), S. 296 ff.

[8] Vgl. z.B. *Adam* (1997), S. 6 ff., *Jaspersen* (1996), S. 884 ff., *Küpper* (1991), S. 172 f., *Sierke* (1990), S. 93 ff.

[9] Vgl. z.B. *Männel* (1991), S. 194 ff.

[10] Vgl. *Sierke* (1990), S. 93 ff.

[11] So werden beispielsweise zur Analyse von Verhaltensinterdependenzen Agency-Modelle herangezogen (vgl. z.B. *Trauzettel* (1999)), mit der vielfach auch quantitative, theoretische Aussagen zum Controlling gewonnen werden können, vgl. hierzu insbesondere *Küpper* (1997), S. 44 ff.

[12] Dies verwundert um so mehr, als in der volkswirtschaftlichen Literatur bedeutende makro- und mikroökonomische Implikationen der Phase zwischen der Investitionsentscheidung und der Inbetriebnahme einer Investition aufgezeigt wurden, vgl. beispielsweise *Kydland/Prescott* (1982), S. 1345 ff., *Nickell* (1978), S. 51 ff.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

2.2 Kennzeichnung sequentieller Investitionsprojekte

2.2.1 Mehrstufigkeit und zeitliche Interdependenz als konstitutive Merkmale sequentieller Investitionsprojekte

In der betriebswirtschaftlichen Investitionsrechnung wird in der Regel eine zahlungsorientierte Definition von Investitionen zugrunde gelegt.[13] Demnach ist eine Investition eine betriebliche Tätigkeit, die zu unterschiedlichen Zeitpunkten Auszahlungen und Einzahlungen verursacht, wobei dieser Vorgang immer mit einer Auszahlung beginnt.[14] Eine derart allgemeine Definition ist zwar umfassend, aber nicht konkret genug, das Verständnis für die im Zusammenhang mit Investitionstätigkeiten auftretenden Probleme zu schärfen. In der Realität muss besonders bei größeren Investitionsvorhaben die Struktur der Zahlungsströme konkretisiert werden. Vor allem die in vielen Beispielrechnungen unterstellte Annahme einer einmaligen Investitionsauszahlung zu Beginn des Investitionsprojektes[15] ist bei größeren Investitionsprojekten eine zu starke Vereinfachung. Vielmehr erfolgen Auszahlungen zu Beginn eines Investitionsprojektes häufig in mehreren Schritten. Vor einer Teilauszahlung kann dann in der Regel neu über die Vorteilhaftigkeit des Projektes entschieden werden. Dabei kann zum einen eine diskrete Reihe an Investitionsauszahlungen betrachtet werden, bei der jeweils vor einer weiteren Auszahlung eine Entscheidung getroffen werden kann. Dann besteht die Investition aus einer endlichen Anzahl an Stufen, welche sich auf die einzelnen Teilauszahlungen beziehen. Zum anderen kann man im Rahmen der Modellbildung zu einem kontinuierlichen Auszahlungsstrom zur Errichtung des Investitionsobjekts übergehen, bei dem zu jedem Zeitpunkt eine Entscheidung über die Fortsetzung des Projektes getroffen werden kann. Dann handelt es sich um einen Investitionsprozess mit unendlich vielen Stufen. Daneben kann sich die Mehrstufigkeit auch schon auf die Zeit vor der ersten Auszahlung erstrecken. Dies ist beispielsweise dann der Fall, wenn eine Entscheidung über eine Verschiebung des Investitionsprojektes getroffen wird. Diese Entscheidung zieht eine weitere Entscheidung zu einem späteren Zeitpunkt über die Durchführung des Investitionsprojektes nach sich.

Sequentielle Investitionen sind nicht nur mehrstufig, sondern auch zeitlich interdependent. Die zeitliche Interdependenz bezieht sich sowohl auf die mit dem Investitionsprojekt verbundenen Entscheidungen als auch auf die Reihenfolge der Auszahlungen. Zeitlich nachgelagerte Entscheidungen bei sequentiellen Investitionsprojekten haben Auswirkungen auf die anfäng-

---

[13] Vgl. *Rückle* (1993), Sp. 1924.

[14] Vgl. *Kruschwitz* (1990), S. 4 f.

[15] Vgl. z.B. *Swoboda* (1996), S. 22 f., *Perridon/Steiner* (1997), S. 61.

liche Investitionsentscheidung.[16] Beispielsweise kann die Möglichkeit einer Entscheidung über einen vorzeitigen Verkauf eines Investitionsobjektes dazu führen, dass eine Investition als vorteilhaft angesehen und durchgeführt wird, während sie im Fall des Fehlens dieser Möglichkeit nicht durchgeführt worden wäre.[17] Diese Art der Interdependenz von Entscheidungen innerhalb eines Investitionsprojektes wird als zeitlich-vertikale Interdependenz bezeichnet.[18] Neben der zeitlichen Entscheidungsinterdependenz hängen in der Regel die mit dem Investitionsprojekt verbundenen sequentiellen Auszahlungen voneinander ab. Die Reihenfolge der Auszahlungen ist in der Regel nicht beliebig, sondern durch die Art des Investitionsprojektes vorgegeben. So müssen bei einem Immobilienbau zunächst die Aushubarbeiten fertiggestellt sein, bevor der Rohbau erstellt werden kann. Erst danach können die Installations- und Innenarbeiten vorgenommen werden. Dieses Beispiel zeigt, dass die Höhe der Investitionsauszahlung zu jedem Zeitpunkt nicht beliebig gewählt werden kann, sondern vom Zustand abhängt, in dem sich das Investitionsprojekt befindet.[19] Insofern ist die Höhe der unmittelbar folgenden Investitionsauszahlung eine Funktion des bisherigen zeitlichen Verlaufs der Auszahlungen.

Die beiden beschriebenen Merkmale der Mehrstufigkeit und der zeitlichen Interdependenz sind sowohl notwendige als auch hinreichende Bedingungen für sequentielle Investitionsprojekte. Investitionen, die diese beiden Merkmale erfüllen, werden in dieser Arbeit als sequentiell bezeichnet.

2.2.2 Irreversibilität und sequentielle Investitionsprojekte

Bereits getätigte Auszahlungen können nach dem Grad ihrer Reversibilität unterschieden werden. Kann der Investor die bisher erfolgten Auszahlungen (teilweise) wieder durch Einzahlungen kompensieren, beispielsweise durch einen Verkauf der bereits erstellten Anlagen, so werden die Investitionsauszahlungen als (teilweise) reversibel bezeichnet.[20] Der Grad an Reversibilität kann erhebliche Auswirkungen auf die zu treffende Entscheidung haben. Investitionsentscheidungen sind in der Regel dann irreversibel, wenn sie firmen- oder branchenspezifisch sind.[21] Daneben sind auch Inves-

[16] Vgl. hierzu auch *Laux* (1971), S. 13 ff.

[17] Vgl. *Brealey/Myers* (1991), S. 514 ff.

[18] Vgl. *Jacob* (1964), S. 504. Unter horizontaler Interdependenz versteht man dagegen die „sachlichen nicht zeitübergreifenden Kopplungen zwischen den Variablen einer Zielgröße“, *Adam* (1996), S. 183.

[19] Vgl. zu einem anderen Beispiel Abschnitt 4.6.1.

[20] Vgl. zu einer Diskussion der Eigenschaft der Reversibilität *Pedell* (1999), S. 49 ff.

[21] Vgl. *Dixit/Pindyck* (1994), S. 8.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

titionen, die nicht firmen- oder branchenspezifisch sind, oft (teilweise) irreversibel, da für mögliche Käufer die Qualität des zu verkaufenden Investitionsobjekts nicht exakt ermittelbar ist und diese daher einen im Vergleich zum Wert niedrigeren Kaufpreis zu zahlen bereit sind.[22] Folglich sind die meisten Investitionen nicht vollständig reversibel.

Einen wesentlichen Einfluss auf den Grad an Irreversibilität einer Investition hat deren sequentieller Charakter. Mit der Entscheidung zur Durchführung eines sequentiellen Investitionsprojektes ist nämlich lediglich der Teil der Auszahlungen, der während der ersten Stufe erfolgt, unwiderruflich determiniert. Sollten sich während dieser Stufe bestimmte Rahmenbedingungen ändern, die eine Fortsetzung des Projektes als unvorteilhaft erscheinen lassen, kann es abgebrochen werden, ohne dass die vollen Investitionsauszahlungen erfolgen müssen. Damit weist ein sequentielles Investitionsprojekt, welches die Möglichkeit beinhaltet, im weiteren Verlauf Entscheidungen treffen zu können, im Allgemeinen einen höheren Grad an Reversibilität auf als ein Projekt, dessen Ablauf mit der ersten Investitionsentscheidung vollständig determiniert ist.

2.2.3 Entscheidungsprobleme bei sequentiellen Investitionsprojekten

Trägt man den charakteristischen Merkmalen sequentieller Investitionsprojekte Rechnung, werden Entscheidungsprobleme relevant, die in der Investitionstheorie erst in den letzten Jahren stärkere Beachtung fanden.[23]

---

[22] Vgl. *Akerlof* (1970).

[23] In der traditionellen Literatur zur Investitionsrechnung werden in der Regel drei Typen von Investitionsentscheidungen unterschieden (vgl. z. B. *Hax* (1985), S. 10, *Adam* (1997), S. 40, *Blohm/Lüder* (1991), S. 49 und S. 271): (i) Die Entscheidung, ob ein einzelnes Investitionsprojekt durchgeführt werden soll (Vorteilhaftigkeitsentscheidung), (ii) die Entscheidung, welches von zwei oder mehreren einander ausschließenden Investitionsprojekten durchgeführt werden soll (Auswahlentscheidung), (iii) die Entscheidung, wie das Investitionsprogramm aussehen soll, wenn nur ein fester Kapitalbetrag verfügbar ist, oder wenn zusätzliche Finanzierungsmaßnahmen nur mit steigenden Kosten möglich sind (Investitionsprogrammentscheidung bei Finanzierungsrestriktion). Während sich die Vorteilhaftigkeitsentscheidung und die Auswahlentscheidung auf die Realisierung eines einzelnen Investitionsprojektes beziehen, umfasst die Investitionsprogrammentscheidung mehrere Investitionen. Bei der Betrachtung eines einzelnen Investitionsprojektes werden neben den beiden genannten Entscheidungsproblemen teilweise die Bestimmung der optimalen Nutzungsdauer einer Investition sowie des richtigen Ersatzzeitpunktes als weitere mögliche Fragestellungen der Investitionsrechnung genannt (vgl. *Götze/Bloech* (1995), S. 50, *Kruschwitz* (1990), S. 6, *Swoboda* (1996), S. 93 ff. und S. 117 ff., *Adam* (1997), S. 42, letzterer subsumiert das Investitionsersatzproblem und die Bestimmung der optimalen Nutzungsdauer unter die Investitionswahlprobleme). Auch diese Entscheidungen beziehen sich auf ein einzelnes Investitionsprojekt,

Im Zuge optionspreistheoretischer Investitionsbewertungsverfahren wurden Handlungsmöglichkeiten und damit Entscheidungsalternativen einer Unternehmung während des gesamten Investitionsprozesses betrachtet.[24] Solche Handlungsmöglichkeiten werden auch als Realoptionen bezeichnet.[25] Dieser Begriff greift die konzeptionelle Analogie von unternehmerischen Handlungsmöglichkeiten mit Finanzoptionen auf, die ebenfalls das Recht, aber nicht die Pflicht beinhalten, eine bestimmte Wahlhandlung auszuführen. Eine Handlungsmöglichkeit kann beispielsweise darin bestehen, eine Investition zu verschieben. Damit diese Handlungsmöglichkeit als Option interpretiert und bewertet werden kann, müssen entsprechend Abbildung 2.1[26] vier Bedingungen erfüllt sein:[27]

(1) Die Möglichkeit der Verzögerbarkeit der Investition muss tatsächlich als Handlungsalternative gegeben sein.

(2) Die Investition muss zumindest teilweise irreversibel sein, das heißt eine vollständige Kompensation der Investitionsauszahlung durch die Einzahlung aus dem Verkauf des Investitionsobjektes darf nicht möglich sein.

(3) Es muss Unsicherheit über die Vorteilhaftigkeit des Investitionsprojektes bestehen.

(4) Die Verzögerung muss mit einer Verbesserung des Informationsstands über die Vorteilhaftigkeit einhergehen.

Die erste Bedingung begründet die Existenz, die anderen drei Bedingungen zusätzlich die Werthaltigkeit einer Möglichkeit der Verschiebung eines Investitionsprojektes.

Tabelle 2.1[28] gibt einen Überblick über verschiedene Arten von Handlungsmöglichkeiten und damit Entscheidungsproblemen, die bei sequentiellen Investitionsprojekten eine Rolle spielen können und die mit diesen Entscheidungsproblemen verbundenen Realoptionstypen.

---

wobei sie von dem Vorhandensein von Folgeinvestitionen abhängig sind und somit im Allgemeinen nicht isoliert betrachtet werden können (vgl. *Swoboda* (1996), S. 93 ff.).

[24] Vgl. zu einem Überblick über diese Literatur *Dixit/Pindyck* (1994), *Trigeorgis* (1996), S. 1 ff. Vgl. hierzu auch *Dixit* (1989), *Dixit* (1991), *Pindyck* (1991).

[25] Der Begriff *real options* wird erstmals von *Myers* verwendet, vgl. *Myers* (1977), S. 147. In die deutschsprachige Literatur wurde dieser Begriff von *Laux* (1993) eingeführt.

[26] Abbildung entnommen aus *Pedell* (1999), S. 154.

[27] Vgl. *Pedell* (1999), S. 153 f.

[28] Tabelle modifiziert nach *Trigeorgis* (1996), S. 2 f.

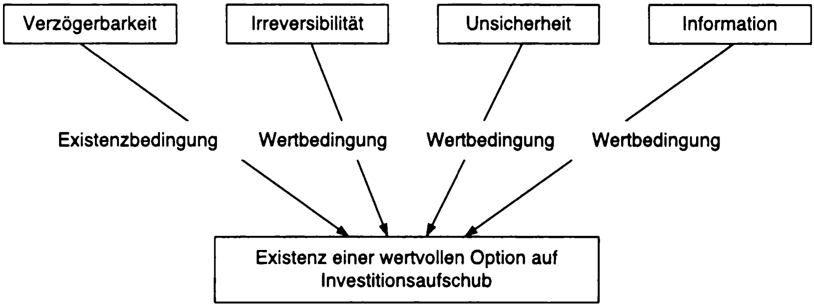

Abbildung 2.1: Bedingungen für die Existenz und die Werthaltigkeit einer Option auf Investitionsaufschub

Tabelle 2.1

Wichtige Entscheidungsprobleme und deren Abbildung durch Realoptionen bei sequentiellen Investitionen

Entscheidungsproblem	Realoptionstyp	Literatur (Auswahl)
Wahl des richtigen Investitionszeitpunkts	Option auf Investitionsaufschub	*McDonald/Siegel* (1986) *Paddock/Siegel/Smith* (1988) *Ingersoll jr./Ross* (1992) *Laughton/Jacoby* (1993) *Hu/Øksendal* (1998)
Abbruch des Investitionsprojekts	Liquidationsoption	*Myers/Majd* (1990) *Berger/Ofek/Swary* (1996)
Unterbrechung des Investitionsprojekts	Option auf Investitionsaufschub	*Majd/Pindyck* (1987)
Temporäre Stilllegung von Kapazitäten	Produktionsoption	*McDonald/Siegel* (1985) *Brennan/Schwartz* (1985a) *Brennan/Schwartz* (1985b)
Erweiterung oder Reduzierung des Investitionsprojekts (Kapazitätsanpassung)	Wachstums- bzw. Reduktionsoption	*Pindyck* (1988)

Vor Beginn der Investitionstätigkeit stellt sich die Frage nach dem optimalen Investitionszeitpunkt. Selbst wenn man die Vorteilhaftigkeit eines Projektes zum jetzigen Zeitpunkt bejaht, muss man die Durchführung dieses Projektes zum jetzigen mit der Durchführung zu möglichen späteren

Zeitpunkten vergleichen. Diese Option auf Investitionsaufschub wird insbesondere bei Unsicherheit über künftige Einzahlungen aus der Investition bedeutend.

Ist die Entscheidung über einen Beginn des Investitionsvorhabens getroffen, dann besteht die Möglichkeit, das Projekt wieder abzubrechen. Ein Abbruch des Projektes ist in der Regel mit zusätzlichen Auszahlungen oder auch Einzahlungen verbunden. Diesen muss die Differenz aus den erwarteten Aus- und Einzahlungen bei Fortführung des Projektes gegenübergestellt werden. Die Möglichkeit eines Projektabbruchs wird in der Literatur zu Realoptionen auch als Liquidationsoption bezeichnet und weist eine konzeptionelle Analogie zur Put-Option auf Finanzmärkten auf.

Während ein Projektabbruch eine vollständige Einstellung des Investitionsvorhabens zur Folge hat, läßt eine Projektunterbrechung eine spätere Wiederaufnahme der Investitionstätigkeit zu. Nach einer Entscheidung über eine Unterbrechung des Investitionsvorhabens stellt sich wieder die Frage nach dem optimalen Zeitpunkt für die Wiederaufnahme der Investitionstätigkeit. Entscheidungen über Unterbrechung und über Abbruch unterscheiden sich in der Regel in den damit verbundenen Auszahlungswirkungen. Während man bei einem Projektabbruch im Allgemeinen von einmaligen Stilllegungskosten ausgehen kann, müssen bei einer Unterbrechung in der Regel laufende Auszahlungen berücksichtigt werden, deren Summe mit zunehmender Dauer der Unterbrechung steigt.

Eng verbunden mit der Entscheidung über eine Projektunterbrechung ist die Frage nach der temporären Stilllegung von Kapazitäten. Diese stellt einen Spezialfall der Unterbrechung in einer Phase des Investitionsprojektes dar, bei der bereits Einzahlungen realisiert werden. Sind die variablen Auszahlungen höher als die Einzahlungen, bietet sich eine temporäre Stilllegung an. Dabei müssen allerdings in der Regel Auszahlungen für den Zeitraum der Stilllegung berücksichtigt werden. Die Möglichkeit der Wiederaufnahme der Produktion wird auch als Produktionsoption bezeichnet.[29]

In den meisten Fällen ist es möglich, den Umfang des geplanten Investitionsvorhabens und damit die Kapazitäten beispielsweise an aktuelle Marktentwicklungen anzupassen. Bei einer günstigen Entwicklung kann das Projekt erweitert werden, während eine ungünstige Entwicklung die Frage nach einer Reduzierung des Umfangs des Investitionsprojektes aufwirft. Dementsprechend spricht man von einer Wachstums- oder Reduktionsoption.

[29] Vgl. *Troßmann* (1997), S. 517. Zu einer Diskussion dieser Bezeichnung vgl. *Scheffen* (1995), S. 58 ff.

2.3 Determinanten sequentieller Investitionsentscheidungen

2.3.1 Zielgrößen als Grundlage für sequentielle Investitionsentscheidungen

Die Grundlage, auf der sequentielle Investitionsentscheidungen getroffen werden, bilden die damit verfolgten Ziele. In den letzten Jahren ist die Marktwertmaximierung des Eigenkapitals als zentrale unternehmerische Zielsetzung in den Mittelpunkt betriebswirtschaftlicher Überlegungen gerückt.[30] Im Rahmen des Shareholder Value-Ansatzes ist dieses Ziel Bezugspunkt für sämtliche unternehmerische Aktivitäten.[31] Denn unter der Voraussetzung der Existenz eines vollkommenen Kapitalmarkts[32] bildet die Orientierung an der Marktwertmaximierung des Eigenkapitals sowohl unter Sicherheit als auch unter Unsicherheit eine Entscheidungsgrundlage, welche die Interessen aller Kapitalgeber unabhängig von deren Zeit- und Risikopräferenzen gleichermaßen berücksichtigt.[33] Wenn diese Voraussetzung jedoch nicht erfüllt ist, das heißt, wenn der Kapitalmarkt nicht vollkommen ist, dann müssen Annahmen über die Präferenzen der Kapitalgeber getroffen werden.[34] Falls mehrere Kapitalgeber existieren, deren Präferenzen sich unterscheiden, kann es zu Interessenkonflikten kommen.[35]

Unterstellt man die Marktwertmaximierung des Eigenkapitals als Zielsetzung sämtlicher unternehmerischer Aktivitäten, so gilt dies insbesondere auch für Investitionsentscheidungen. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird deshalb auch von dieser Zielgröße als Grundlage für sequentielle Investitionsentscheidungen ausgegangen. Daraus ergibt sich für alle im Zusammenhang mit Investitionen zu treffenden Entscheidungen die Orientierung am Kapitalwert der Investition.[36] Unter Unsicherheit muss dieser Kapitalwert jedoch die (Zahlungs-)Wirkungen möglicher künftiger Entscheidungen, die aufgrund der Realisation unsicherer Größen getroffen werden können, berücksichtigen. Es genügt also nicht, lediglich zum Entscheidungszeitpunkt einen Kapitalwert zu berechnen, der davon ausgeht, dass die Investition in ihrer ursprünglich geplanten Form realisiert wird. Vielmehr muss

---

[30] Vgl. z. B. *Mengele* (1999), S. 6.

[31] Zu einer Legitimation dieser Zielsetzung vgl. z. B. *Schmidt* (1990), S. 27 f.

[32] Vgl. zu den Annahmen eines vollkommenen Kapitalmarkts z. B. *Brealey/Myers* (1991), S. 20.

[33] Vgl. *Schmidt* (1990), S. 44 ff.

[34] In der Regel werden dann entweder risikoneutrale oder risikoaverse Kapitalgeber unterstellt. Eine genauere Analyse der Bedingungen, unter denen die Marktwertmaximierung die Interessen aller Kapitalgeber gleichermaßen berücksichtigt, findet sich in *Ballwieser/Schmidt* (1981) und der dort angegebenen Literatur.

[35] Vgl. *Schmidt* (1990), S. 42 ff.

[36] Vgl. z. B. *Brealey/Myers* (1991), S. 22.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

die Zielgröße für die Bewertung sequentieller Investitionsentscheidungen explizit künftige Aktionsspielräume miteinbeziehen. Auf die Bedeutung einer Berücksichtigung künftiger Handlungsmöglichkeiten für die Bewertung von Investitionen hat *Hart* (1940) bereits früh hingewiesen. Im Kontext der Literatur zur flexiblen Investitionsplanung ist diese Idee konkretisiert worden.[37] Eine noch stärkere Beachtung haben Handlungsspielräume im Zusammenhang mit optionspreistheoretischen Investitionsbewertungsverfahren gefunden.

2.3.2 Arten der Unsicherheit bei sequentiellen Investitionsprojekten

Der Wert eines sequentiellen Investitionsprojektes ist letztendlich von zwei Faktoren abhängig, nämlich

- von der Höhe und zeitlichen Struktur der mit dem Investitionsprojekt verbundenen Ein- und Auszahlungen und
- von den Zinssätzen, zu denen künftige Ein- und Auszahlungen auf- bzw. abgezinst werden.

Die Höhe und zeitliche Struktur der mit einem Investitionsprojekt verbundenen Aus- und Einzahlungen lassen sich in der Regel nicht mit Sicherheit prognostizieren. Diese Größen sind risikobehaftet bzw. unsicher.[38]

Bei sequentiellen Investitionen läßt sich entsprechend Abbildung 2.2 die Unsicherheit zunächst danach einteilen, ob sie die Einzahlungen oder die Auszahlungen innerhalb des Investitionsprojektes betrifft.[39] Unsicherheit über die Einzahlungen kann verschiedene Ursachen haben. So können beispielsweise im Allgemeinen weder Mengen noch Absatzpreise der im Rahmen des Investitionsprojektes hergestellten Güter als unmittelbare Bestimmungsgrößen der Einzahlungen mit Sicherheit prognostiziert werden. Unter Umständen kann über die Preis-Absatz-Funktion ein Zusammenhang zwischen Mengen und Preisen hergestellt werden. Dann hängt sowohl die Unsicherheit über den Preis als auch über die Mengen der hergestellten Pro-

---

[37] Vgl. dazu vor allem *Laux* (1971), *Hax/Laux* (1972) und Abschnitt 2.4.1.

[38] In der Entscheidungstheorie werden unter dem Oberbegriff Unsicherheit die Begriffe Risiko und Ungewissheit nach einer auf *Knight* (1921) zurückgehenden Unterscheidung über das Vorliegen bzw. Fehlen von Aussagen bezüglich der Wahrscheinlichkeitsverteilung definiert, vgl. *Bamberg/Coenenberg* (1996), S.14 ff. Zu einer Diskussion entscheidungstheoretischer Unsicherheitskonzepte vgl. auch *Koch* (1994), S. 8 ff. Im Rahmen dieser Arbeit wird stets von der Existenz von quantifizierbaren Wahrscheinlichkeitsverteilungen ausgegangen, vgl. auch *Janssen* (1996), S. 33.

[39] Zu einer anderen Unterscheidung von Arten der Unsicherheit vgl. z.B. *Reinhardt* (1997), S. 20 f.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

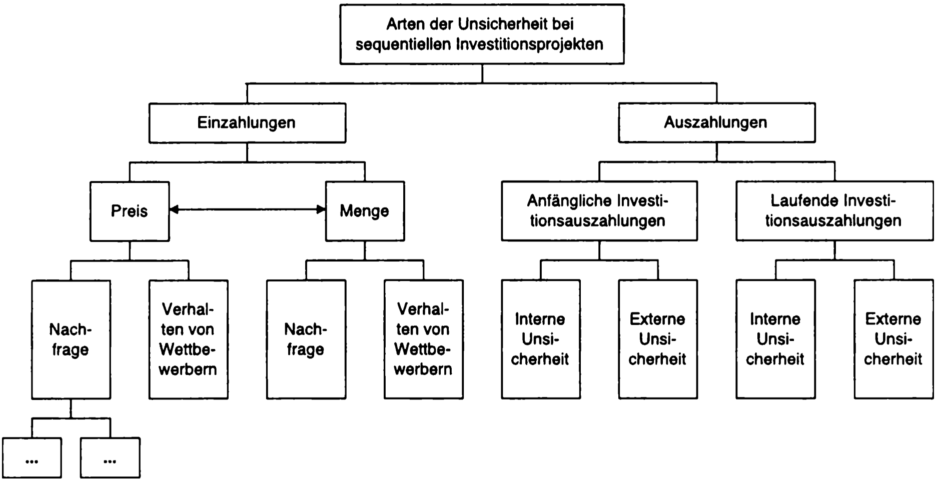

Abbildung 2.2: Systematisierung von Arten der Unsicherheit bei sequentiellen Investitionsprojekten

dukte von der Nachfrage der Konsumenten bzw. Käufer ab. Ferner bildet das Investitionsverhalten von Wettbewerbern eine weitere Quelle der Unsicherheit, die sich auf die mit einer Investition verbundenen Einzahlungen bezieht. Denn in der Regel sind sowohl die Anzahl der am Markt absetzbaren Produkte einer Unternehmung als auch der erzielbare Preis abhängig vom Angebot an vergleichbaren Produkten anderer Unternehmen. Weitere Arten der Unsicherheit lassen sich identifizieren, wenn man in der Betrachtungsebene noch weiter nach unten geht und beispielsweise die Bestimmungsgrößen der Nachfrage untersucht. Hier werden Präferenzen der Kunden genauso wie volkswirtschaftliche Rahmendaten bedeutsam, die letztendlich die Höhe der Einzahlungen beeinflussen.

Für eine Analyse der Arten der Unsicherheit bezüglich der Investitionsauszahlungen lassen sich diese unterteilen in die anfänglichen Investitionsauszahlungen zur Erstellung des Investitionsobjektes und die laufenden Auszahlungen, die dem Erhalt der Betriebsbereitschaft der Investition oder der Produktion dienen. Bei sequentiellen Investitionsprojekten, bei denen das Investitionsobjekt erst nach einer bestimmten Zeitdauer mit mehreren aufeinander folgenden Einzelauszahlungen fertiggestellt ist, unterliegen die anfänglichen Investitionsauszahlungen bis zur Erstellung des Investitionsobjektes zwei verschiedenen Arten der Unsicherheit. Zum einen sieht sich die Unternehmung interner Unsicherheit ausgesetzt. Diese bezieht sich auf die Schwierigkeit, unter der Annahme gegebener und sicherer Preise für die

Einsatzgüter die Menge an benötigten Ressourcen bis zur Erstellung des Investitionsobjektes anzugeben. Sie ist beispielsweise bei Investitionen in Forschung und Entwicklung besonders relevant, bei denen die im Verlauf eines Projektes auftretenden Probleme mit dem daraus resultierenden zeitlichen Bedarf nur schwer prognostiziert werden können. Bei so definierter interner Unsicherheit führt eine Verschiebung des Investitionsprojektes in der Regel nicht zu einem verbesserten Informationsstand der Unternehmung. Nur wenn die Unternehmung das Projekt tatsächlich durchführt, wird diese Art der Unsicherheit gelöst. Zum anderen kann Unsicherheit über die Preise für die benötigten Ressourcen zur Erstellung des Investitionsobjektes bestehen. Bei dieser unternehmensexternen Unsicherheit kann die Unternehmung ihren Informationsstand durch bloßes Abwarten verbessern. Sie kann die Preise unabhängig von der Durchführung der Investition beobachten und bei günstiger Preisentwicklung gegebenenfalls eine Entscheidung für das Tätigen der Investition treffen. [40]

Unsicherheit über die laufenden Auszahlungen kann sich zum einen auf die Notwendigkeit von Reparaturarbeiten oder anderen Maßnahmen, die der Aufrechterhaltung der Betriebsbereitschaft der Investition dienen, beziehen. Derartige Auszahlungen treten in der Regel in unregelmäßigen Abständen auf und sind sowohl bezüglich ihres Zeitpunktes sowie ihrer Höhe unsicher. Dabei handelt es sich um eine interne Quelle der Unsicherheit, die erst dann gelöst werden kann, wenn beispielsweise eine Fabrik tatsächlich in Betrieb ist. Zum anderen erfolgen mit der Nutzung der Investition variable Investitionsauszahlungen für die Einsatzgüter, deren Preise unsicher sein können. Diese Art der Unsicherheit weist Ähnlichkeiten zur Unsicherheit über die Preise für die benötigten Ressourcen bei der Erstellung des Investitionsobjektes auf. Auch hier handelt es sich um externe Unsicherheit, bei der durch Abwarten der Informationsstand über die Preise verbessert werden kann.

2.4 Eignung verschiedener Verfahren zur Bewertung sequentieller Investitionsprojekte unter Unsicherheit

2.4.1 Kennzeichnung ausgewählter Verfahren der traditionellen Investitionsrechnung

In der traditionellen Investitionsrechnung[41] existieren verschiedene Verfahren zur Berücksichtigung unsicherer Erwartungen bei Investitionsent-

---

[40] Vgl. *Pindyck* (1993 a), S. 54 ff. zu einer ähnlichen Unterscheidung der Unsicherheit über die Auszahlungen in „technical and input cost uncertainty“ (*Pindyck* (1993 a), S. 55).

[41] Damit sind die Investitionsrechenverfahren gemeint, die in den Standardlehrbüchern zur betriebswirtschaftlichen Investitionslehre zu finden sind. Der Begriff

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

scheidungen. Sie lassen sich unter anderem danach unterscheiden, ob sie den sequentiellen Charakter von Investitionen explizit berücksichtigen oder nicht. Die meisten Verfahren der Investitionsrechnung bei unsicheren Erwartungen[42] können nachfolgende Handlungsmöglichkeiten innerhalb eines Investitionsprojektes nicht abbilden. Dazu zählen beispielsweise Korrekturverfahren[43], Sensitivitätsanalysen[44], Risikoanalysen[45] oder das Capital Asset Pricing Model (CAPM)[46]. Da diese Verfahren die wechselseitige Interdependenz von der anfänglichen und nachfolgenden Investitionsentscheidungen in der Regel nicht berücksichtigen, werden sie hinsichtlich ihrer Eignung zur Bewertung sequentieller Investitionsprojekte hier nicht näher untersucht.

Die flexible Investitionsplanung[47] auf Basis von Entscheidungs- oder Zustandsbäumen trägt dem sequentiellen Charakter von Investitionen jedoch explizit Rechnung. Daher scheint sie für die Bewertung sequentieller Investitionsprojekte mit ihren Merkmalen Mehrstufigkeit und zeitliche Interdependenz grundsätzlich geeignet zu sein. Bei der flexiblen Planung wird eine simultane Abstimmung von gegenwärtigen und künftigen Aktionen vorgenommen, die „der Unsicherheit der zukünftigen Umweltentwicklung in der Weise Rechnung trägt, dass Eventualentscheidungen für alle möglichen Umweltentwicklungen getroffen werden."[48] Dabei genügt es nicht, die Planung im Zeitablauf dem jeweiligen Informationsstand anzupassen. „Vielmehr müssen die Möglichkeiten einer späteren Anpassung von vornherein gesehen und einkalkuliert werden."[49] Bei der Lösung von Entscheidungsproblemen wird im Rahmen der flexiblen Planung auf Zustands- und Entscheidungsbäume zurückgegriffen.[50] Unter bestimmten Voraussetzungen nimmt das Entscheidungsproblem eine Form an, in der es mit Hilfe der linearen[51] oder der dynamischen Programmierung[52] gelöst werden

---

„traditionelle Investitionsrechnung" wird hier in Abgrenzung zu dem von *Beißinger/Möller* (1994) benützten Begriff „Neue Investitionstheorie" verwendet, die „den optimalen Investitionszeitpunkt bei Unsicherheit über die Ertragsentwicklung" (*Beißinger/Möller* (1994), S. 270) analysiert. Darunter verstehen sie die auf optionspreistheoretischen Methoden beruhenden Investitionsrechenverfahren.

42 In der Regel ist der Anwendungsbereich dieser Verfahren allgemeiner und nicht auf die Beurteilung von Investitionen beschränkt.

43 Vgl. z. B. *Perridon/Steiner* (1997), S. 101 ff.

44 Vgl. z. B. *Hax* (1985), S. 122 ff.

45 Vgl. z. B. *Blohm/Lüder* (1991), S. 240 ff.

46 Vgl. z. B. *Troßmann* (1998), S. 385 ff., *Brealey/Myers* (1991), S. 129 ff.

47 Vgl. hierzu insbesondere *Laux* (1971), *Hax/Laux* (1972), zur grundlegenden Idee vgl. auch *Magee* (1964), *Wilson* (1969).

48 *Hax/Laux* (1972), S. 319 f.

49 *Hax/Laux* (1972), S. 320.

50 Vgl. *Hax* (1985), S. 168 ff., *Troßmann* (1998), S. 374 ff.

kann.[53] Der Schwerpunkt der Untersuchungen in der Literatur konzentriert sich dabei auf das Lösungsverfahren der linearen Programmierung.[54] Die dynamische Programmierung fand als Lösungsverfahren der flexiblen Investitionsplanung zwar vereinzelt Beachtung, wurde jedoch in diesem Kontext, genau wie die lineare Programmierung, nur in zeitdiskreter Betrachtungsweise angewandt.[55] Die Ursache hierfür liegt in der Orientierung der flexiblen Planung an Zustands- bzw. Entscheidungsbäumen mit diskreten Handlungszeitpunkten. Inwieweit die dynamische Programmierung als Lösungsverfahren auch für zeitkontinuierliche Modelle geeignet ist, wurde dagegen im Rahmen der traditionellen Investitionsrechnung bisher nicht untersucht. Dies erscheint unverständlich, da Investitionsentscheidungen, die nicht notwendigerweise an diskrete Zeitpunkte gekoppelt sind, wie beispielsweise die Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes, eine zeitkontinuierliche Betrachtungsweise geradezu notwendig machen.[56] Diese Notwendigkeit wurde in jüngerer Vergangenheit zunehmend erkannt und beispielsweise im Rahmen der Entwicklung optionspreistheoretisch fundierter Bewertungsmodelle umgesetzt.

2.4.2 Kennzeichnung arbitrageorientierter Ansätze

Die Übertragung arbitrageorientierter Ansätze aus der Optionspreistheorie auf die Bewertung von Investitionen geht auf *Myers* (1977) zurück. Diese Idee hat ein breites Forschungsfeld aufgespannt, das unter dem Stichwort Realoptionen eine explizite Analyse des Werts von Handlungsmöglichkeiten im Rahmen der Investitionsrechnung betrachtet. Dabei greifen die meisten Modelle auf arbitrageorientierte Ansätze zurück.[57] Die Grundidee besteht in der Duplikation der Investitionsmöglichkeit mit existierenden Vermögensgegenständen, welche dieselben Rendite- und Risikocharakteristika aufwei-

---

[51] Vgl. *Laux* (1969), *Laux* (1971), S. 46, *Hax* (1985), S. 172 ff.

[52] Vgl. *Hax* (1985), S. 176 ff.

[53] Zu einem Überblick über Lösungsverfahren flexibler Planungsmodelle vgl. *Haumer* (1983).

[54] Vgl. *Laux* (1971), S. 51 ff.

[55] Vgl. z.B. *Jochum* (1969).

[56] Dagegen läßt sich einwenden, dass ein zeitkontinuierliches Modell als Grenzfall eines zeitdiskreten Modells betrachtet werden kann, bei dem der Abstand zwischen den einzelnen Zeitpunkten unendlich klein wird. Allerdings hat beispielsweise die Spieltheorie gezeigt, dass ein solcher Übergang eine Veränderung der Ergebnisse bewirken kann, vgl. z.B. *Fudenberg/Tirole* (1991), S. 525 ff.

[57] Diese Ansätze werden in der englisch- und zum Teil auch in der deutschsprachigen Literatur häufig als Contingent Claims Analysis bezeichnet, vgl. z.B. *Mason/Merton* (1985), S. 9, *Brennan* (1991), S. 33, *Ritchken/Rabinowitz* (1988), S. 119, *Reinhardt* (1997), S. 74., *Zimmermann* (1998), S. 57.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

sen müssen wie die Investitionsmöglichkeit. Die mit der Investition verbundenen *a priori* unsicheren Zahlungswirkungen werden also in einem Portefeuille derart durch eine Kombination anderer Vermögensgegenstände und risikoloser Anleihen abgebildet, dass dieses Portefeuille in jedem denkbaren künftigen Zustand mit den gleichen Zahlungen verbunden ist wie die Investitionsmöglichkeit. Hat man ein derartiges Portefeuille konstruiert, so ergibt sich der Wert der Investitionsmöglichkeit aus den einzelnen (bekannten) Wertbestandteilen des Portefeuilles. Wären beide Werte nicht identisch, so bestünde die Möglichkeit, Arbitragegewinne, das heißt risikolose Gewinne zu erzielen, indem ein Investor das billigere Portefeuille kauft und gleichzeitig das mit den selben künftigen Zahlungswirkungen verbundene teurere Portefeuille verkauft.[58] Die beschriebene Grundidee geht zurück auf Arbeiten von *Black/Scholes* (1973) sowie *Merton* (1973), die eine Optionsbewertungsformel in einem zeitkontinuierlichen Modell hergeleitet haben.[59]

Ausgangspunkt der Überlegungen im Rahmen des arbitrageorientierten Ansatzes ist eine Annahme über den zeitlichen Verlauf einer Variable, von der die aus einem Investitionsprojekt resultierenden Einzahlungsüberschüsse abhängen. Dies kann beispielsweise der Preis eines Produktes $x(t)$ sein, das im Rahmen der Investition gefertigt und abgesetzt wird.[60] Gewöhnlich legt man hierbei die Annahme zugrunde, dass das logarithmierte Verhältnis von zwei zeitlich aufeinanderfolgenden Werten von $x(t)$ normalverteilt ist.[61] Unterstellt man gleichzeitig eine konstante Standardabweichung, dann bedeutet dies, dass der Produktpreis einer geometrischen Brownschen Bewegung folgt, also

$$dx = \alpha x\, dt + \sigma x\, dz, \tag{2.1}$$

wobei α die Veränderungsrate von x und σ die Standardabweichung von x angibt. Die beiden Differentiale dt und dz bezeichnen jeweils infinitesimale Veränderungen der Zeit bzw. des Wiener Prozesses $z(t)$. Der Wiener Prozess beschreibt die zeitkontinuierliche Entwicklung einer Zufallsvariable und genügt folgenden Eigenschaften:[62]

---

58 Vgl. hierzu z. B. *Franke/Hax* (1994), S. 361 ff.

59 *Cox/Ross/Rubinstein* (1979) haben diese Grundidee in einem zeitdiskreten Modell zur Bewertung von Optionen angewandt.

60 Die folgenden Ausführungen orientieren sich an *Dixit/Pindyck* (1994), S. 114 ff.

61 Vgl. *Hull* (1997), S. 215 ff. Diese Annahme ist beispielsweise für die Preisentwicklung vieler an Börsen gehandelter Wertpapiere unter bestimmten Voraussetzungen eine gute Näherung.

62 Vgl. *Hull* (1997), S. 210 ff.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

(1) Die Beziehung zwischen einer infinitesimalen Veränderung von z und einer infinitesimalen Veränderung von t ist gegeben durch

$$dz = \epsilon(t)\sqrt{dt}. \tag{2.2}$$

Dabei ist $\epsilon(t)$ eine standardnormalverteilte Zufallsvariable mit einem Erwartungswert von 0 und einer Standardabweichung von 1.

(2) Die Zufallsvariable $\epsilon(t)$ ist seriell unabhängig, das heißt $E[\epsilon(t)\epsilon(s)] = 0$ für $t \neq s$. Daraus folgt, dass die Werte dz für jedes infinitesimale Zeitintervall unabhängig voneinander sind.

Für das weitere Vorgehen muss die Annahme getroffen werden, dass die zeitliche Entwicklung von x durch ein Portefeuille von Vermögensgegenständen dupliziert werden kann. Ist die Variable x, von der die Einzahlungsüberschüsse abhängen, beispielsweise der Preis für ein an einem Markt gehandeltes Gut wie Gold oder Rohöl, so ist dies ohne weiteres direkt möglich. Handelt es sich dagegen bei x um den Preis eines Gutes, für das kein Marktpreis existiert, so muss versucht werden, den dz-Term durch ein oder mehrere am Markt gehandelte Vermögensgegenstände nachzubilden. Nur wenn das gelingt, ist die arbitragefreie Bewertung gerechtfertigt.

Die Rendite eines derartigen Vermögensgegenstandes (oder eines Portefeuilles) setzt sich im Allgemeinen aus zwei Komponenten zusammen. Ein Teil läßt sich auf den (erwarteten) Preisanstieg des Vermögensgegenstandes zurückführen. Dieser sei α. Ein weiterer Teil resultiert aus Zahlungsansprüchen oder anderen Vorteilen, die mit dem Besitz des Vermögensgegenstandes verbunden sind.[63] Im Fall von Wertpapieren können dies beispielsweise Dividendenzahlungen sein. Bei Rohstoffen kann es sich um Vorteile handeln, die aus deren Lagerhaltung resultieren.[64] Dieser Teil der Rendite werde mit δ bezeichnet. Die Gesamtrendite des Vermögensgegenstandes beträgt also $\mu = \alpha + \delta$. Über das Capital Asset Pricing Model (CAPM) könnte die Höhe dieser Gesamtrendite als Summe aus risikolosem Zinssatz r[65] und einem Term, der einen Risikoaufschlag beinhaltet, bestimmt werden:

---

[63] Dieser Teil der Rendite für den Investor wird im Allgemeinen als „convenience yield" bezeichnet, vgl. z. B. *Pindyck* (1993b), *Gibson/Schwartz* (1990), *Gibson/Schwartz* (1991), *Brennan* (1991).

[64] Besitzt ein Papierproduzent beispielsweise ein Waldstück und hält damit den Rohstoff Holz auf Lager, dann resultiert aus dem Baumwachstum eine Volumenzunahme des auf Lager gehaltenen Holzes, die einen derartigen Vorteil bildet.

[65] Dieser wird als exogen gegeben betrachtet. Für ein Gleichgewichtsmodell, das auch die Höhe des risikolosen Zinssatzes endogen bestimmt vgl. *Cox/Ingersoll jr./Ross* (1985).

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

(2.3) $$\mu = r + \phi \, \sigma \, \rho_{xm} \, .$$

Dabei ist ϕ der Marktpreis des Risikos und ρ_{xm} der Korrelationskoeffizient zwischen den Renditeerwartungen des hergestellten Produktes x und dem Marktportfolio m.[66]

Für eine Bestimmung des Werts des Anspruchs auf den Einzahlungsstrom $\pi(x,t)$, der mit $F(x,t)$ bezeichnet werde, werden dessen Zahlungswirkungen durch ein Portefeuille von Vermögensgegenständen mit bekannten Werten dupliziert. Dazu wird angenommen, dass der Investor eine Geldeinheit in eine risikolose Anlageform investiert und n Einheiten von x kauft. Der Wert dieses Portefeuilles beträgt also $1 + n\,x$ Geldeinheiten. In einem infinitesimal kurzen Zeitintervall dt erhält der Investor aus der risikolosen Anlage den Betrag $r\,dt$ und aus den n Einheiten von x den Betrag $n\,\delta\,x\,dt + n\,dx$ und folglich unter Verwendung von Gleichung (2.1)

(2.4) $$[r + n\,(\alpha + \delta)\,x]\,dt + n\,\sigma\,x\,dz.$$

Die Rendite je investierter Geldeinheit beträgt also

(2.5) $$\frac{r + n\,(\alpha + \delta)\,x}{1 + n\,x}\,dt + \frac{n\,\sigma\,x}{1 + n\,x}\,dz.$$

Die (in Abhängigkeit von n) während eines infinitesimal kurzen Zeitintervalls bekannte Rendite dieses Portefeuilles wird nun verglichen mit dem Wert des Anspruchs auf den Einzahlungsstrom $\pi(x,t)$ im selben Zeitintervall dt. Der Investor muss für diesen Anspruch $F(x,t)$ investieren und erhält dafür $\pi(x,t)\,dt$. Daneben partizipiert er an der Wertänderung dF seines Anspruchs, der sich unter Verwendung von Itô's Lemma[67] errechnet zu

(2.6) $$dF = \left[F_t(x,t) + \alpha\,x\,F_x(x,t) + \frac{1}{2}\,\sigma^2\,x^2\,F_{xx}(x,t)\right]dt + \sigma\,x\,F_x(x,t)\,dz.$$

Dabei bezeichnen die tiefgestellten Buchstaben die partiellen Ableitungen von $F(x,t)$ nach der jeweiligen Variable, also $F_t(x,t) = \partial F(x,t)/\partial t$, $F_x(x,t) = \partial F(x,t)/\partial x$ und $F_{xx}(x,t) = \partial^2 F(x,t)/\partial x^2$. Die Rendite je investierter Geldeinheit beträgt in diesem Fall

---

[66] Für eine detaillierte Darstellung des CAPM vgl. z.B. *Luenberger* (1998), S. 173 ff., *Brealey/Myers* (1991), S. 129 ff. Zu einer kritischen Auseinandersetzung mit dessen Verwendung vgl. z.B. *Ballwieser* (1998), S. 83.

[67] Vgl. Anhang A.1.

$$(2.7)\qquad \frac{\pi(x,t) + F_t(x,t) + \alpha x F_x(x,t) + \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 F_{xx}(x,t)}{F(x,t)}\,dt + \frac{\sigma x F_x(x,t)}{F(x,t)}\,dz.$$

Die letzten Terme der Gleichungen (2.5) und (2.7), also die dz-Komponenten müssen sich wertmäßig entsprechen, wenn die Unsicherheit über den Anspruch auf die Einzahlungsüberschüsse mit dem gebildeten Portefeuille bekannter Vermögensgegenstände dupliziert werden soll, das heißt

$$(2.8)\qquad \frac{nx}{1+nx}\,dz = \frac{x F_x(x,t)}{F(x,t)}\,dz.$$

Da bei Vorliegen von Arbitragefreiheit zwei Vermögensgegenstände mit identischer Risikostruktur dieselbe Rendite erzielen müssen, gilt

$$(2.9)\qquad \frac{\pi(x,t) + F_t(x,t) + \alpha x F_x(x,t) + \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 F_{xx}(x,t)}{F(x,t)} = \frac{r + n(\alpha+\delta)x}{1+nx}.$$

Setzt man nun Gleichung (2.8) in Gleichung (2.9) ein, so ergibt sich

$$(2.10)\qquad \begin{aligned} &\frac{\pi(x,t) + F_t(x,t) + \alpha x F_x(x,t) + \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 F_{xx}(x,t)}{F(x,t)} = \\ &= r\left(1 - \frac{x F_x(x,t)}{F(x,t)}\right) + (\alpha+\delta)\,\frac{x F_x(x,t)}{F(x,t)}. \end{aligned}$$

Nach Umformung ergibt sich daraus folgende partielle Differentialgleichung als Bestimmungsgleichung für den Wert des Anspruchs $F(x,t)$:

$$(2.11)\qquad \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 F_{xx}(x,t) + (r-\delta)\,x F_x(x,t) + F_t(x,t) - r F(x,t) + \pi(x,t) = 0.$$

Daneben gelten für den Wert des Anspruchs $F(x,t)$ je nach Problemstellung spezielle Randbedingungen, mit deren Hilfe eine Lösung für Gleichung (2.11) gefunden werden kann. Auf diese Weise kann im betrachteten Fall der Wert von $F(x,t)$ und damit der Wert einer Investitionsmöglichkeit bestimmt werden.

2.4.3 Kennzeichnung der dynamischen Programmierung

Während die Entwicklung arbitrageorientierter Ansätze und deren Übertragung auf die Bewertung von Investitionen ein vergleichsweise junges Gebiet der Betriebswirtschaftslehre darstellt, wurde die dynamische Pro-

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

grammierung bereits in den 50er Jahren von *Bellman* entwickelt.[68] Die Grundidee der dynamischen Programmierung besteht darin, eine Folge von Entscheidungen in zwei Teile aufzuteilen, nämlich die unmittelbar zu treffende Entscheidung und die verbleibenden Entscheidungen, die in einem einzigen Wert zusammengefasst werden. Dieser Idee liegt das *Bellmansche Optimalitätsprinzip* zugrunde, gemäß dem

> „... an optimal policy has the property that, whatever the initial state and control are, the remaining decisions must constitute an optimal policy with regard to the state resulting from the first decision" (*Bellman* (1957), S. 83).

Im Gegensatz zur linearen Programmierung existiert keine mathematische Standardformulierung für *das* Problem der dynamischen Programmierung.[69] Vielmehr muss für jede Problemstellung ein eigenes Lösungsverfahren entwickelt werden, für das freilich eine Grundstruktur angegeben werden kann.

Im Rahmen dieser Arbeit werden Probleme in kontinuierlicher Zeit mit unbegrenztem Planungshorizont betrachtet. Daher wird im folgenden für diese Art von Problemen gezeigt, welche Grundstruktur das Verfahren der dynamischen Programmierung aufweist.[70] Dazu wird zunächst eine diskrete Folge von Zufallsvariablen x betrachtet, die einem Markov-Prozess folgen.[71] Auch hier ist x eine Zustandsvariable, die den Wert einer Investition beeinflusst, wie z.B. der Preis eines Produktes. Zu jedem Zeitpunkt t hat die Unternehmung die Möglichkeit, eine bestimmte Wahlhandlung durchzuführen. Diese Möglichkeit wird durch die Kontrollvariable u wiedergegeben. Sie kann beispielsweise binär sein, wenn die Unternehmung zu jedem Zeitpunkt nur die Wahl zwischen einer Aktion oder dem Unterlassen dieser Aktion hat, also beispielsweise eine Investition durchzuführen oder zu verschieben. Von der Ausprägung der beiden Variablen x und u zum Betrachtungszeitpunkt hängt der aktuelle Einzahlungsüberschuss π ab, also $\pi_t(x_t, u_t)$. Die Unternehmung wird zu jedem Zeitpunkt die Variable u so wählen, dass der erwartete Kapitalwert aus allen künftigen Einzahlungsüberschüssen maximiert wird. Dieser Wert werde mit $F_t(x_t)$ bezeichnet. Der Zinssatz ρ, zu dem künftige Zahlungen abgezinst werden, sei exogen gegeben. Die Verteilungsfunktion für die Zustandsvariable x_{t+1} sei $\Phi_t(x_{t+1}|x_t, u_t)$. Der aktuelle Wert einer Investitionsmöglichkeit beispielsweise setzt sich

[68] Vgl. *Bellman* (1957).

[69] Vgl. *Hillier/Lieberman* (1990), S. 233.

[70] Die folgenden Ausführungen orientieren sich an *Dixit/Pindyck* (1994), S. 98 ff.

[71] Ein Markov-Prozess ist eine Folge von Zufallsvariablen, die der Markov-Eigenschaft genügen. Diese Eigenschaft besagt, dass die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariable x_{t+1} lediglich von der Ausprägung der Zufallszahl x_t abhängig ist. Die Werte der Zufallszahlen $x_{t-1}, x_{t-2}, \ldots$ spielen keine Rolle. Vgl. hierzu z.B. *Bellman* (1967), S. 195 f.

dann gemäß der Grundidee der dynamischen Programmierung aus zwei Komponenten zusammen, nämlich dem Einzahlungsüberschuss der laufenden Periode $\pi_t(x_t, u_t)$ und dem Erwartungswert des Kapitalwerts der Einzahlungsüberschüsse der Restperioden $E[F_{t+1}(x_{t+1})]$. Da letzterer auf den Betrachtungszeitpunkt abgezinst werden muss, ergibt sich

$$\pi_t(x_t, u_t) + \frac{1}{1+\rho} E[F_{t+1}(x_{t+1})]. \tag{2.12}$$

Die Unternehmung wählt die Variable u_t so, dass der Wert $F_t(x_t)$ zum Betrachtungszeitpunkt maximal wird, also

$$F_t(x_t) = \max_{u_t}\{\pi_t(x_t, u_t) + \frac{1}{1+\rho} E[F_{t+1}(x_{t+1})]\}. \tag{2.13}$$

Diese Gleichung wird auch als *Bellman-Gleichung der dynamischen Programmierung* bezeichnet. Sie kann auf den Fall kontinuierlicher Zeit angepasst werden, indem man jeder Periode die Länge Δt zuweist und anschließend die Grenzbetrachtung $\Delta t \to 0$ vornimmt.

Dazu werde der Strom der Einzahlungüberschüsse zum Zeitpunkt t mit $\pi(x, u, t)$ bezeichnet. Der Wert der Zustandsvariable zum Zeitpunkt $t + \Delta t$ sei $x + \Delta x$. Der Einzahlungsüberschuss einer Periode der Länge Δt beträgt dann $\pi(x, u, t)\,\Delta t$. Der Zinssatz je Zeiteinheit betrage ρ, der Diskontierungsfaktor für eine Periode der Länge Δt demzufolge $1/(1 + \rho\,\Delta t)$. Dann wird aus Gleichung (2.13)

$$F(x, t) = \max_{u}\{\pi(x, u, t)\,\Delta t + \frac{1}{1+\rho\,\Delta t} E[F(x + \Delta x, t + \Delta t)]\}. \tag{2.14}$$

Multipliziert man diese Gleichung mit $(1 + \rho\,\Delta t)$, dann ergibt sich nach kurzer Umformung

$$\begin{aligned} \rho\,\Delta t\,F(x, t) &= \max_{u}\{\pi(x, u, t)\,\Delta t\,(1 + \rho\,\Delta t) \\ &\quad + E[F(x + \Delta x, t + \Delta t) - F(x, t)]\} \\ &= \max_{u}\{\pi(x, u, t)\,\Delta t\,(1 + \rho\,\Delta t) + E[\Delta F]\}\ . \end{aligned} \tag{2.15}$$

Teilt man schließlich diese Gleichung durch Δt und führt die Grenzbetrachtung $\Delta t \to 0$ durch,[72] so erhält man

[72] Vgl. zu den mathematischen Details und den technischen Schwierigkeiten eines Übergangs auf eine zeitkontinuierliche Betrachtungsweise *Duffie* (1988), S. 139 f.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

(2.16) $$\rho F(x,t) = \max_u \{\pi(x,u,t) + \frac{1}{dt} E[dF]\}.$$

Im folgenden wird der Wertebereich der Kontrollvariablen u eingeschränkt und diese als Binärvariable betrachtet. Dies ist beispielsweise dann gerechtfertigt, wenn eine Unternehmung zu jedem Zeitpunkt eine Entscheidung mit nur zwei Handlungsmöglichkeiten treffen kann. Besitzt eine Unternehmung eine Maschine zur Herstellung eines Produktes, so kann sie entweder produzieren oder die Maschine verkaufen. Während die erste Handlungsmöglichkeit zu einem kontinuierlichen Einzahlungsstrom aus dem Verkauf der hergestellten Güter führt, erhält sie bei der zweiten Alternative eine einmalige Zahlung. Sobald der Abbruch erfolgt ist, kann kein Einzahlungsstrom mehr realisiert werden. Sowohl der Einzahlungsstrom $\pi(x,t)$ als auch die einmalige Abschlusszahlung $\Omega(x,t)$ hängen von der Zustandsvariable x und der Zeit t ab, wobei x der geometrischen Brownschen Bewegung in Gleichung (2.1) folgt. Gleichung (2.16) wird dann unter Benutzung von Itô's Lemma zu

(2.17) $$\rho F(x,t) = \max\{\pi(x,t) + F_t(x,t) + \alpha x F_x(x,t) + \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 F_{xx}(x,t)\}$$

woraus schließlich die partielle Differentialgleichung

(2.18) $$\frac{1}{2}\sigma^2 x^2 F_{xx}(x,t) + \alpha x F_x(x,t) + F_t(x,t) - \rho F(x,t) + \pi(x,t) = 0$$

folgt. Diese Gleichung weist eine starke Ähnlichkeit zu der partiellen Differentialgleichung (2.11) auf. Lediglich der risikolose Zinssatz r ist hier durch ρ ersetzt und $r - \delta$ durch α.

2.4.4 Vergleich der Verfahren hinsichtlich deren Eignung

Um die Eignung der einzelnen Verfahren bezüglich der Bewertung sequentieller Investitionsprojekte beurteilen zu können, werden sie im folgenden verglichen. Die flexible Planung der traditionellen Investitionsrechnung und die dynamische Programmierung sind dabei nicht als sich gegenseitig ausschließende Verfahren zu betrachten. Vielmehr ist die dynamische Programmierung ein Instrument, das unter anderem zur Lösung flexibler Investitionsplanungsprobleme zur Anwendung kommt. Die zeitkontinuierliche dynamische Programmierung wurde jedoch zur Lösung flexibler Planungsmodelle bislang nicht verwendet.

Auch wenn die „grundlegende Idee des [f]lexiblen Planungsmodells, dass der Wert einer Investition oder besser einer Investitionsstrategie auch zu

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

einem erheblichen Teil durch die Flexibilität in dem Sinne einer Anpassungsfähigkeit auf Umweltentwicklungen bedingt wird"[73], sich deutlich sowohl in den arbitrageorientierten Ansätzen als auch in der dynamischen Programmierung wiederfindet, weist das Konzept selbst dennoch zwei Mängel auf, die es als Bewertungsverfahren für die im Rahmen dieser Arbeit betrachtete Problemstellung als unzulänglich erscheinen läßt. Zum einen ist es für den zeitkontinuierlichen Fall nicht weiterentwickelt worden. Bei der Betrachtung diskreter Zustands- und Entscheidungsbäume stößt man gerade bei sequentiellen Investitionsprojekten, die sich über einen langen Zeitraum erstrecken, rasch an die Grenzen der mathematischen Handhabbarkeit. Planungsaufwand und -ertrag können in diesem Fall ein derart eklatantes Missverhältnis aufweisen,[74] dass vereinzelt intensiv die Effizienz der flexiblen Planung untersucht wurde.[75] Damit eng verbunden ist die Tatsache, dass bei der Entwicklung der Konzeption der flexiblen Planung kaum versucht wurde, die Bewertung einzelner Entscheidungsprobleme als Bausteine zu entwickeln, um sie so in umfassendere und realitätsnähere Investitionsbewertungsprobleme einbinden zu können. Die Frage nach dem Wert der Möglichkeit einer temporären Projektunterbrechung wurde beispielsweise in diesem Zusammenhang nicht beantwortet. Daher wird dieses Konzept im Rahmen der vorliegenden Arbeit als Bewertungsverfahren nicht weiter verfolgt.

Arbitrageorientierte Ansätze und die dynamische Programmierung weisen diese beiden Nachteile nicht auf. Beide sind für zeitkontinuierliche Modelle entwickelt worden und fanden Anwendung in der Analyse der unterschiedlichsten im Zusammenhang mit sequentiellen Investitionsentscheidungen auftretenden Entscheidungsprobleme, die als Bausteine einsetzbar sind. Auf die Ähnlichkeit der beiden partiellen Differentialgleichungen als Bestimmungsgleichungen für den Wert des Investitionsprojektes wurde bereits in Abschnitt 2.4.3 hingewiesen. Trotzdem führen beide Verfahren „in der Regel nicht zum selben Ergebnis, woraus unmittelbar die Frage nach ihrer jeweiligen Adäquanz"[76] resultiert.[77] Die dynamische Programmierung benötigt einen exogen gegebenen Zinssatz (der in Abschnitt 2.4.3 mit ρ bezeichnet wurde) zur Abzinsung künftiger unsicherer Zahlungen.[78] Arbitrageorientierte Ansätze benötigen diese Annahme nicht. Lediglich der risikolose Zins

[73] *von Nitzsch* (1997), S. 100.

[74] Vgl. *Schneider* (1971), S. 837 ff., *Hax/Laux* (1972), S. 330.

[75] Vgl. hierzu insbesondere *Inderfurth* (1982).

[76] *Breuer/Gürtler/Schuhmacher* (1999), S. 213.

[77] Eine formale Analyse der Beziehungen zwischen beiden Verfahren findet sich in *Knudsen/Meister/Zervos* (1999). *Fischer/Hahnenstein/Heitzer* (1999) zeigen die Äquivalenz beider Ansätze, allerdings unter „stark idealisierten Kapitalmarktbedingungen" (*Fischer/Hahnenstein/Heitzer* (1999), S. 1226).

muss exogen vorgegeben werden.[79] Damit sind arbitrageorientierte Ansätze der dynamischen Programmierung in Bezug auf die Verwendung des adäquaten Zinssatzes deutlich überlegen.

Auf der anderen Seite ist die Anwendung arbitrageorientierter Ansätze nur dann zulässig, wenn die Unsicherheit einer Investition mit Hilfe am Markt gehandelter Vermögensgegenstände vollständig dupliziert werden kann. Diese Annahme wiederum benötigt die dynamische Programmierung nicht. Insbesondere bei Investitionsprojekten, die Innovationen beinhalten, wie beispielsweise Forschungs- und Entwicklungsinvestitionen oder die Investition in ein Gründungsunternehmen[80] kann die Unsicherheit nicht über am Markt gehandelte Vermögensgegenstände dupliziert werden.[81] Genau dann ist jedoch die grundlegende Annahme arbitrageorientierter Ansätze nicht gegeben. In dieser Situation bietet sich eine Bewertung mit Hilfe der dynamischen Programmierung an. Die Bestimmung des korrekten Zinssatzes zur Diskontierung zukünftiger Zahlungen ist zwar auch hier nicht mit Hilfe kapitalmarkttheoretischer Überlegungen möglich. Denn in diesem Fall kann auch über das CAPM kein Zinssatz bestimmt werden.[82] Doch zumindest die subjektive Risikobewertung des Entscheidungsträgers fließt hier über den gewählten Zinssatz in die Bewertung ein. Damit erscheint die dynamische Programmierung für eine Vielzahl von sequentiellen Investitionsprojekten als der geeignetere Bewertungsansatz und findet daher in den folgenden Kapiteln Anwendung.

Unterstellt man dagegen einen risikoneutralen Entscheidungsträger, dann sind die beiden betrachteten Bewertungsansätze äquivalent.[83] Denn dann können unsichere künftige Zahlungen mit ihrem Erwartungswert zum risikolosen Zinssatz abgezinst werden. Damit werden die beiden partiellen Differentialgleichungen als Bestimmungsgleichungen für den Wert auf einen

---

[78] Die Aussage, dass die dynamische Programmierung oder auch der „barwertorientierte Ansatz ... vornehmlich auf der vereinfachenden Annahme eines unveränderlichen Kapitalkostensatzes der Unternehmung" (*Breuer/Gürtler/Schuhmacher* (1999), S. 224) basiert, ist jedoch zu undifferenziert. Natürlich ist eine Bewertung mit der dynamischen Programmierung auch mit zeitabhängigen und damit veränderlichen Zins- bzw. Kapitalkostensätzen möglich. Sie müssen lediglich exogen vorgegeben werden.

[79] Selbst dieser kann in einem weitergehenden Modell endogen bestimmt werden, vgl. *Cox/Ingersoll jr./Ross* (1985).

[80] Vgl. Abschnitt 3.1.3.

[81] Vgl. auch *Kort* (1998), S. 157 f., der aus diesem Grund bei der Bewertung von FuE-Investitionen auf das Bewertungsverfahren der dynamischen Programmierung zurückgreift.

[82] Vgl. *Rudolph* (1986), S. 892 ff.

[83] Vgl. *Cox/Ross* (1976), die die Äquivalenz der beiden Ansätze erstmals zeigten.

Anspruch gleich und die beiden Ansätze können untereinander ausgetauscht werden.[84] Dieses Prinzip hat unter dem Stichwort *risk-neutral evaluation*[85] Eingang in die optionspreistheoretische Literatur gefunden.

---

[84] In der Physik wurde auf analoge Weise eine beträchtliche Vereinfachung in der Bestimmung von Matrixelementen für komplexe Prozesse der Quantenelektrodynamik bereits 1949 erreicht, vgl. *Feynman* (1949).

[85] Vgl. z.B. *Hull* (1997), S. 198.

3. Sequentielle Investitionsentscheidungen unter Unsicherheit in einem Phasenmodell

3.1 Kennzeichnung eines Phasenmodells zur Analyse wichtiger Entscheidungsprobleme

3.1.1 Abgrenzung der einzelnen Phasen

Bei der Betrachtung der zeitlichen Abfolge modellhafter Investitionen wird in der Regel eine Unterscheidung in einen Planungs- oder Entscheidungsprozess und einen Durchführungsprozess vorgenommen.[1] Diese beiden Phasen werden durch den Entscheidungszeitpunkt voneinander getrennt. Der Entscheidungsprozess, welcher der Realisation eines einzelnen Investitionsprojektes voraus geht, ist innerhalb der Literatur zur Investitionsplanung eingehend untersucht worden.[2] Der Durchführungsprozess hat dagegen bislang kaum Beachtung gefunden.[3] Entscheidungsprobleme der Durchführungsphase blieben in der Betrachtung bisher weitgehend ausgeklammert.

Da sich die „Realisation größerer Investitionen ... häufig über einen längeren Zeitraum in einem schrittweisen mehrteiligen Prozess“[4] vollzieht, ist es hilfreich, auch den Durchführungsprozess innerhalb des gesamten Investitionsprozesses in einzelne Phasen zu unterteilen. Hierzu bietet sich eine Orientierung an der leistungswirtschaftlichen Komponente eines beispielhaften Investitionsprojektes an.[5] Legt man diese zugrunde, dann erscheint eine Unterteilung des Investitionsprozesses in folgende vier Teilphasen sinnvoll:[6]

---

[1] Vgl. z.B. *Schuppisser* (1978), S. 22 f., *Sierke* (1990), S. 93 ff., *Adam* (1997), S. 6 ff. *Jaspersen* (1996), S. 888 f. *Götze/Bloech* unterscheiden die Planungsphase, die Realisations- bzw. Erstellungsphase sowie die Nutzungs- bzw. Betriebsphase, vgl. *Götze/Bloech* (1995), S. 16 f.

[2] Vgl. z.B. *Husmann* (1996), S. 17 ff.

[3] Lediglich im Rahmen der Durchführungskontrolle einer Investition gibt es einzelne Ansätze, welche die Bedeutung des Durchführungsprozesses hervorheben, vgl. z.B. *Lüder* (1969), *Spielberger* (1983), *Küpper* (1992), *Steven/Böning* (1999).

[4] *Küpper* (1991), S. 172.

[5] In der Regel werden in der Betriebswirtschaftslehre lediglich die Zahlungswirkungen und damit die finanzwirtschaftliche Komponente von Investitionen betrachtet, vgl. *Küpper* (1991), S. 168.

- Vorbereitungsphase
- Bauphase
- Betriebsphase
- Abbauphase

Die Vorbereitungsphase beginnt mit der grundsätzlichen Entscheidung zur Durchführung eines bestimmten Investitionsprojektes.[7] In dieser Phase finden die vorbereitenden Maßnahmen zur Erstellung und zum Betrieb des Investitionsobjektes statt. Dabei wird davon ausgegangen, dass eine einzelne Investition bereits identifiziert und für potentiell vorteilhaft befunden wurde. Alternative Investitionsmöglichkeiten werden nicht mehr betrachtet. Die Vorbereitungsphase ist also eine Phase innerhalb des Investitionsprozesses, die auf ein spezifisches Investitionsprojekt bezogen ist. Dadurch grenzt sie sich von der in der Literatur ausführlich beschriebenen Planungs- oder Entscheidungsphase innerhalb eines Investitionsprozesses ab, die mit der Entscheidung für ein bestimmtes Investitionsprojekt endet.[8] Die Vorbereitungsphase kann unter anderem ausführliche Investitionsrechnungen oder planerische Tätigkeiten beinhalten.[9] Ist das Investitionsobjekt beispielsweise eine Fabrik, dann fallen in diese Phase alle Tätigkeiten, die vor Baubeginn erforderlich sind. Ein wichtiges Merkmal der Vorbereitungsphase ist die Tatsache, dass in ihr lediglich Auszahlungen, aber noch keine Einzahlungen realisiert werden. Insbesondere bei umfangreichen Investitionsprojekten kann die Vorbereitungsphase einen hohen Anteil der gesamten Investitionsauszahlungen beinhalten.[10]

Das Ende der Vorbereitungsphase markiert gleichzeitig den Beginn der Bauphase. Diese umfasst alle Schritte, die der unmittelbaren Erstellung des Investitionsobjektes dienen. Ein Merkmal der Bauphase im Hinblick auf deren Zahlungswirkung ist, dass in dieser genau wie in der Vorbereitungsphase nur Investitionsauszahlungen, jedoch noch keine Einzahlungen erfolgen. Je nach Art des Investitionsobjektes können sich die Dauer der Bau-

---

[6] Vgl. zu einer anderen Unterteilung *Jaspersen* (1996), S. 888 f.

[7] Hierbei wird davon ausgegangen, dass mit der Entscheidung für die Durchführung eines bestimmten Investitionsprojektes noch keine Zahlungswirkungen verbunden sind. Die Kosten des Entscheidungsprozesses, der vor der grundsätzlichen Entscheidung steht, bleiben also aus der Betrachtung ausgeklammert. Vgl. dagegen *Inderfurth* (1982), S. 71 ff., der diese Kosten explizit in seine Analyse miteinbezieht.

[8] Die Planungsphase wird in der Regel ebenfalls in abgrenzbare Phasen unterteilt, die sich an denen eines Entscheidungsprozesses orientieren, vgl. z.B. *Sierke* (1990), S. 119 ff. Zur Kritik daran vgl. insbesondere *Witte* (1968).

[9] Vgl. auch *Götze/Bloech* (1995), S. 16, die beispielsweise die detaillierte Projektplanung ebenfalls der Realisationsphase zuordnen.

[10] Vgl. *Küpper* (1991), S. 180 und die darin zitierte Literatur mit Hinweis auf die Telekom und die Schweizer Bundesbahnen. Vgl. auch *Küpper* (1990).

phase sowie die zeitliche Struktur der Auszahlungen in dieser Phase erheblich unterscheiden. Obwohl empirisch höchst relevant,[11] hat diese Phase in der betriebswirtschaftlichen Literatur bislang erstaunlich wenig Beachtung gefunden.[12] Bei größeren Investitionsvorhaben ist eine strenge zeitliche Trennung in eine Vorbereitungs- und eine Bauphase in der Regel nicht möglich. Hier dürften sie sich im Allgemeinen überschneiden. Eine Unterteilung in diese beiden Phasen ist allenfalls für kleinere Teilvorhaben innerhalb des gesamten Investitionsprojektes, also beispielsweise für einen einzelnen Bauabschnitt, sinnvoll. Diese Überlappung der beiden Phasen führt jedoch nicht zu einer grundsätzlichen Änderung der Zahlungsstromstruktur. Auch in diesem Fall gilt, dass innerhalb der Phasen lediglich Auszahlungen realisiert werden.

Ist das Investitionsobjekt erstellt, endet die Bau- und beginnt die Betriebsphase. Sie ist dadurch gekennzeichnet, dass während dieser Phase in der Regel die mit dem Investitionsprojekt verbundenen leistungswirtschaftlichen Ziele wie beispielsweise die Fertigung bestimmter Produkte realisiert werden. Bezogen auf die Zahlungswirkungen bedeutet dies, dass in der Betriebsphase die Einzahlungen aus dem Investitionsprojekt erfolgen. Jedoch können auch in ihr weitere Auszahlungen anfallen, die beispielsweise für Instandhaltung und Wartung oder auch für die Bereitstellung von Einsatzgütern der Produktion notwendig sind. Insbesondere die Auszahlungen für Einsatzgüter hängen von der Produktionsmenge ab und sind daher variabel. Die Betriebsphase endet mit der Entscheidung, das Investitionsprojekt zu beenden und wird abgelöst durch die Abbauphase.

In dieser letzten Phase[13] wird das Investitionsobjekt entweder veräußert, oder es werden seine Folgen beseitigt. Demnach kann die Abbauphase sowohl positive als auch negative Zahlungswirkungen haben. Insbesondere bei Investitionen in den Bau von Kraftwerken oder in Großanlagen können die Auszahlungen einen erheblichen Teil der gesamten Investitionsauszahlungen ausmachen.[14] Die Abbauphase und damit die Lebensdauer des Investitionsprojektes endet mit der letzten Zahlung aus der Investition.

---

[11] Vgl. dazu die Beispiele in Abschnitt 3.1.3.

[12] In der deutschsprachigen Literatur beispielsweise ist dem Verfasser keine Arbeit bekannt, die diese Phase im Rahmen von Investitionsbewertungskalkülen berücksichtigt, optionspreistheoretische Ansätze hierzu werden in Abschnitt 3.2 diskutiert.

[13] Vgl. zu einer ausführlichen Darstellung des Desinvestitionsprozesses *Rechsteiner* (1995), S. 66 ff.

[14] Vgl. hierzu erste Erfahrungen in der Stilllegung von Kernkraftwerken in Deutschland oder auch die Entsorgung der schwimmenden Erdölplattform *Brent Spar.*

3.1.2 Entscheidungsprobleme innerhalb der einzelnen Phasen

Das entwickelte Phasenmodell bildet einen konzeptionellen Rahmen, der es erlaubt, Entscheidungsprobleme bei sequentiellen Investitionsprojekten zu systematisieren sowie zwischen und innerhalb der einzelnen Phasen zu analysieren. Dabei werden die in Abschnitt 2.2.3 beschriebenen Entscheidungsprobleme in das Phasenmodell eingeordnet. Um Interdependenzen mit anderen Investitionen und anderen betrieblichen Funktionsbereichen auszublenden, wird im folgenden davon ausgegangen, dass ein (potentiell) vorteilhaftes Investitionsprojekt bereits identifiziert und von anderen Entscheidungen der Unternehmung unabhängig ist. Es werden also isolierte Investitionsprojekte ohne horizontale Interdependenzen mit anderen Projekten betrachtet. Ebenso ausgeklammert werden vertikale Interdependenzen, die über das betrachtete Investitionsprojekt hinausgehen und sich auf Folgeinvestitionen beziehen. Damit kann das Augenmerk auf vertikale Interdependenzen innerhalb eines Investitionsprojektes gelegt werden, und deren Auswirkungen treten klarer hervor.

Abbildung 3.1 gibt einen Überblick über die Einordnung wichtiger Entscheidungsprobleme bei sequentiellen Investitionsentscheidungen in das Phasenmodell. Die Vorbereitungsphase beginnt mit der Entscheidung zur Durchführung der Investition zum optimalen Investitionszeitpunkt. Dieser kann von zahlreichen Einflussgrößen abhängig sein, die sich beispielsweise folgendermaßen unterscheiden lassen:[15]

- Faktoren aus der globalen Umwelt der Unternehmung, wie z. B. Inflationsrate oder Zinsniveau,
- Größen aus der unternehmensspezifischen Umwelt, wie z. B. Entwicklungen auf den Absatzmärkten,
- Merkmale der Unternehmung, wie z. B. das investitionsspezifische Know how,
- Eigenschaften des relevanten Investitionsobjektes, wie z. B. dessen Grad an Spezifität.

Der optimale Investitionszeitpunkt ist von der Ausprägungskombination der relevanten Einflussfaktoren abhängig. Ist die künftige Ausprägung eines Einflussfaktors unsicher, werden Erwartungen darüber relevant. Dann spielt auch das Ausmaß an Unsicherheit für die Investitionsentscheidung eine Rolle.

Sowohl in der Vorbereitungs- als auch in der darauf folgenden Bauphase ist die Unternehmung mit weiteren Entscheidungsproblemen konfrontiert, die sich in beiden Phasen zwar grundsätzlich ähneln, aber unterschiedliche

---

[15] Vgl. *Götze* (1996), S. 339 ff.

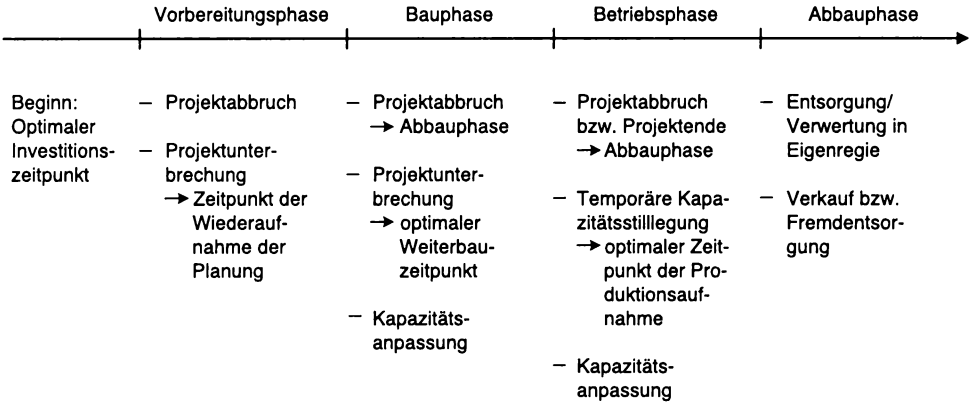

Abbildung 3.1: Entscheidungsprobleme bei sequentiellen Investitionsentscheidungen in einem Phasenmodell

Folgen haben können. Bei ungünstiger Entwicklung einer wertbeeinflussenden Größe kann das Investitionsprojekt abgebrochen werden. Während ein Projektabbruch während der Vorbereitungsphase in der Regel folgenlos, das heißt ohne weitere Zahlungswirkungen bleibt, führt er in der Bauphase zu einem Übergang der Investition in die Abbauphase. Einzahlungen aus der Betriebsphase können somit in keinem Fall realisiert werden. Allerdings sind je nach Investitionsobjekt Einzahlungen aus der Abbauphase denkbar, wenn das Objekt beispielsweise veräußert werden kann. Ist dies der Fall, so spricht man von teilweiser Reversibilität der Investitionsentscheidung.[16] In der Regel jedoch ist die Abbauphase mit zusätzlichen Auszahlungen verbunden. Eine maßgebliche Einflussgröße auf eine Abbruchentscheidung stellt die in der Bauphase noch verbleibende Investitionssumme dar. Ist bereits ein Großteil der Investitionsauszahlungen getätigt und damit ein Großteil des Investitionsprojektes erstellt, dann liegt die Hürde für einen Projektabbruch höher, da lediglich die noch zu tätigenden Investitionsauszahlungen entscheidungsrelevant sind.

Die Entscheidung über eine Projektunterbrechung läßt im Gegensatz zur Abbruchentscheidung eine spätere Wiederaufnahme der Investitionstätigkeit zu. Eine Unterbrechung kann dann sinnvoll sein, wenn sich wertbeeinflussende Größen zwar ungünstig entwickeln, es aber als denkbar erscheint, dass diese Entwicklung lediglich vorübergehender Natur ist. Dann tritt die Unternehmung in eine Art Wartephase ein, die mit der Entscheidung über

[16] Vgl. auch Abschnitt 2.2.1.

die Wiederaufnahme des Investitionsprojektes (zum optimalen Investitionszeitpunkt) endet. Mit der Entscheidung über eine Unterbrechung können weitere Auszahlungen verbunden sein, die dann in der Regel von der Länge der Wartephase abhängen. Diese können beispielsweise für die Instandhaltung der bereits erstellten Teile des Investitionsprojektes anfallen. Derartige Auszahlungen sind im Allgemeinen bei Unterbrechungen während der Bauphase von Bedeutung, während sie bei Unterbrechungen in der Vorbereitungsphase nur geringe Relevanz besitzen dürften. Damit erscheint eine Unterbrechung insbesondere nach Abschluss der Vorbereitungsarbeiten bei vorübergehender ungünstiger Entwicklung wertbeeinflussender Größen als eine denkbare Entscheidungsalternative. Denn in diesem Fall dürften die negativen Zahlungswirkungen einer Wartephase vergleichsweise gering sein. Ob das Investitionsprojekt an der Stelle, an der es unterbrochen wurde, wieder fortgesetzt werden kann, hängt von der Art der getätigten Investitionen ab. Bei Investitionen in materielle Objekte wie beispielsweise Immobilien dürfte dies in der Regel gegeben sein, während bei Investitionen in immaterielle Güter wie zum Beispiel Wissen eine längere Unterbrechung zu einem starken Wertverlust führen kann.

Neben einem Abbruch und einer Unterbrechung ist insbesondere während der Bauphase eine Entscheidung über eine Veränderung des Umfangs der Investition denkbar. So können beispielsweise veränderte Nachfrageerwartungen dazu führen, dass eine Fabrik nicht in der ursprünglich geplanten Größe realisiert wird. Denkbar sind dabei sowohl eine Erweiterung als auch eine Reduzierung der Kapazitäten. Eine Erweiterung des Investitionsumfangs führt auf der einen Seite zu einer Erhöhung der gesamten Investitionsauszahlungen während der Bauphase und unter Umständen auch zu einer Verlängerung dieser Phase. Auf der anderen Seite erhöhen sich dadurch die Kapazitäten, was sich bei gleichbleibenden Preisen in erhöhten Einzahlungen während der Betriebsphase niederschlägt. Für die Abbauphase dürfte eine Erweiterung in der Regel eine erhöhende Wirkung auf die Zahlungen haben. Bei einer Reduzierung des Investitionsumfangs kehren sich die beschriebenen Wirkungen in der Regel um.

Die Entscheidungsprobleme der Betriebsphase weisen große Ähnlichkeit mit denen der Bauphase auf. Bei ungünstiger Entwicklung einer wertbeeinflussenden Größe kann die Unternehmung das Projekt beenden und damit analog dem Fall des Projektabbruchs während der Bauphase in die Abbauphase mit entweder negativen oder positiven Zahlungswirkungen eintreten. Diese Entscheidung wird die Unternehmung bei geringer oder negativ werdenden Einzahlungsüberschüssen treffen.

Eine temporäre Kapazitätsstilllegung während der Betriebsphase entspricht einer Projektunterbrechung während der Bauphase. Sie kommt insbesondere dann in Betracht, wenn die Preise der hergestellten Güter vorübergehend unter die variablen Auszahlungen gefallen sind, die Unternehmung jedoch mit einem Wiederanstieg rechnet. Auch hier ist die Phase der Kapazitätsstilllegung im Allgemeinen mit weiteren Auszahlungen verbunden, die von der Dauer der Stilllegungsphase abhängen. Diese können erforderlich sein, um das Investitionsobjekt in einem Zustand zu erhalten, der die spätere Wiederaufnahme der Produktion erlaubt. Aber auch wenn die Produktpreise über den variablen Herstellungskosten liegen, kann eine temporäre Kapazitätsstilllegung während der Betriebsphase in Betracht gezogen werden. Insbesondere Monopolisten oder Kartelle können mit der damit verbundenen Verknappung des Angebots an produzierten Gütern den Preis in die Höhe treiben. Ein derartiges Verhalten kann beispielsweise bei der Rohölförderung der OPEC-Staaten beobachtet werden.

Für eine Erweiterung oder Reduzierung des Investitionsumfangs während der Betriebsphase gelten ähnliche Überlegungen wie bei den entsprechenden Entscheidungen während der Bauphase. Auch hier besteht bei entsprechender Umweltentwicklung die Möglichkeit, eine Kapazitätsanpassung vorzunehmen, wobei die Zahlungswirkungen im Allgemeinen denen der Bauphase entsprechen dürften.

Der Beginn der Abbauphase schließlich wird durch die Entscheidung über einen Projektabbruch oder das Projektende determiniert. Die möglichen Entscheidungsalternativen in dieser Phase können beispielsweise hinsichtlich ihrer Auswirkungen auf die zeitliche Dauer der Abbauphase unterschieden werden.[17] Besitzt das Investitionsobjekt einen Restwert, dann kann es veräußert werden, womit die Abbauphase unmittelbar beendet ist. Denkbar ist aber auch eine abschließende Verwertung der Investition in Eigenregie, bei der das Investitionsobjekt oder einzelne Komponenten anderen Verwendungsmöglichkeiten im Unternehmen zugeführt werden. In diesem Fall muss in der Regel eine längere Abbauphase berücksichtigt werden.

Das Investitionsobjekt kann auf der anderen Seite auch einen negativen Restwert besitzen. Dies ist dann der Fall, wenn bei einer Beseitigung bzw. Verwertung des Investitionsobjektes die Auszahlungen die Einzahlungen übersteigen. Auch hier können die möglichen Entscheidungsalternativen im Hinblick auf ein zeitliches Kriterium unterschieden werden. Die Unternehmung kann entweder einen Dritten mit der Entsorgung beauftragen, was im Allgemeinen mit einer einmaligen Auszahlung verbunden sein dürfte, oder die Folgen des Investitionsprojektes innerhalb der Abbauphase selbst beseitigen.

[17] Vgl. zu einer ausführlichen Darstellung und Systematisierung von Handlungsalternativen in der Desinvestitionsplanung *Wöhler* (1981), S. 103 ff.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

3.1.3 Kennzeichnung der Bedeutung des sequentiellen Phasencharakters realer Investitionen anhand ausgewählter Beispiele

Reale Investitionen weisen in den meisten Fällen einen sequentiellen Charakter auf, der mit Hilfe des entwickelten Phasenmodells strukturiert werden kann. Dabei spielt insbesondere die bislang in der Literatur vernachlässigte Bauphase eine bedeutende Rolle. Besonders deutlich wird dieser Charakter bei Investitionen in Forschung und Entwicklung mit dem Ziel der Markteinführung neuer Produkte.[18] Hier beginnen Investitionen in der Regel mit einer Reihe von Investitionsauszahlungen, die sich über einen längeren Zeitraum erstrecken können. So beträgt bei der Entwicklung neuer Arzneimittel der Zeitraum zwischen den ersten Tests an Patienten und der Zulassung durchschnittlich 98,9 Monate.[19] Nicht eingerechnet ist dabei der Zeitraum von der Entscheidung über die Arzneimittelentwicklung bis zur ersten Testphase, in der im Allgemeinen weitere Auszahlungen getätigt werden müssen, und der als Vorbereitungsphase interpretiert werden kann. Die Investitionsauszahlungen erfolgen hier in der Regel nicht einmalig zu Beginn, sondern sind über den gesamten Zeitraum verteilt.[20] Innerhalb dieses Entwicklungszeitraums gibt es zahlreiche Stufen, vor denen jeweils immer wieder neu über die Fortsetzung oder den Abbruch des Projektes entschieden werden kann. So wird beispielsweise bei Medikamentenentwicklungen ein Viertel aller Projekte innerhalb der ersten Patiententestphase abgebrochen.[21] Auch die Möglichkeit der Projektunterbrechung wird bei derartigen Investitionen wahrgenommen. *DiMasi et al.* stellen fest, dass „... it is generally not the case that a phase will begin exactly when the preceding phase ends. ... There can ... be gaps between phases."[22] Damit sind die betrachteten Entscheidungsprobleme bei sequentiellen Investitionsprojekten vor allem während der Vorbereitungs- und Bauphase in der Forschung und Entwicklung von Arzneimitteln von Relevanz.

Ein weiteres Beispiel für Investitionsvorhaben, bei dem der sequentielle Phasencharakter des Investitionsprozesses zum Tragen kommt, sind die Exploration und Nutzbarmachung von Erdölvorkommen. Derartige Projekte

---

[18] Zu optionspreistheoretischen Bewertungsmodellen von Forschung und Entwicklung vgl. z.B. *Grenadier/Weiss* (1997), *Kort* (1998), *Newton/Pearson* (1994), *Pennings/Lint* (1997), *Reinhardt* (1997).

[19] Vgl. *DiMasi/Hansen/Grabowski/Lasagna* (1991), S. 123.

[20] Vgl. Abschnitt 4.6.1 für den beispielhaften zeitlichen Verlauf der Auszahlungen bei der Entwicklung von Arzneimitteln über einen Zeitraum von fast dreizehn Jahren. Ein Großteil der Auszahlungen konzentriert sich dabei auf die vorklinische Testphase sowie auf die zur Zulassung notwendigen umfangreichen Patiententests.

[21] Vgl. *DiMasi/Hansen/Grabowski/Lasagna* (1991), S. 121.

[22] *DiMasi/Hansen/Grabowski/Lasagna* (1991), S. 117.

sind in der Literatur mit Hilfe des Realoptionsansatzes bereits vielfach untersucht worden.[23] Auch hier erfolgen die gesamten Investitionsauszahlungen nicht zu einem Zeitpunkt. Vielmehr handelt es sich um einen Investitionsprozess, der sich im Allgemeinen in drei Phasen unterteilen läßt, nämlich die Explorationsphase, die Erschließungsphase und die Ausbeutungsphase.[24] Die Explorationsphase umfasst seismische Untersuchungen und Vorbohrungen, um Informationen sowohl über den erwarteten Umfang des Vorkommens als auch über die voraussichtlichen Kosten der Ausbeutung zu erhalten und kann als Vorbereitungsphase interpretiert werden. Bei günstigen Ergebnissen dieser Phase wird die Unternehmung mit der Erschließungsphase beginnen, in der die Bohrvorrichtungen installiert werden. Diese Phase entspricht im Phasenmodell der Bauphase. In der Ausbeutungs- beziehungsweise Betriebsphase schließlich wird das Erdöl gefördert und verkauft. In die jeweils folgende Phase kann die Unternehmung erst dann eintreten, wenn die vorhergehende Phase abgeschlossen wurde. Nach jeder Phase kann über einen Abbruch bzw. eine Unterbrechung des Projektes entschieden werden, bei denen im wesentlichen der Ölpreis, der erwartete Umfang des Erdölvorkommens sowie die voraussichtlichen Kosten der Ausbeutung als Entscheidungsgrundlage dienen. Im Hinblick auf die Erschließungsphase besteht die Möglichkeit, den Umfang der Investitionen auf die Ergebnisse der Explorationsphase anzupassen. Auch hier kommen die im letzten Abschnitt beschriebenen Entscheidungsprobleme zum Tragen.

In den letzten Jahren hat die Bewertung von Unternehmensneugründungen verstärkt Beachtung gefunden.[25] Für die Investoren handelt es sich hierbei ebenfalls um ein sequentielles Investitionsproblem.[26] So stellt *Willner* fest:

> „Investment in a start-up company is usually not undertaken so as to initiate immediate selling of a product or service, but to start a multistage process that may eventually reach that point.“ (*Willner* (1995), S. 223.)

Auch hier kann der Investitionsprozess durch verschiedene Phasen beschrieben werden, die sich in das gekennzeichnete Phasenmodell einordnen lassen. Dabei sind die ersten in der Regel lediglich mit Auszahlungen

---

[23] Vgl. z.B. *Bjerksund* (1991), *Ekern* (1988), *Gibson/Schwartz* (1990), *Kemna* (1993), *Siegel/Smith/Paddock* (1987), *Paddock/Siegel/Smith* (1988), *Stensland/Tjostheim* (1991), *Lund* (1992), *Smit* (1997).

[24] Vgl. *Paddock/Siegel/Smith* (1988), S. 481.

[25] Vgl. zu optionspreistheoretischen Bewertungen von Gründungsunternehmen *Amram/Kulatilaka* (1999), S. 143 ff., *Grünbichler/Keiber* (1999), S. 151 ff., *Kemna* (1993), S. 262 ff., *Trigeorgis* (1996), S. 344 ff., *Willner* (1995), S. 221 ff.

[26] Einen Überblick über die Phasen der Finanzierung von Gründungsunternehmen gibt *Spremann* (1998), S. 140.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

verbunden, während Einzahlungen erst zu einem späteren Zeitpunkt realisiert werden. Damit weisen Investitionen in Unternehmensneugründungen Analogien zu Investitionen in Forschung und Entwicklung auf.[27] Mit der Investition in eine Phase einer Unternehmensneugründung erwirbt man eine Option auf die Durchführung weiterer Phasen. Scheitert das Projekt in einer der Phasen, so kann die Investition abgebrochen werden. Bei günstiger Entwicklung ist eine Aufstockung des Investitionsvolumens denkbar, um beispielsweise einen rasch wachsenden Markt bedienen zu können. Damit läßt sich auch die Investition in ein Gründungsunternehmen als ein sequentielles Investitionsproblem mit den beschriebenen Entscheidungsproblemen auffassen.

3.2 Ansätze zur Berücksichtigung des Einflusses der einzelnen Phasen auf sequentielle Investitionsentscheidungen unter Unsicherheit

3.2.1 Grundmodell zur Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes

Den Ausgangspunkt der Analyse bildet die Arbeit von *McDonald/Siegel* (1986), die in ihrem Modell den „value of waiting to invest“[28] untersuchen.[29] Sie betrachten die Frage, zu welchem Zeitpunkt eine Unternehmung investieren soll, wenn die Investition zum Entscheidungszeitpunkt eine irreversible Investitionsauszahlung in Höhe von I und eine einmalige Investitionseinzahlung in Höhe von V beinhaltet. Die Höhe der Einzahlung V sei unsicher und verhalte sich gemäß der geometrischen Brownschen Bewegung

$$dV = \alpha V\, dt + \sigma V\, dz. \tag{3.1}$$

Mit dz werde das Differential des Wiener Prozesses z bezeichnet. Die Konstante α sei die erwartete relative Veränderung von V je Zeiteinheit, die Konstante σ ein Parameter, der die Standardabweichung dieser Veränderung angibt.

Das Entscheidungsproblem der Unternehmung besteht darin, den Wert der Investitionsmöglichkeit, der mit $F(V)$ bezeichnet werde, zu maximie-

[27] Vgl. auch *Amram/Kulatilaka* (1999), S. 144.

[28] *McDonald/Siegel* (1986), S. 707.

[29] Die Darstellung des Grundmodells orientiert sich teilweise an *Dixit/Pindyck* (1994), S. 136 ff.

ren. Da der Einzahlungsüberschuss im Falle einer Investition zum Zeitpunkt t den Wert $V(t) - I$ annimmt, beträgt der Wert der Investitionsmöglichkeit

$$F(V) = \max E[(V(T) - I)\, e^{-\rho T}]. \tag{3.2}$$

Dabei ist T der noch zu bestimmende Investitionszeitpunkt und ρ der Zinssatz, der von der Unternehmung zur Abdiskontierung künftiger unsicherer Zahlungen im Zusammenhang mit dem Investitionsprojekt angewandt wird. Für den Parameter α wird zudem $\alpha < \rho$ angenommen, da sonst das gekennzeichnete Maximierungsproblem keine Lösung hätte.[30]

Unter der Annahme, dass es für die Unternehmung optimal ist, in einem infinitesimalen Zeitraum dt nicht zu investieren, lautet die *Bellman-Gleichung der dynamischen Programmierung* für den Wert der Investitionsmöglichkeit[31]

$$\rho F(V)\, dt = E[dF]. \tag{3.3}$$

Unter Verwendung von Itô's Lemma ergibt sich daraus nach einigen Umformungen die Differentialgleichung

$$\frac{1}{2}\, \sigma^2 V^2 F''(V) + \alpha V F'(V) - \rho F = 0 \tag{3.4}$$

als Bestimmungsgleichung für den Wert der Investitionsmöglichkeit $F(V)$. Diese Gleichung muss drei Randbedingungen genügen. Zum einen beträgt der Wert der Investitionsmöglichkeit bei $V = 0$ ebenfalls 0, das heißt $F(0) = 0$. Diese Randbedingung resultiert aus einer Eigenschaft der geometrischen Brownschen Bewegung und kann mathematisch leicht nachvollzogen werden, indem man in Gleichung (3.1) den Wert $V = 0$ einsetzt. Zum zweiten besteht der Wert der Investitionsmöglichkeit zum optimalen Investitionszeitpunkt aus der Differenz der Einzahlung V^* zu diesem Zeitpunkt und der Investitionsauszahlung I. Die zweite Randbedingung lautet also $F(V^*) = V^* - I$. Sie wird in der Regel auch *Value matching-Bedingung* genannt.[32] Eine dritte Randbedingung resultiert schließlich aus der Überlegung, dass der Investor die Investition genau zu dem Zeitpunkt tätigt, zu dem es für ihn optimal ist. Er wird also den Zeitpunkt, der durch die Einzahlung V^* gekennzeichnet ist, so wählen, dass der Wert der Investitionsmöglichkeit bezüglich V^* maximiert wird. Es kann gezeigt werden,[33] dass

[30] Vgl. *Dixit/Pindyck* (1994), S. 138.

[31] Vgl. Abschnitt 2.4.3.

[32] Vgl. z.B. *Dixit/Pindyck* (1994), S. 141.

[33] Vgl. *Merton* (1973), S. 171.

diese Bedingung mit der Forderung nach beidseitiger Differenzierbarkeit der Wertfunktion in Abhängigkeit von V an der Stelle V^* identisch ist. Damit lautet die dritte Randbedingung $F'(V^*) = 1$. In der Literatur wird sie auch *High contact-Bedingung*[34] oder *Smooth pasting-Bedingung*[35] genannt.

Löst man Gleichung (3.4), so ergibt sich für den Wert der Investitionsmöglichkeit

$$F(V) = A\,V^{\beta_1} \tag{3.5}$$

mit

$$\beta_1 = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{\sigma^2} + \sqrt{\left[\frac{\alpha}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{2\rho}{\sigma^2}} > 1 \tag{3.6}$$

und

$$A = \frac{(\beta_1 - 1)^{\beta_1 - 1}}{(\beta_1)^{\beta_1}\, I^{\beta_1 - 1}}. \tag{3.7}$$

Der kritische Wert V^*, dessen Erreichen den optimalen Investitionszeitpunkt markiert, ergibt sich schließlich zu

$$V^* = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} I. \tag{3.8}$$

Wegen $\beta_1 > 1$ folgt $\beta_1/(\beta_1 - 1) > 1$ und damit $V^* > I$. Unterstellt man beispielsweise einen Zinssatz von $\rho = 0{,}04$, eine erwartete Änderungsrate des Werts der Investitionseinzahlung V von $\alpha = 0$ und eine Standardabweichung von $\sigma = 0{,}2$, dann ergibt sich daraus $\beta_1 = 2$ bzw. $V^* = 2I$. Der Wert der Investitionseinzahlung muss für diese Parameterkonstellation die Höhe der Investitionsauszahlung um das Doppelte übertreffen, damit die Unternehmung zu diesem Zeitpunkt investiert. Der Wert der Investitionsmöglichkeit nimmt für $I = 1$ den Wert $F(V) = \frac{1}{4}V^2$ im Bereich $V \leq 2$ bzw. $F(V) = V - 1$ im Bereich $V > 2$ an.

Sowohl der kritische Wert V^* als auch der Wert der Investitionsmöglichkeit $F(V)$ nehmen mit steigendem σ zu. Eine höhere Unsicherheit führt also sowohl zu einer höheren Investitionsschwelle als auch zu einem größeren Wert des Wartens. Ebenso steigen sowohl der kritische Wert V^* als auch der Wert der Investitionsmöglichkeit $F(V)$ mit zunehmendem ρ und mit zunehmendem α.

[34] Vgl. *Samuelson* (1965).

[35] Vgl. z.B. *Dixit* (1993), *Brekke/Øksendal* (1991).

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

Dieses Modell demonstriert, dass bei realistischen Parameterwerten „investment timing considerations are important.“[36] Damit greift es explizit die Entscheidung über den optimalen Investitionszeitpunkt auf. Andere Entscheidungsprobleme bleiben jedoch genauso wie die nachfolgenden Phasen eines Investitionsprojektes aus der Betrachtung ausgeklammert. Im folgenden werden Modelle betrachtet, die einen Teil dieser Restriktionen schrittweise aufheben.

3.2.2 Berücksichtigung einer Bauphase mit endlicher Länge im Grundmodell

Abweichend vom Grundmodell von *McDonald/Siegel* (1986) wird nun zusätzlich eine Bauphase von der Länge τ berücksichtigt. Die Investitionseinzahlung V erfolge somit nicht zum Investitionszeitpunkt, sondern τ Zeiteinheiten später.[37] Die Unternehmung muss also abwägen, ob sie sofort investiert und einen erwarteten Kapitalwert in Höhe von $E[V\,e^{-(\rho-\alpha)\tau} - I]$ realisiert,[38] oder ob sie mit der Investition noch wartet, um später einen möglicherweise höheren Kapitalwert realisieren zu können. Sie wird den Wert dieser Investitionsmöglichkeit, der mit $F(V)$ bezeichnet werde, maximieren:

$$F(V) = \max E\left[\left(V(T)\,e^{-(\rho-\alpha)\tau} - I\right)e^{-rT}\right] \tag{3.9}$$

Dabei ist T der noch zu bestimmende Investitionszeitpunkt und ρ wie bereits im letzten Abschnitt der Zinssatz, mit dem die Unternehmung künftige Zahlungen aus dem betrachteten Projekt abzinst. Die den Wert der Investitionsmöglichkeit determinierende Differentialgleichung (3.4) bleibt gegenüber dem vorhergehenden Abschnitt unverändert. Die Randbedingungen müssen jedoch gegenüber dem Grundmodell modifiziert werden. Für $V = 0$ beträgt der Wert der Investitionsmöglichkeit weiterhin 0. Zum Investitionszeitpunkt jedoch ist $F(V^*)$ nun gegeben durch die Differenz aus dem erwarteten diskontierten Wert der Einzahlung $V^*\,e^{-(\rho-\alpha)\tau}$ und der Auszahlung I, also $F(V^*) = V^*\,e^{-(\rho-\alpha)\tau} - I$. Die *Smooth pasting-Bedingung* lautet $F'(V^*) = e^{-(\rho-\alpha)\tau}$ Daraus läßt sich der Wert der Investitionsmöglichkeit bestimmen zu

[36] *McDonald/Siegel* (1986), S. 724.

[37] Da die Bauphase hier durch ihre Zahlungswirkungen, das heißt durch die fehlenden Einzahlungen charakterisiert wird, kann sie problemlos durch die Vorbereitungsphase ersetzt oder mit ihr kombiniert werden. Daher wird im folgenden auf eine explizite Berücksichtigung der Vorbereitungsphase verzichtet.

[38] Der auf den Betrachtungszeitpunkt diskontierte Erwartungswert von V beträgt τ Zeiteinheiten nach dem Betrachtungszeitpunkt $V\,e^{-(\rho-\alpha)\tau}$.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

$$F(V) = B\,V^{\beta_1} \tag{3.10}$$

mit β_1 wie im obigen Abschnitt und

$$B = \frac{(\beta_1 - 1)^{\beta_1 - 1}}{(\beta_1)^{\beta_1}\, I^{\beta_1 - 1}\, e^{(r-\alpha)\,\delta\,\beta_1}}. \tag{3.11}$$

Der kritische Wert V^*, bei dem investiert wird, lautet nun

$$V^* = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1}\, I\, e^{(\rho-\alpha)\,\tau}. \tag{3.12}$$

Verwendet man die Parameterkonstellation des oben betrachteten Zahlenbeispiels, also $\rho = 0{,}04$, $\alpha = 0$ und $\sigma = 0{,}2$, und nimmt man eine Länge der Bauphase von $\tau = 1$ an, so ergibt sich $\beta_1 = 2$ bzw. ein kritischer Wert $V^* \approx 2{,}08$. Dieser liegt über dem kritischen Wert ohne Berücksichtigung der Bauphase. Der Wert der Investitionsmöglichkeit beträgt $F(V) \approx 0{,}23\,V^2$ für $V \leq V^*$ und $F(V) = V - I$ für $V > V^*$. Dieser Wert ist kleiner als der ohne Berücksichtigung einer Bauphase berechnete Wert. Betrachtet man die beiden Gleichungen (3.10) bzw. (3.11) und (3.12), so läßt sich leicht zeigen, dass *ceteris paribus* mit zunehmender Länge der Bauphase der kritische Wert V^* ansteigt und der Wert der Investitionsmöglichkeit $F(V)$ abnimmt.

Dieses Modell weist gegenüber dem Grundmodell den Vorzug auf, dass es den realistischen Fall einer endlichen Bau- bzw. Vorbereitungsphase berücksichtigt. Doch auch hier werden neben der Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes keine weiteren Entscheidungsprobleme betrachtet. Wie beispielsweise eine Unterbrechungsentscheidung berücksichtigt werden kann, zeigt folgender Abschnitt.

3.2.3 Sequentielle Investitionsauszahlungen in der Bauphase

Zur Beschreibung der prinzipiellen Vorgehensweise zur Analyse sequentieller Investitionsauszahlungen während der Bauphase wird ein zweistufiges Investitionsprojekt betrachtet, das mit einer Auszahlung in Höhe von I_1 beginnt.[39] Anschließend muss eine Auszahlung in Höhe von I_2 getätigt werden, bevor die Investition in die Betriebsphase übergeht. Aus Gründen der einfacheren Darstellung wird die Betriebsphase wie bereits in den

[39] Das im folgenden vorgestellte Modell orientiert sich zum Teil an einem zweistufigen Investitionsproblem, wie es in *Dixit/Pindyck* (1994), S. 321 ff. beschrieben wird. An einzelnen Stellen ist das dargestellte Modell jedoch etwas vereinfacht worden.

beiden vorangegangenen Abschnitten auf einen Zeitpunkt reduziert, zu dem die Unternehmung eine einmalige Investitionseinzahlung in Höhe von V erhalte. Für die zeitliche Entwicklung der Einzahlung V gelte wie schon im vorhergehenden Abschnitt die durch Gleichung (3.1) gegebene geometrische Brownsche Bewegung. Die Dauer der Bauphase wird auf beiden Stufen vernachlässigt, also gleich null angenommen.[40] Die Unternehmung hat also zunächst eine Investitionsmöglichkeit mit dem Wert $F_1(V)$, bei der sie für eine einmalige Auszahlung in Höhe von I_1 eine weitere Investitionsmöglichkeit erwirbt. Der Wert letzterer werde mit $F_2(V)$ bezeichnet. Nimmt die Unternehmung diese wahr, dann muss sie eine Auszahlung in Höhe von I_2 leisten und erhält dafür eine Einzahlung in Höhe von V.

Das Problem der Bestimmung der Werte der beiden Investitionsmöglichkeiten $F_1(V)$ und $F_2(V)$ sowie der optimalen Schwellen V_1^* und V_2^*, bei denen die Investitionsmöglichkeiten wahrgenommen werden, kann retrograd gelöst werden. Zunächst wird der Wert der Investitionsmöglichkeit auf der zweiten Stufe, also $F_2(V)$, in Verbindung mit der Schwelle V_2^* bestimmt. Dies geschieht analog zu der im Grundmodell in Abschnitt 3.2.1 gezeigten Bestimmung einer einstufigen Investition. Anschließend wird der Wert der Investitionsmöglichkeit auf der ersten Stufe mit der zugehörigen Schwelle V_1^* ermittelt.

Die Differentialgleichung, die $F_2(V)$ erfüllen muss, lautet

$$\frac{1}{2}\,\sigma^2\,V^2\,F_2''(V) + \alpha\,V\,F_2'(V) - \rho\,F_2 = 0 \tag{3.13}$$

mit den Randbedingungen

$$F_2(0) = 0, \tag{3.14}$$

$$F_2(V_2^*) = V_2^* - I_2, \tag{3.15}$$

$$F_2'(V_2^*) = 1. \tag{3.16}$$

Daraus ergibt sich für $F_2(V)$ die Lösung

$$F_2(V) = D_2\,V^{\beta_1}, \tag{3.17}$$

[40] Damit können zwischen den beiden Stufen auch keine neuen Informationen auftreten, die im Entscheidungskalkül berücksichtigt werden könnten, womit sich die eigentlich zweistufige Entscheidung auf eine einzige (und damit nicht mehr sequentielle) reduziert. Für das Verständnis des sequentiellen Charakters der Auszahlungen während der Bauphase ist dieses Modell dennoch instruktiv.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

wobei β_1 durch Gleichung (3.6) gegeben ist und

$$D_2 = \frac{(\beta_1 - 1)^{\beta_1 - 1}}{(\beta_1)^{\beta_1} I_2^{\beta_1 - 1}}. \tag{3.18}$$

Der kritische Wert V_2^*, bei dessen Erreichen die Investitionsauszahlung der zweiten Stufe vorgenommen wird, ergibt sich schließlich zu

$$V_2^* = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} I_2. \tag{3.19}$$

Die durch Gleichung (3.17) bestimmte Lösung gilt im Bereich $V < V_2^*$. Falls $V \geq V_2^*$ tätigt die Unternehmung die Investitionsauszahlung I_2 der zweiten Stufe sofort und erhält dafür die Einzahlung V. Insgesamt ergibt sich also für den Wert der Investitionsmöglichkeit auf der zweiten Stufe

$$F_2(V) = \begin{cases} D_2 V^{\beta_1} & \text{falls} \quad V < V_2^* \\ V - I_2 & \text{falls} \quad V \geq V_2^*. \end{cases} \tag{3.20}$$

Mit den berechneten Werten $F_2(V)$ und V_2^* für die zweite Stufe können nun die entsprechenden Werte für die erste Stufe ermittelt werden. $F_1(V)$ muss ebenfalls der Differentialgleichung (3.13) genügen, aber die zu erfüllenden Randbedingungen lauten nun

$$F_1(0) = 0, \tag{3.21}$$

$$F_1(V_1^*) = F_2(V_1^*) - I_1, \tag{3.22}$$

$$F_1'(V_1^*) = F_2'(V_1^*). \tag{3.23}$$

Die Lösung beträgt

$$F_1(V) = D_1 V^{\beta_1}. \tag{3.24}$$

Um mit Hilfe der Randbedingungen (3.22) und (3.23) D_1 und V_1^* ermitteln zu können, muss bekannt sein, ob V_1^* größer oder kleiner als V_2^* ist. Denn aus Gleichung (3.20) ergibt sich, dass $F_2(V_1^*)$ im Fall $V_1^* < V_2^*$ den Wert $D_2 (V_1^*)^{\beta_1}$ annimmt, im Fall $V_1^* \geq V_2^*$ dagegen $V_1^* - I_2$.

Intuitiv ist klar, dass V_1^* größer sein muss als V_2^*. Denn eine höhere anfängliche Investitionsauszahlung ist *ceteris paribus* mit einer höheren kritischen Einzahlungsschwelle verbunden.[41] Da die Summe der Auszahlun-

[41] Vgl. Gleichung (3.8) in Abschnitt 3.2.1.

gen für beide Stufen höher sein muss als die Auszahlung nur für die zweite Stufe, muss auch die kritische Einzahlungsschwelle für die erste Stufe höher sein als für die zweite. Dieser Sachverhalt kann formal bewiesen werden. Dazu wird zunächst angenommen, dass $V_1^* < V_2^*$. Dann ist $F_2(V_1^*) = D_2\,(V_1^*)^{\beta_1}$. Aus Randbedingung (3.23) folgt nun, dass $D_1 = D_2$. Dies ist allerdings mit Randbedingung (3.22) unvereinbar. Aus diesem Widerspruch folgt $V_1^* \geq V_2^*$.

Damit können die beiden Randbedingungen (3.22) und (3.23) wie folgt dargestellt werden:

$$F_1(V_1^*) = V_1^* - I_2 - I_1, \tag{3.25}$$

$$F_1'(V_1^*) = 1. \tag{3.26}$$

Daraus folgt für D_1

$$D_1 = \frac{(\beta_1 - 1)^{\beta_1 - 1}}{(\beta_1)^{\beta_1}\,(I_1 + I_2)^{\beta_1 - 1}} \tag{3.27}$$

und für die Einzahlungsschwelle der ersten Stufe V_1^*

$$V_1^* = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1}(I_1 + I_2). \tag{3.28}$$

Diese beiden Gleichungen weisen dieselbe Form auf wie die Gleichungen (3.18) und (3.19) bzw. die in Abschnitt 3.2.1 berechnete Lösung. Sie unterscheiden sich lediglich in der Höhe der gesamten Investitionsauszahlung. Für die Lösung auf der ersten Stufe wird die gesamte Auszahlung in Höhe von $I_1 + I_2$ betrachtet, auf der zweiten Stufe hingegen nur die Auszahlung I_2.

Die Tatsache, dass die Schwelle V_1^* für die Investition der ersten Stufe höher ist als die Schwelle V_2^* für die Investition der zweiten Stufe, führt dazu, dass die Unternehmung die Auszahlung für die zweite Stufe in jedem Fall unmittelbar im Anschluss an die Auszahlung für die erste Stufe vornimmt. Ist also die Schwelle V_1^* erreicht, dann investiert die Unternehmung nicht nur in die erste Stufe, sondern gleich im Anschluss in die zweite Stufe, da $V_1^* > V_2^*$. Für den betrachteten Fall, dass die Bauphase die Länge null aufweist, könnte folglich auf eine sequentielle Lösung dieses mehrstufigen Investitionsproblems verzichtet werden. Es würde genügen, die beiden Stufen zu einer einzigen Auszahlung zusammenzufassen und das Problem analog Abschnitt 3.2.1 zu lösen.

Geht man allerdings auch hier zu einem realitätsnäheren Modell über, das explizit Bauzeiten endlicher Länge berücksichtigt, so kann sich dieses

Ergebnis ändern. Zum einen kann während der ersten Bauphase der Wert der erwarteten Einzahlung soweit sinken, dass er unter die Einzahlungsschwelle der zweiten Stufe fällt. Dann ist es für die Unternehmung optimal, mit der Fortsetzung der Investition auf der zweiten Stufe solange zu warten, bis die kritische Schwelle wieder erreicht wird. Zum anderen kann für bestimmte Parameterkombinationen die Schwelle für die erste Stufe unterhalb der Schwelle für die zweite Stufe liegen. Dies haben *Bar-Ilan/Strange* (1998) in einem zweistufigen Investitionsmodell mit Bauphasen endlicher Länge auf jeder Stufe und der Möglichkeit einer Unterbrechung nach der ersten Stufe festgestellt. „With suspension, the first-stage trigger is below the second-stage trigger for sufficiently long lags and high levels of output price uncertainty.“[42] Allerdings untersuchen die beiden Autoren nicht, wie sich die Möglichkeit eines Projektabbruchs während der Betriebsphase auf die Entscheidungen der Bauphase auswirkt. Daneben erscheint eine Erweiterung dieses Modells auf mehr als zwei Stufen aufgrund der hohen Modellkomplexität kaum realisierbar.

Im Prinzip läßt sich eine Erweiterung des oben beschriebenen Modells auf mehr als zwei Stufen mit demselben Verfahren lösen wie das zweistufige Modell. Man beginnt auch hier mit der Lösung bei der letzten zu treffenden Investitionsentscheidung und löst das Investitionsproblem für jede Stufe, bis man bei der ersten Stufe angelangt ist. Die Berücksichtigung einer Bauphase endlicher Länge auf jeder Stufe mit der Möglichkeit einer Projektunterbrechung führt hier jedoch schnell zu äußerst umfangreichen Bewertungstermen. Für den Grenzfall eines kontinuierlichen Auszahlungsstroms während einer endlichen Bauphase haben *Majd/Pindyck* (1987) ein Modell entwickelt, dass zu jedem Zeitpunkt während der Bauphase die kritische Einzahlungsschwelle ermittelt und den Wert der verbleibenden Investitionsmöglichkeit bestimmt. Deren Modell dient als Grundlage für die Analyse in Kapitel 4.

3.2.4 Berücksichtigung der Möglichkeit eines Projektabbruchs während der Betriebsphase

Bisher wurde die Betriebsphase als ein Zeitpunkt mit einer einmaligen Investitionseinzahlung betrachtet. Bei realen Investitionsvorhaben ist die Betriebsphase in der Regel ein Zeitraum mit laufenden Einzahlungen. Während der Betriebsphase kann die Unternehmung die laufende Investition an aktuelle Entwicklungen anpassen. So besteht beispielsweise die Möglichkeit, das Investitionsprojekt abzubrechen. *Bar-Ilan/Strange* (1996) analysieren die Auswirkungen der Möglichkeit eines Projektabbruchs auf die Inves-

[42] *Bar-Ilan/Strange* (1998), S. 437.

titionsentscheidung, wobei sie explizit eine endliche Bauphase berücksichtigen. In ihrem Modell wird eine Unternehmung betrachtet, welche eine Investition tätigen kann, die mit einer einmaligen Investitionsauszahlung in Höhe von I verbunden ist. Diese Auszahlung erfolge am Ende einer Bauphase der Länge $\tau \geq 0$. Anschließend kann die Unternehmung endlos je Zeiteinheit eine Einheit eines Produktes produzieren und absetzen. Die dafür erforderlichen Produktionsauszahlungen je Zeiteinheit, C, seien konstant. Die Unternehmung kann jederzeit das Investitionsvorhaben abbrechen und muss dafür eine Auszahlung in Höhe von $L \geq 0$ leisten. Wird das Projekt abgebrochen, dann muss die Unternehmung wieder die volle Investitionsauszahlung I aufbringen, um eine Neuinvestition bezüglich des gleichen Produkts zu tätigen. Der auf dem Absatzmarkt erzielbare Preis $P(t)$, der dem Einzahlungsstrom entspricht, verhalte sich gemäß einer geometrischen Brownschen Bewegung mit den bereits weiter oben beschriebenen Parametern α und σ, also

$$dP = \alpha P\, dt + \sigma P\, dz. \tag{3.29}$$

Der Diskontierungsfaktor für künftige Ein- und Auszahlungen sei ρ.

Die Unternehmung ist zu jedem Zeitpunkt in einem von drei möglichen Zuständen. Sie befindet sich entweder vor der Bauphase, in der Bauphase oder in der Betriebsphase. In jedem dieser drei Zustände hängt der Wert des Investitionsprojektes vom Preis P ab. Der Zeitpunkt der Investitionsentscheidung determiniert gleichzeitig den Zeitpunkt des Eintritts in die Betriebsphase τ Zeiteinheiten nach Beginn der Bauphase. Annahmegemäß hat die Unternehmung während der Bauphase keine Gelegenheit, ihre Entscheidung zu überdenken. Die zu lösenden Entscheidungsprobleme der Unternehmung beziehen sich auf die Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes vor der Bauphase und auf die Bestimmung des optimalen Investitionsabbruchs während der Betriebsphase. Bei der Entscheidung über den optimalen Investitionszeitpunkt muss die Unternehmung bereits die Möglichkeit eines Projektabbruchs während der Betriebsphase miteinbeziehen.

Die Lösung des gesamten Investitionsproblems der Unternehmung besteht aus den Bewertungsfunktionen in jedem der drei Zustände sowie aus zwei Preisschwellen für die anfängliche Investitionsentscheidung und die Abbruchentscheidung. Die obere Preisschwelle P_H bezeichnet die Grenze, bei der die inaktive Unternehmung die Investitionsentscheidung trifft. Bei Erreichen der unteren Preisschwelle P_L beendet die Unternehmung mit einer Auszahlung in Höhe von L die Betriebsphase der Investition.

Zunächst wird die Bewertungsgleichung für die Unternehmung vor Eintritt in die Bauphase mit Hilfe der dynamischen Programmierung ermittelt.

Unter der Annahme, dass es für die Unternehmung über einen infinitesimalen Zeitabschnitt dt optimal ist, mit der Investition zu warten, beträgt der Wert $V_0(P)$ des Investitionsprojektes

$$V_0(P) = e^{-\rho\, dt}\, V_0(P(dt)) \tag{3.30}$$

mit $P(dt)$ als Preis zum Zeitpunkt $t + dt$. Nach ähnlichen Rechenschritten wie in Abschnitt 2.4.3 gezeigt, ergibt sich daraus folgende Differentialgleichung als Bestimmungsgleichung für $V_0(P)$:

$$\frac{1}{2}\,\sigma^2 P^2\, V_0''(P) + \alpha P\, V_0'(P) - \rho\, V_0(P) = 0. \tag{3.31}$$

Die Lösung dieser Gleichung unter der Randbedingung $V_0(0) = 0$ lautet

$$V_0(P) = B\, P^{\beta_1} \tag{3.32}$$

mit

$$\beta_1 = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{\sigma^2} + \sqrt{\left[\frac{\alpha}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{2\rho}{\sigma^2}}. \tag{3.33}$$

Der Parameter B muss noch bestimmt werden.

Die Berechnung der Bewertungsgleichung für eine Unternehmung, die sich bereits in der Betriebsphase befindet, folgt ähnlichen Rechenschritten. Hier beträgt der Wert $V_1(P)$ des Investitionsprojektes

$$V_1(P) = e^{-\rho\, dt}\, V_1(P(dt)) + E \int_0^{dt} (P(s) - C)\, e^{-\rho s}\, ds. \tag{3.34}$$

Die Differentialgleichung ergibt sich zu

$$\frac{1}{2}\,\sigma^2 P^2\, V_1''(P) + \alpha P\, V_1'(P) - \rho\, V_1(P) = C - P. \tag{3.35}$$

Die Lösung dieser Gleichung lautet[43]

$$V_1(P) = A\, P^{\beta_2} + \frac{P}{\rho - \alpha} - \frac{C}{\rho} \tag{3.36}$$

mit

---

[43] Vgl. zu einer ausführlichen Herleitung dieser Lösung Abschnitt 4.2.1.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

$$\beta_2 = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{\sigma^2} - \sqrt{\left[\frac{\alpha}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{2\rho}{\sigma^2}}. \tag{3.37}$$

Schließlich muss die Bewertungsgleichung für eine Unternehmung in der Bauphase ermittelt werden. Der Wert des Investitionsprojektes $V_2(P,\theta)$ hängt in diesem Fall neben dem Preis auch von der verbleibenden Dauer der Bauphase θ ab mit $0 \le \theta \le \tau$. Für diesen Wert in der Bauphase gilt:

$$V_2(P(t),\theta) = e^{-\rho dt}\, V_2(P(t+dt),\theta - dt). \tag{3.38}$$

Daraus ergibt sich als Bestimmungsgleichung für $V_2(P,\theta)$ die partielle Differentialgleichung

$$\frac{1}{2}\,\sigma^2 P^2\, \frac{\partial^2 V_2(P,\theta)}{\partial P^2} + \alpha P\, \frac{\partial V_2(P,\theta)}{\partial P} - \rho\, V_2(P,\theta) - \frac{\partial V_2(P,\theta)}{\partial \theta} = 0. \tag{3.39}$$

Die Lösung dieser Gleichung ist gegeben durch[44]

$$\begin{aligned} V_2(P,\theta) = {} & (1-\Phi(u-\beta_2\,\sigma))\,A\,P^{\beta_2} + (1-\Phi(u-\sigma))\,\frac{P\,e^{-(\rho-\alpha)\theta}}{\rho-\alpha} \\ & -(1-\Phi(u))\,\frac{C\,e^{-\rho\theta}}{\rho} + \Phi(u-\beta_1\,\sigma)\,B\,P^{\beta_1} - \Phi(u)\,L\,e^{-\rho\theta}. \end{aligned} \tag{3.40}$$

Dabei ist $\Phi(\cdot)$ die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung und u gegeben durch

$$u = u(P,\theta) = \frac{\ln P_L - \ln P - (\alpha - \sigma^2/2)\,\theta}{\sigma\sqrt{\theta}}. \tag{3.41}$$

Zur Bestimmung der vier unbekannten Größen A, B, P_H und P_L dienen schließlich folgende vier Gleichungen:

$$V_0(P_H) = V_2(P_H,\tau) - I\,e^{-\rho\tau}, \tag{3.42}$$

$$V_0'(P_H) = \frac{\partial V_2(P_H,\tau)}{\partial P}, \tag{3.43}$$

$$V_1(P_L) = V_0(P_L) - L, \tag{3.44}$$

$$V_1'(P_L) = V_0'(P_L). \tag{3.45}$$

---

[44] Zu einer Herleitung dieser Lösung und den dabei zugrunde gelegten Randbedingungen vgl. *Bar-Ilan/Strange* (1996), S. 613 und 620 f.

Die Gleichungen (3.42) und (3.44) sind die beiden *Value matching-Bedingungen* an der oberen und unteren Preisschwelle, die beiden Gleichungen (3.43) und (3.45) die *Smooth pasting-Bedingungen* für dieselben Stellen.

Eine analytische Lösung dieses Gleichungssystems ist nur für spezielle Parameterkombinationen möglich. Im allgemeinen Fall muss auf numerische Lösungsverfahren zurückgegriffen werden. *Bar-Ilan/Strange* betrachten in ihrer Arbeit verschiedene Parameterkonstellationen. Dabei zeigt sich ein gegenüber einem Investitionsprojekt ohne Bauphase veränderter Einfluss der Unsicherheit über den Absatzpreis auf das Investitionsverhalten. In Abschnitt 3.2.1 wurde gezeigt, dass erhöhte Unsicherheit, ausgedrückt durch eine größere Standardabweichung, die Schwelle erhöht, bei der eine Unternehmung investiert. *Bar-Ilan/Strange* stellen hingegen für Investitionen mit einer Bauphase fest, dass für bestimmte Parameterkonstellationen ein Anstieg der Unsicherheit zunächst mit einer sinkenden Preisschwelle, bei der erstmals investiert wird, einhergeht. Nimmt die Unsicherheit weiter zu, steigt die Preisschwelle wieder an. Dieses Resultat wird für realistische Werte der Standardabweichung erreicht.

Die Ursache für diesen veränderten Einfluss der Unsicherheit auf die Preisschwelle und damit den Investitionszeitpunkt liegt bei den entgangenen Einzahlungen während der Bauphase. Bei Investitionen ohne Bauphase führt eine höhere Unsicherheit auf der einen Seite dazu, dass die Unternehmung sich durch Warten die Chance auf höhere Einzahlungsüberschüsse durch eine günstige Preisentwicklung offenhalten kann. Gleichzeitig ist das Risiko nach unten begrenzt, da die Unternehmung bei einer ungünstigen Preisentwicklung nicht investieren muss.[45] Andererseits werden die mit dem Warten verbundenen Nachteile in Form entgangener Einzahlungsüberschüsse durch eine veränderte Standardabweichung nicht beeinflusst. Der Erwartungswert dieser entgangenen Einzahlungen ändert sich nicht. Daraus resultiert bei höherer Unsicherheit insgesamt eine größere Bereitschaft, mit der Investition zu warten.

Bei einem Investitionsprojekt mit einer Bauphase endlicher Länge und der Möglichkeit des Projektabbruchs in der darauf folgenden Betriebsphase werden die mit dem Warten verbundenen Nachteile dagegen von der Höhe der Unsicherheit beeinflusst. Die Nachteile entstehen nicht durch unmittelbar entgangene Einzahlungsüberschüsse, sondern durch Einzahlungsüberschüsse, die erst nach Beendigung der Bauphase entstanden wären. Die Möglichkeit eines Projektabbruchs begrenzt jedoch das Risiko dieser Einzahlungsüberschüsse nach unten und verändert damit die Wahrscheinlich-

---

[45] Diese asymmetrische Risikoverteilung ist in der Literatur auch unter dem Stichwort *bad news principle* bekannt, vgl. *Bernanke* (1983), S. 91.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

keitsverteilung dieser Einzahlungsüberschüsse. Denn statt negative Einzahlungsüberschüsse zu realisieren, kann das Projekt abgebrochen werden. Dagegen gibt es keine Begrenzung möglicher höherer Einzahlungsüberschüsse. Damit führt eine höhere Unsicherheit über diese künftigen Einzahlungsüberschüsse zu größeren Nachteilen des Wartens. Sind diese größer als der aus einer möglichen günstigen Preisentwicklung resultierende Wert des Wartens, kann höhere Unsicherheit in diesem Fall zu einem früheren Investitionszeitpunkt führen.[46]

Dieses Modell von *Bar-Ilan/Strange* berücksichtigt explizit die Bauphase im Rahmen eines Investitionsprojektes. Darüber hinaus wird neben der Frage nach dem optimalen Investitionszeitpunkt auch die Möglichkeit eines Projektabbruchs während der Betriebsphase in die Analyse miteinbezogen. Dagegen wird die Möglichkeit einer temporären Kapazitätsstilllegung nicht betrachtet. Nicht berücksichtigt ist auch die Tatsache, dass viele Investitionen mit einer Folge sequentieller Auszahlungen beginnen. Damit kann die Möglichkeit eines Projektabbruchs oder einer Projektunterbrechung während der Bauphase zu einem Zeitpunkt, zu dem noch nicht alle anfänglichen Investitionsauszahlungen geleistet worden sind, nicht näher untersucht werden. In Kapitel 4 wird daher ein Modell entwickelt, das derartige Entscheidungsprobleme während der Bau- und Betriebsphase in die Analyse miteinbezieht.

[46] Vgl. auch *Hartman* (1972), *Abel* (1983), *Caballero* (1991).

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

4. Sequentielle Investitionsentscheidungen bei Preisunsicherheit und exklusiver Investitionsmöglichkeit

In diesem Kapitel wird mit Hilfe eines formalen Modells der Einfluss der Bau- und Betriebsphase auf Investitionsentscheidungen einer Unternehmung bei Unsicherheit über den Preis gezeigt. Dabei wird zunächst davon ausgegangen, dass die Investitionsmöglichkeit einer Unternehmung exklusiv zur Verfügung steht, dass also kein Wettbewerbseinfluss berücksichtigt werden muss. Betrachtet wird ein spezieller Investitionstyp. Zum einen erfordert die Investition zunächst eine Reihe sequentieller Auszahlungen, die sich über eine endliche Zeitspanne erstrecken. Zum anderen werden aus dem Investitionsprojekt erst dann Einzahlungen beispielsweise aus dem Verkauf der hergestellten Produkte erzielt, wenn alle sequentiellen Auszahlungen erfolgt sind. Die Auszahlungen seien irreversibel, das heißt es ist dem Investor nicht möglich, die bisher getätigten Investitionen wieder rückgängig zu machen.[1]

Es gibt eine Vielzahl realer Investitionen, für die diese prinzipielle Kennzeichnung zutrifft. Der Bau einer Fabrik zu Herstellung eines bestimmten Produkts ist ein solches Beispiel.[2] Erst wenn die Fabrik fertiggestellt ist, können im Normalfall Einzahlungen aus dem Projekt realisiert werden. Der Kraftwerksbau ist ein Beispiel für eine Investition mit einer besonders langen Bauphase. Während der Bauphase erfolgen hier die Auszahlungen in der Regel sequentiell. Nach jeder Auszahlung muss neu über die Vorteilhaftigkeit der Investition entschieden werden. Falls zu einem bestimmten Zeitpunkt innerhalb der Bauphase eine Entscheidung über den Abbruch des Projekts getroffen wird, können die bisher geleisteten Investitionsauszahlungen in der Regel nicht mehr rückgängig gemacht werden. Weitere Beispiele für derartige Investitionen sind die verschiedensten Arten von Forschungs- und Entwicklungs-Projekten.

Der Ausgangspunkt für die folgende Analyse liegt in den Arbeiten von *Myers/Majd* (1990) und *Majd/Pindyck* (1987). Beide Arbeiten beschäftigen sich mit der Bewertung eines Investitionsprojektes, das zu jedem Zeitpunkt

---

[1] Dies kann mit der fehlenden Existenz eines Sekundärmarktes für die bisher getätigten Investitionsauszahlungen erklärt werden, vgl. hierzu *Pedell* (1999), S. 53 ff. und Abschnitt 2.2.2.

[2] Vgl. hierzu auch die in Abschnitt 3.1.3 beschriebenen Beispiele.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

abgebrochen werden kann. Während erstere lediglich die Betriebsphase betrachten und sich dabei auf das Entscheidungsproblem Investitionsabbruch konzentrieren, analysieren letztere die Möglichkeit eines Projektabbruchs bzw. einer Projektunterbrechung während der Bauphase, ohne die Betriebsphase in die Analyse miteinzubeziehen. Das hier entwickelte Modell baut insbesondere auf letzterer Untersuchung auf, die für die Zwecke dieser Arbeit angepasst und erweitert wird. Dabei wird in Abweichung von deren Modell die Analyse einer Betriebsphase in das Modell integriert. Diese beinhaltet variable Produktionsauszahlungen und die Möglichkeit einer Projektunterbrechung. Daneben wird das Lösungsverfahren problemadäquat angepasst.

4.1 Kennzeichnung des Grundmodells zur Analyse sequentieller Investitionsentscheidungen

Eine Unternehmung habe die Möglichkeit, in ein Projekt, beispielsweise den Bau einer Fabrik, zu investieren. Der Bau erfordere eine Folge von Investitionsauszahlungen und eine endliche Bauzeit. Sobald die Fabrik fertiggestellt ist, wird darin je Zeiteinheit ein Produkt hergestellt, das auf dem Absatzmarkt sofort zum Preis P verkauft werden kann. Es wird angenommen, dass die Produktionsrate der Absatzrate entspricht und die Fabrik eine unendliche Lebensdauer habe. Der Preis des Produkts sei zunächst exogen gegeben und eine stochastische Größe.[3] Er verhalte sich gemäß der geometrischen Brownschen Bewegung

$$dP = \alpha P\,dt + \sigma P\,dz. \tag{4.1}$$

Mit dz werde das Differential des Wiener Prozesses z bezeichnet. Die Konstante α sei die Rate der erwarteten relativen Veränderung von P je Zeiteinheit, die Konstante σ ein Parameter, der die Standardabweichung dieser Veränderung angibt.

Der variable Auszahlungsstrom der Produktion sei C je Zeiteinheit. Sollte der Preis während der Betriebsphase unter die variablen Kosten fallen, kann die Produktion jederzeit kostenlos unterbrochen und bei einem Preisanstieg über C wieder aufgenommen werden. Damit wird die Möglichkeit einer Unterbrechung bzw. eines Abbruchs während der Betriebsphase explizit in die Analyse miteinbezogen. Der Einzahlungsüberschuss während der Betriebsphase ist zu jedem Zeitpunkt gegeben durch[4]

---

[3] In Kapitel 5 wird der Preis über eine Preis-Absatz-Funktion endogenisiert.

[4] *McDonald/Siegel* (1985) haben die Betriebsphase eines derartigen Projektes als eine unendliche Anzahl europäischer Call-Optionen betrachtet, die der Unterneh-

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

$$\pi(P) = \max(P - C, 0). \tag{4.2}$$

Die Höhe der gesamten Investitionsauszahlungen während der Bauphase, die für die Fertigstellung der Fabrik notwendig sind, sei bekannt. Die maximale Geschwindigkeit, mit der Investitionsauszahlungen getätigt werden können, sei k. Die tatsächliche Investitionsrate $I(t)$ unterliegt also der Beschränkung $0 \leq I(t) \leq k$. Die Unternehmung kann die Investitionstätigkeit jederzeit unterbrechen, wenn der Preis unter ein bestimmtes Niveau fällt und anschließend ohne zusätzliche Kosten an der Stelle wiederaufnehmen, an der die Investitionstätigkeit eingestellt worden ist. Sie hat also auch während der Bauphase die Möglichkeit, die Investition jederzeit zu unterbrechen. Die noch verbleibende Investitionssumme bis zur Fertigstellung des Projekts werde mit K bezeichnet. Für eine infinitesimal kleine Änderung von K gilt

$$dK = -I\,dt. \tag{4.3}$$

Es handelt sich hierbei um ein Problem mit zwei Zustandsvariablen, nämlich die verbleibende Investitionssumme K bis zur Fertigstellung, die sich gemäß Gleichung (4.3) verhält, und der Preis P des herzustellenden Produkts, der Gleichung (4.1) folgt. Das Recht bzw. die Möglichkeit, in das Projekt investieren zu können, kann als Option auf künftige Verkaufserlöse betrachtet werden. Der Wert dieser Option hängt zum einen von der noch verbleibenden Investitionssumme K, zum anderen vom Preis P des Produkts ab.

4.2 Lösung des Grundmodells

Da mit einer Veränderung der Höhe der Investitionsrate keine weiteren Kosten verbunden sind und damit die verbleibende Investitionssumme K gemäß Gleichung (4.3) linear von I abhängt, kann die optimale Investitionsrate I zu jedem Zeitpunkt nur den minimalen Wert 0 oder den maximalen Wert k annehmen. Dies ist auch intuitiv einleuchtend, da eine Durchführung des Investitionsprojektes in Abhängigkeit vom erwarteten Preis und der noch verbleibenden Investitionssumme entweder als vorteilhaft oder als nicht vorteilhaft eingestuft werden kann. Damit reduziert sich die optimale Entscheidungsregel der Unternehmung auf die Bestimmung eines kritischen Preises $P^*(K)$. Das Unternehmen investiert mit einer Rate von k, falls der aktuelle Preis mindestens die Höhe des kritischen Preises hat, also $P \geq P^*(K)$. Andernfalls investiert es nicht.

---

mung zu jedem Zeitpunkt den Anspruch auf den Einzahlungsüberschuss als Differenz zwischen Verkaufspreis und variablen Auszahlungen gewähren.

Zur Lösung des betrachteten Modells kommen sowohl arbitrageorientierte Ansätze als auch die dynamische Programmierung in Frage. Die Diskussion in Abschnitt 2.4.4 hat verdeutlicht, dass bei sequentiellen Investitionsprojekten oft keine Möglichkeit besteht, ein Portfeuille aus existierenden und am Markt handelbaren Vermögensgegenständen zusammenzustellen, die in ihrer Risikostruktur mit der Investitionsmöglichkeit identisch sind. Daher bietet sich eine Lösung des Modells mit Hilfe der dynamischen Programmierung an.

Das Bewertungsproblem wird dabei retrograd gelöst. Zunächst wird für die Betriebsphase eine Bewertungsgleichung aufgestellt und gelöst. Die Bewertungsfunktion der Betriebsphase bildet den Ausgangspunkt der Lösung der Bauphase, die von der letzten infinitesimalen Investitionsauszahlung bis zur ersten analog dem Vorgehen in Abschnitt 3.2.3 gelöst wird.

4.2.1 Aufstellung und Lösung einer Bewertungsgleichung für die Betriebsphase

Nach Beendigung der Bauphase sind alle Investitionsauszahlungen getätigt, das heißt $K = 0$. Der Wert des Investitionsprojektes $V(P)$ ist also nur von der Höhe des Preises abhängig. Ohne Unsicherheit über die Preisentwicklung würde der Wert dieses Projekts dem Wert einer ewigen Rente in Höhe von $P - C$ entsprechen. Der unsichere Preis in Verbindung mit der Möglichkeit der Unternehmung, die Produktion bei ungünstiger Preisentwicklung zeitweilig zu unterbrechen, führt zu einem zusätzlichen Wertbeitrag. Berücksichtigt man dies, so läßt sich der Wert des Investitionsprojektes am Ende der Bauphase mit Hilfe der dynamischen Programmierung berechnen.[5] Dieser Wert kann zu einem beliebigen Zeitpunkt t der Betriebsphase (also auch zum Zeitpunkt $t = 0$, der dem Ende der Bauphase entspricht) durch die Summe aus dem Einzahlungsüberschuss im Intervall $(t, t + dt)$ und dem abgezinsten Wert des Projekts zum Zeitpunkt $t + dt$ ausgedrückt werden. Also

$$V(P) = \pi(P)\,dt + E\left[V(P + dP)e^{-r\,dt}\right] \tag{4.4}$$

mit $\pi(P) = \max(P - C, 0)$. Unter Verwendung von Itô's Lemma kann dieser Ausdruck auch geschrieben werden als

$$V(P) = \pi(P)\,dt + (\alpha P\,V_P + \frac{1}{2}\,\sigma^2 P^2\,V_{PP})\,dt + (1 - r\,dt)\,V + o(dt). \tag{4.5}$$

[5] Vgl. auch *Dixit/Pindyck* (1994), S. 187 ff., die dieses Bewertungsproblem mit Hilfe eines arbitrageorientierten Ansatzes lösen.

Die partielle Ableitung $\partial V / \partial P$ wird hier mit V_P abgekürzt, und der Ausdruck $o(dt)$ beinhaltet alle Terme, die schneller gegen Null gehen als dt. Vereinfacht man diese Gleichung und dividiert sie durch dt, dann ergibt sich nach Durchführung des Grenzübergangs $dt \to 0$ die inhomogene Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$\frac{1}{2}\,\sigma^2 P^2\, V_{PP} + \alpha\, P\, V_P - r\, V + \pi(P) = 0. \tag{4.6}$$

Da $\pi(P)$ für die Fälle $P < C$ und $P > C$ unterschiedlich definiert ist, muss zur Lösung dieser Differentialgleichung eine Fallunterscheidung vorgenommen werden.

Im Bereich $P < C$ ist $\pi(P) = 0$. Damit bleibt nur noch der homogene Teil der Differentialgleichung übrig. Die allgemeine Lösung einer derartigen Differentialgleichung weist die Form $V(P) = A\, P^{\beta}$ auf. Setzt man diese Funktion in Gleichung (4.6) ein, ergibt sich, dass β die Gleichung

$$\frac{1}{2}\,\sigma^2 \beta\,(\beta - 1) + \alpha\,\beta - r = 0 \tag{4.7}$$

erfüllen muss. Die beiden Lösungen dieser quadratischen Gleichung ergeben sich zu

$$\beta_1 = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{\sigma^2} + \sqrt{\left[\frac{\alpha}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} > 1 \tag{4.8}$$

und

$$\beta_2 = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{\sigma^2} - \sqrt{\left[\frac{\alpha}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} < 0. \tag{4.9}$$

Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung (4.6) lautet also

$$V(P) = A_1\, P^{\beta_1} + A_2\, P^{\beta_2}, \tag{4.10}$$

wobei A_1 und A_2 Konstanten sind, deren Wert noch bestimmt werden muss. Im Fall $P < C$ wird nicht produziert. Der dennoch positive Wert $V(P)$ ergibt sich hier jedoch aus der Tatsache, dass der unsichere Preis künftig auch wieder über die variablen Kosten (Auszahlungsstrom) steigen kann. Dann würde die Unternehmung die Produktion wieder aufnehmen. Er stellt also den erwarteten Kapitalwert der künftigen Rückflüsse dar.

Im Bereich $P > C$ muss der inhomogene Teil der Differentialgleichung (4.6) berücksichtigt werden. Dazu ermittelt man eine spezielle Lösung der inhomogenen Gleichung und addiert sie zur allgemeinen Lösung der homogenen Gleichung. Über eine einfache Substitution kann man zeigen, dass $P/(r-\alpha) - C/r$ eine spezielle Lösung darstellt. Also ergibt sich als allgemeine Lösung

$$V(P) = B_1 P^{\beta_1} + B_2 P^{\beta_2} + \frac{P}{r-\alpha} - \frac{C}{r}, \tag{4.11}$$

wobei auch hier B_1 und B_2 noch bestimmt werden müssen. Der dritte Term $P/(r-\alpha)$ auf der rechten Seite der Gleichung entspricht dem Kapitalwert einer ewigen Rente in Höhe von P, die mit der Rate α wächst.[6] Der Kapitalwert eines ewigen Auszahlungsstroms in Höhe von C beträgt $-C/r$ und entspricht dem vierten Term auf der rechten Seite. Die Unternehmung hat jedoch die Möglichkeit, bei ungünstiger Preisentwicklung die Produktion zu unterbrechen. Diesen zusätzlichen Wert spiegeln die beiden ersten Terme auf der rechten Seite wieder.

Zur Bestimmung der Konstanten A_1, A_2, B_1 und B_2 werden die Grenzen der betrachteten Bereiche untersucht. Dazu wird zunächst der Fall $P < C$ betrachtet. Für sehr kleine P ist die Wahrscheinlichkeit, dass P über C steigt, sehr gering. Damit geht auch der erwartete Kapitalwert zukünftiger Einzahlungsüberschüsse und damit der Wert des Investitionsprojektes nach Gleichung (4.10) gegen Null. Da aber $\beta_2 < 0$, geht für $P \to 0$ der Ausdruck P^{β_2} gegen ∞. Daher muss die Konstante A_2 den Wert 0 annehmen. Über die Betrachtung sehr großer Werte für P läßt sich im Fall $P > C$ auf dieselbe Weise zeigen, dass B_1 ebenfalls den Wert 0 annehmen muss. Folglich ergibt sich für den Wert $V(P)$ des Investitionsprojektes

$$V(P) = \begin{cases} A_1 P^{\beta_1} & \text{falls} \quad P < C \\ B_2 P^{\beta_2} + \frac{P}{r-\alpha} - \frac{C}{r} & \text{falls} \quad P > C. \end{cases} \tag{4.12}$$

Für die Bestimmung der beiden Konstanten A_1 und B_2 wird der Punkt $P = C$ betrachtet. $V(P)$ muss an dieser Stelle stetig differenzierbar sein.[7] Daraus folgt

[6] Um das zu zeigen, muss man lediglich das Integral über den abgezinsten kontinuierlichen Einzahlungsstrom berechnen, also

$$\int_0^\infty P\, e^{\alpha t}\, e^{-rt}\, dt = P/(r-\alpha).$$

[7] Für einen Beweis hierfür vgl. *Karatzas/Shreve* (1988), S. 271 ff. Vgl. auch *Dixit* (1993).

(4.13) $$A_1 C^{\beta_1} = B_2 C^{\beta_2} + \frac{C}{r-\alpha} - \frac{C}{r},$$

(4.14) $$\beta_1 A_1 C^{\beta_1 - 1} = \beta_2 B_2 C^{\beta_2 - 1} + \frac{1}{r-\alpha}.$$

Die Lösung dieses linearen Gleichungssystems lautet

(4.15) $$A_1 = \frac{C^{1-\beta_1}}{\beta_1 - \beta_2} \left(\frac{\beta_2}{r} - \frac{\beta_2 - 1}{r-\alpha} \right),$$

(4.16) $$B_2 = \frac{C^{1-\beta_2}}{\beta_1 - \beta_2} \left(\frac{\beta_1}{r} - \frac{\beta_1 - 1}{r-\alpha} \right).$$

Dass beide Konstanten tatsächlich positiv sind, wird beispielsweise in *Dixit/Pindyck* (1994), S. 189 gezeigt. Damit ist die Lösung für den Wert des Investitionsprojektes in der Betriebsphase vollständig.

4.2.2 Aufstellung einer Bewertungsgleichung für die Bauphase

Für die Bestimmung des Werts der Investitionsmöglichkeit während der Bauphase wird ähnlich wie im vorhergehenden Kapitel vorgegangen. Nun muss allerdings die zweite Zustandsvariable K berücksichtigt werden, welche die verbleibende Investitionssumme angibt. Die Lösung des Modells beginnt auch hier wieder mit der Aufstellung der *Bellman-Gleichung der dynamischen Programmierung.*

(4.17) $$r\,F(P,K) = \max_I \left\{ -I + \frac{1}{dt}\, E[dF] \right\}$$

Dabei ist r der Zinssatz, den die Unternehmung zugrunde legt und $F(P,K)$ der Wert der Investitionsmöglichkeit für einen gegebenen Preis und eine gegebene verbleibende Investitionssumme. Diese Form der Bellman-Gleichung spiegelt die Idee wieder, dass der Anspruch auf einen mit einem Investitionsprojekt verbundenen Zahlungsstrom einen Vermögensgegenstand (mit dem Wert $F(P,K)$) verkörpert. Die linke Seite der Gleichung entspricht dem Ertrag je Zeiteinheit, den ein Investor für den Vermögensgegenstand $F(P,V)$ fordert. Der erste Term auf der rechten Seite entspricht dem Auszahlungsstrom je Zeiteinheit für das Projekt. Der zweite Term gibt die erwartete Wertänderung je Zeiteinheit der Investitionsmöglichkeit an. Folglich stellt die rechte Seite der Gleichung den erwarteten Gesamtertrag des Investors dar. Dabei wird ein optimales Verhalten der Unternehmung in Bezug auf die Wahl der Investitionshöhe I in jedem Zeitpunkt unterstellt, was im Maximierungskalkül zum Ausdruck kommt. Die gesamte Gleichung

(4.17) stellt also einen Gleichgewichtszustand dar, bei dem die Unternehmung bereit ist, den Vermögensgegenstand zu halten.

Unter Benutzung von Itô's Lemma kann das totale Differential dF auch geschrieben werden als

$$dF = -I\,F_K\,dt + F_P\,dP + \frac{1}{2}\,F_{PP}(dP)^2. \tag{4.18}$$

Dabei bezeichnen die tiefgestellten Buchstaben partielle Ableitungen nach der entsprechenden Größe, also $F_K = \partial F/\partial K$, $F_P = \partial F/\partial P$ und $F_{PP} = \partial^2 F/\partial P^2$. Ersetzt man dP durch Gleichung (4.1), und berücksichtigt man, dass $E(dz) = 0$, so ergibt sich

$$E(dF) = -I\,F_K\,dt + \alpha\,P\,F_P\,dt + \frac{1}{2}\,\sigma^2\,P^2\,F_{PP}\,dt. \tag{4.19}$$

Damit kann die Bellman-Gleichung folgendermaßen geschrieben werden

$$r\,F(P,K) = \max_I\left\{-I - I\,F_K + \alpha\,P\,F_P + \frac{1}{2}\,\sigma^2\,P^2\,F_{PP}\right\}. \tag{4.20}$$

Diese partielle Differentialgleichung (4.20) ist linear in I. Daraus folgt für das Investitionsverhalten, welches $F(P,K)$ maximiert, dass I entweder den Wert 0 oder den Wert k annimmt, also

$$I = \begin{cases} k & \text{falls} \quad F_K \geq 1 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \tag{4.21}$$

Es gibt also eine kritische Schwelle $P^*(K)$, die den Bereich, in dem mit maximaler Investitionsgeschwindigkeit investiert wird, von dem Bereich, in dem überhaupt nicht investiert wird, trennt. Bezeichnet man den Wert der Investitionsmöglichkeit im Bereich $P \geq P^*(K)$ mit $F(P,K)$ bzw. im Bereich $P < P^*(K)$ mit $f(P,K)$, so läßt sich Gleichung (4.20) vereinfacht auch durch folgende beiden Gleichungen darstellen.

$$\frac{1}{2}\sigma^2\,P^2\,F_{PP} + \alpha\,F_P\,P - r\,F - k\,F_K - k = 0 \quad \text{falls} \quad I = k, \tag{4.22}$$

$$\frac{1}{2}\sigma^2\,P^2 f_{PP} + \alpha f_P\,P - rf = 0 \quad \text{falls} \quad I = 0. \tag{4.23}$$

Für $I = 0$ liegt also eine gewöhnliche Differentialgleichung vor, die sich analytisch lösen läßt. Im Fall $I = k$ muss dagegen auf numerische Lösungsverfahren zurückgegriffen werden, welche die Gleichung sowohl für $F(P,K)$ als auch für $P^*(K)$ lösen.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

Die Lösung für beide Differentialgleichungen muss folgenden Randbedingungen genügen:

(4.24) $$F(P,0) = V(P),$$

(4.25) $$f(0,K) = 0,$$

(4.26) $$\lim_{P\to\infty} F_P(P,K) = \frac{1}{r-\alpha} e^{-(r-\alpha)K/k},$$

(4.27) $$f(P^*,K) = F(P^*,K),$$

(4.28) $$f_P(P^*,K) = F_P(P^*,K).$$

Randbedingung (4.24) bringt zum Ausdruck, dass der Wert der Investitionsmöglichkeit am Ende der Bauphase dem Wert des Investitionsprojektes entspricht, wie er in Kapitel 4.2.1 errechnet wurde. Falls der Preis auf Null fällt, wird auch der Wert der Investitionsmöglichkeit Null, was gleichzeitig die untere Grenze für diesen Wert ist. Dies entspricht Randbedingung (4.25). Wenn der Preis auf der anderen Seite sehr hoch wird, wird eine Unterbrechung des Projekts sehr unwahrscheinlich. Aber auch dann dauert es bis zur Beendigung der Bauphase noch K/k Zeiteinheiten. In dieser Zeit beträgt der erwartete Preisanstieg $\alpha \cdot K/k$. Für sehr hohe P führt folglich ein Preisanstieg in Höhe von 1 zu einem Wertanstieg der Investitionsmöglichkeit $F(P,K)$ in Höhe von

(4.29) $$\frac{1}{(r-\alpha)} - \int_0^{K/k} e^{\alpha t} e^{-rt} \, dt = \frac{1}{(r-\alpha)} e^{-(r-\alpha)K/k}.$$

Dies entspricht Randbedingung (4.26). Die beiden Randbedingungen (4.27) bzw. (4.28) schließlich sind die *Value matching-Bedingung* bzw. *Smooth pasting-Bedingung* und stellen sicher, dass der Wert der Investitionsmöglichkeit an der Schwelle P^* stetig und differenzierbar ist.

4.2.3 Analytische und numerische Lösung der Bewertungsgleichung für die Bauphase

Im Fall $P < P^*$ ist $I = 0$ und die gewöhnliche Differentialgleichung (4.23) besitzt die analytische Lösung

(4.30) $$f(P,K) = A\,P^{\beta_1}$$

mit

(4.31) $$\beta_1 = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{\sigma^2} + \sqrt{\left[\frac{\alpha}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}.$$

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

Der Koeffizient A kann über die Randbedingungen (4.27) und (4.28) bestimmt werden. Dazu muss zunächst Gleichung (4.22) gelöst werden. Diese Gleichung ist allerdings eine parabolische partielle Differentialgleichung, die keine analytische Lösung besitzt und daher numerisch gelöst werden muss.

Dazu muss zunächst der Koeffizient A eliminiert werden. Aus Gleichung (4.30) ergibt sich

$$f_P(P^*, K) = \beta_1 \, A \, P^{\beta_1 - 1} \, \frac{P^*}{P^*} = \frac{\beta_1}{P^*} f(P^*, K). \tag{4.32}$$

Daraus folgt unter Verwendung der Randbedingungen (4.27) und (4.28) für die Stelle P^*

$$f(P^*, K) = \frac{P^*}{\beta_1} f_P(P^*, K), \tag{4.33}$$

$$F(P^*, K) = \frac{P^*}{\beta_1} F_P(P^*, K). \tag{4.34}$$

Mit Hilfe der letzten Gleichung (4.34) sowie der Randbedingungen (4.24), (4.25) und (4.26) läßt sich nun Gleichung (4.22) mit Hilfe eines Finite-Differenzen-Verfahrens numerisch lösen. Dazu werden die beiden kontinuierlichen Zustandsvariablen P und K sowie die partielle Differentialgleichung (4.22) diskretisiert. Die resultierenden diskreten Gleichungen werden anschließend algebraisch gelöst.[8]

4.3 Berechnung eines numerischen Beispiels

Um die Werte verschiedener Handlungsspielräume sowie Einflüsse von Parameteränderungen auf die optimalen Investitionsentscheidungen zu analysieren, müssen numerische Beispiele betrachtet werden. Für das Ausgangsbeispiel werden folgende Parameterwerte angenommen. Die gesamte Investition betrage 10 Millionen €, die maximale Investitionsgeschwindigkeit 2 Millionen € pro Jahr. Der variable Auszahlungsstrom in der Betriebsphase betrage ebenfalls 2 Millionen € pro Jahr. Annahmegemäß werde je Jahr eine Einheit eines Produktes produziert, jedoch kann diese Zahl ohne weiteres auf eine deutlich höhere Produktionsmenge angepasst werden, indem die Zeiteinheit (hier Jahre) entsprechend verändert wird. Die

[8] Vgl. Anhang A.2 für eine Beschreibung des verwendeten numerischen Lösungsverfahrens, das mit Hilfe eines Visual Basic-Programmes umgesetzt wurde. Zu einer allgemeinen Darstellung des Finite-Differenzen-Verfahrens vgl. *Brennan/Schwartz* (1978).

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

Höhe des jährlichen Zinssatzes sei $r = 0{,}02$, die erwartete relative Veränderung des Preises je Jahr sei $\alpha = -0{,}04$ und die jährliche Standardabweichung werde mit $\sigma = 0{,}2$ angenommen.

Für das hier verwendete numerische Lösungsverfahren ist eine Diskretisierung der beiden Zustandsvariablen K und P notwendig. Die betrachteten diskreten Veränderungen der verbleibenden Investitionssumme K seien $\Delta K = 0{,}1$ Millionen €. Die diskrete Veränderung des Preises sei $\ln(\Delta P) = 0{,}05$ Millionen €.[9]

Tabelle 4.1 zeigt die Lösung dieser Parameterkonstellation. Die Einträge in der Tabelle stellen den Wert der Investitionsmöglichkeit $F(P, K)$ in Abhängigkeit von den beiden Zustandsvariablen P und K dar. Die mit einem Stern versehenen Werte für $F(P, K)$ entsprechen dem Wert der Investitionsmöglichkeit für die Preisschwelle P^*. Diese markiert die Grenze zwischen dem Bereich, in dem eine Fortsetzung der Investition sinnvoll ist, und dem Bereich, in dem nicht investiert wird. So beträgt der kritische Preis, ab dem investiert werden sollte, beispielsweise zu Beginn der Bauphase $P = 4{,}95$ Millionen €, der entsprechende Wert der Investitionsmöglichkeit bei diesem Preis ist $F(4{,}95; 10) = 16{,}03$ Millionen €. Auf diese Weise kann für jeden aktuellen Stand des Investitionsprojektes und jeden gegeben Preis sowohl der Wert des Investitionsprojektes als auch der kritische Preis, bei dem ein Weiterbauen sinnvoll ist, bestimmt werden.

4.4 Bestimmung des Werts verschiedener Handlungsspielräume

4.4.1 Wert der Möglichkeit eines Projektabbruchs in der Betriebsphase

Während der Betriebsphase kann die Produktion annahmegemäß jederzeit kostenlos unterbrochen werden, wenn der Einzahlungsstrom unter den variablen Auszahlungsstrom sinken sollte. Diese Möglichkeit besitzt insbesondere bei einer erwarteten negativen Wachstumsrate des Preisanstiegs einen hohen Wert. Vernachlässigt man Handlungsspielräume während der Betriebsphase, und legt man eine risikoneutrale Unternehmung zugrunde, so beträgt der Kapitalwert KW_∞ des Investitionsprojektes bei abgeschlossener Bauphase und den bisher verwendeten Parameterwerten beispielsweise bei einem Preis in Höhe von $P = 4{,}95$ Millionen €

[9] Im verwendeten numerischen Lösungsverfahren wird statt des Preises P dessen natürlicher Logarithmus diskretisiert. Dies erlaubt bestimmte Vereinfachungen in der Lösungsprozedur. Vgl. auch *Brennan/Schwartz* (1978), S. 462.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

Tabelle 4.1

Numerische Lösung des sequentiellen Investitionsproblems

Preis P (in Mio. €)	Verbleibende Investitionssumme K (in Mio. €)					
	10	8	6	4	2	0
6,05	28,41	32,78	37,41	42,24	47,19	51,12
5,75	24,86	29,00	33,39	37,99	42,68	46,97
5,47	21,64	25,55	29,73	34,10	38,59	43,07
5,21	18,71	22,41	26,38	30,55	34,87	39,41
4,95	16,03*	19,54	23,31	27,31	31,47	35,98
4,71	13,59	16,93	20,51	24,34	28,36	32,77
4,48	11,52	14,56	17,95	21,61	25,50	29,77
4,26	9,77	12,43*	15,61	19,11	22,87	26,97
4,06	8,28	10,54	13,47	16,82	20,43	24,35
3,86	7,02	8,93	11,52*	14,71	18,18	21,92
3,67	5,95	7,57	9,77	12,77	16,10	19,67
3,49	5,05	6,42	8,28	11,00	14,18	17,58
3,32	4,28	5,44	7,02	9,40*	12,41	15,65
3,16	3,63	4,61	5,95	7,97	10,77	13,87
3,00	3,07	3,91	5,04	6,75	9,28	12,23
2,86	2,61	3,32	4,28	5,73	7,92*	10,74
2,72	2,21	2,81	3,63	4,85	6,71	9,38
2,59	1,87	2,38	3,07	4,12	5,69	8,15
2,46	1,59	2,02	2,61	3,49	4,83	7,04
2,34	1,35	1,71	2,21	2,96	4,09	6,05
2,23	1,14	1,45	1,87	2,51	3,47	5,17
2,12	0,97	1,23	1,59	2,13	2,94	4,40
2,01	0,82	1,04	1,35	1,80	2,11	3,16
1,73	0,50	0,64	0,82	1,10	1,52	2,27
1,65	0,42	0,54	0,70	0,93	1,29	1,93
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00*

(4.35)
$$KW_\infty = \frac{P}{r-\alpha} - \frac{C}{r} = \frac{4{,}95}{0{,}06} - \frac{2}{0{,}02} = -17{,}5.$$

Ein deutlich höherer Kapitalwert ergibt sich, wenn die Annahme einer unendlichen Betriebsphase aufgehoben wird. Betrachtet wird statt dessen der Kapitalwert $KW_{t'}$ eines Investitionsprojektes, bei dem die Produktion zu dem Zeitpunkt kostenlos eingestellt wird, zu dem der Erwartungswert des Einzahlungsstromes dem variablen Auszahlungsstrom entspricht, also

(4.36)
$$P\,e^{\alpha t'} = C.$$

Diese Gleichung hat unter der Annahme negativer Preisänderungsraten, also auch für $\alpha = -0{,}04$ nur dann eine positive Lösung für t', falls $P > C$. Der Kapitalwert beträgt bei der betrachteten Parameterkonstellation dann

(4.37)
$$KW_{t'} = \frac{P}{r-\alpha}\left(1 - e^{-(r-\alpha)t'}\right) - \frac{C}{r}\left(1 - e^{-rt'}\right) \approx 24{,}88.$$

Beide so berechneten Kapitalwerte sind damit deutlich kleiner als der entsprechende Wert $V(P = 4{,}95,\ K = 0) = 35{,}98$ (vgl. Tabelle 4.1), der sich unter Berücksichtigung der Möglichkeit einer temporären Produktionsstilllegung ergibt. Die Differenz zwischen $V(P = 4{,}95, K = 0)$ und KW_∞ bzw. $KW_{t'}$ stellt den Wert der Flexibilität in Bezug auf kostenlose Betriebsunterbrechungen dar. Dieser Wert ist stark von der betrachteten Parameterkonstellation abhängig, jedoch in jedem Fall positiv.

Die Abhängigkeit des Projektwerts $V(P)$ von unterschiedlichen Parameterkonstellationen kann durch einfache numerische Beispiele verdeutlicht werden. Abbildung 4.1 zeigt $V(P)$ in Abhängigkeit vom Preis für verschiedene Werte von σ. Die Werte der anderen Parameter sind dabei wie im obigen Beispiel $\alpha = -0{,}4$ und $C = 2$. Für $\sigma = 0$ kann der Zeitpunkt t', zu dem der Preis den variablen Kosten entspricht, genau bestimmt werden. Der entsprechende Projektwert entspricht für $P > C$ dem Kapitalwert $KW_{t'}$. Für $P \leq C$ und $\sigma = 0$ wird die Unternehmung nie mit dem Produzieren beginnen, der Projektwert ist folglich immer null. Wenn der Preis allerdings im Zeitablauf ansteigen würde, also $\alpha > 0$, entspräche der Projektwert dem Kapitalwert KW_∞. Die Funktion $V(P)$ wäre unter dieser Bedingung linear.

Im Fall $\sigma > 0$ hat die Investition immer einen positiven Wert, sofern $P > 0$. Denn auch wenn $P < C$, besteht bei Unsicherheit die Möglichkeit, dass der Preis zu irgendeinem künftigen Zeitpunkt wieder über den variablen Auszahlungsstrom steigt und die Unternehmung produziert. Je höher σ, desto höher ist der Wert des Investitionsprojektes. Dies hängt mit den damit verbundenen höheren Schwankungsbreiten des Preises zusammen.

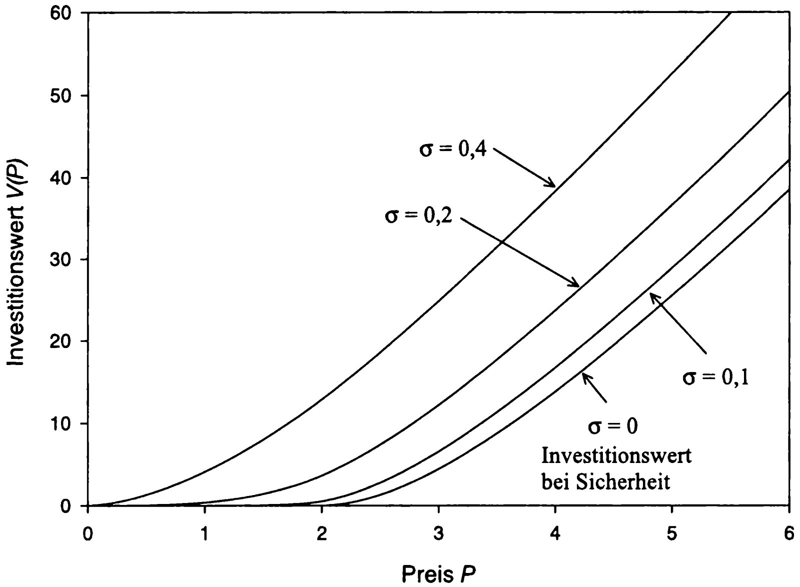

Abbildung 4.1: Investitionswert bei Variation von σ

Denn größere Preisschwankungen erhöhen die Wahrscheinlichkeit für höhere Preise, die nach oben offen sind, während das Risiko nach unten durch null begrenzt ist. Diese asymmetrische Wahrscheinlichkeitsverteilung der Einzahlungsüberschüsse schlägt sich in höheren Projektwerten nieder. Insgesamt führt die Möglichkeit einer Projektunterbrechung also zu höheren Projektwerten, die um so höher sind, je größer die Unsicherheit über die Preise ist.

Zur Veranschaulichung werden neben einer Variation von σ verschiedene erwartete Preissteigerungsraten α untersucht. Die anderen Parameterwerte wurden dabei konstant auf $\sigma = 0{,}2$ und $C = 2$ gehalten. Abbildung 4.2 zeigt das wenig überraschende Ergebnis, dass ein höherer erwarteter Preisanstieg zu einem höheren Investitionswert führt.[10] Überraschen dürfte lediglich die deutliche Abhängigkeit des Investitionswerts von den Preisänderungsraten, die einen Hinweis darauf gibt, welche Bedeutung die Einbeziehung erwarteter Preisänderungsraten in Investitionskalküle besitzt.

[10] Diese Ergebnisse sind äquivalent zu den in *Dixit/Pindyck* (1994), S. 190 f. berechneten.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

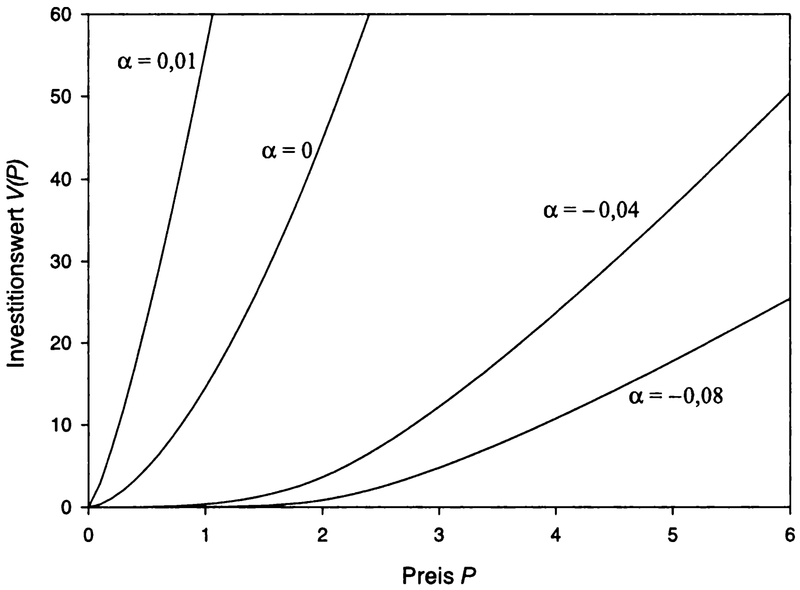

Abbildung 4.2: Investitionswert bei Variation von α

4.4.2 Wert der Möglichkeit eines Projektabbruchs in der Bauphase

Während der Bauphase kann die Unternehmung annahmegemäß jederzeit die Investitionsauszahlungen bei ungünstiger Preisentwicklung unterbrechen und später bei einem Preisanstieg wieder aufnehmen. Zur Analyse des Werteinflusses dieser Flexibilität in der Bauphase wird dieses Investitionsprojekt mit einem zweiten verglichen, bei dem die Möglichkeit der Unterbrechung während der Bauphase nicht besteht. Betrachtet wird also eine Investition, bei der nach Beginn der Bauphase auf jeden Fall mit maximaler Investitionsgeschwindigkeit bis zum Ende der Bauphase investiert wird. Die Unternehmung, die bislang zu jedem Zeitpunkt während der Bauphase neu über eine Fortsetzung der Investitionsauszahlungen entscheiden konnte, kann nun lediglich eine Entscheidung zu Beginn der Bauphase treffen, nämlich bei welcher Preisschwelle und damit zu welchem Zeitpunkt das Projekt begonnen wird. Diese Entscheidung beinhaltet gesamte Investitionsauszahlungen in Höhe von K_0, die mit einer Investitionsgeschwindigkeit von k investiert werden. Nach Abschluss der Investitionsauszahlungen geht das Projekt in die Betriebsphase.

Für die Ermittlung der Preisschwelle muss zunächst der Wert des Investitionsprojektes zum möglichen Entscheidungszeitpunkt, also zum Beginn der Bauphase berechnet werden. Dazu wird ähnlich wie in Abschnitt 3.2.4 zunächst eine Bewertungsgleichung für die Bauphase ermittelt. Der Wert des Investitionsprojektes $V_1(P,\theta)$ ist in diesem Fall sowohl vom Preis, als auch von der noch verbleibenden Dauer der Bauphase θ mit $0 \leq \theta \leq K_0/k$ abhängig. Für diesen Wert gilt:

$$V_1(P(t),\theta) = e^{-r\,dt}\, V_1(P(t+dt),\theta - dt). \tag{4.38}$$

Daraus resultiert nach einigen Umformungen unter Verwendung von Itô's Lemma die partielle Differentialgleichung

$$\frac{1}{2}\,\sigma^2 P^2 \,\frac{\partial^2 V_1(P,\theta)}{\partial P^2} + \alpha P \,\frac{\partial V_1(P,\theta)}{\partial P} - r\,V_1(P,\theta) - \frac{\partial V_1(P,\theta)}{\partial \theta} = 0 \tag{4.39}$$

mit den Randbedingungen

$$V_1(0,\theta) = 0, \tag{4.40}$$

$$\lim_{P\to\infty} V_1(P,\theta) = \lim_{P\to\infty}\left(\frac{P\,e^{-(r-\alpha)\,\theta}}{r-\alpha} - \frac{C\,e^{-r\theta}}{r}\right), \tag{4.41}$$

$$V_1(P,0) = \begin{cases} A_1\,P^{\beta_1} & \text{falls} \quad P < C \\ B_2\,P^{\beta_2} + \frac{P}{r-\alpha} - \frac{C}{r} & \text{falls} \quad P > C. \end{cases} \tag{4.42}$$

Sollte der Preis den Wert null annehmen, beträgt der Investitionswert ebenfalls null, was in Gleichung (4.40) zum Ausdruck kommt. Dagegen kann bei einem sehr hohen Preis die Möglichkeit einer Projektunterbrechung in der Betriebsphase vernachlässigt werden und der Investitionswert setzt sich wie in Gleichung (4.41) dargestellt aus dem Kapitalwert der Einzahlungen abzüglich des Kapitalwerts der Auszahlungen zusammen. Gleichung (4.42) schließlich stellt den Investitionswert am Ende der Bauphase dar. Dabei entsprechen die beiden Konstanten A_1 und B_2 den in Abschnitt 4.2.1, Gleichung (4.12) berechneten.

Die Lösung der Differentialgleichung (4.39) unter den Randbedingungen (4.40), (4.41) sowie (4.42) und damit der Wert der Investition in der Bauphase ist gegeben durch[11]

[11] Vgl. Anhang A.3 für eine Herleitung dieser Lösung.

$$
\begin{aligned}
V_1(P,\theta) = {} & (1-\Phi(u-\beta_2\,\sigma))\,B_2\,P^{\beta_2} \\
& + (1-\Phi(u-\sigma))\,\frac{P\,e^{-(r-\alpha)\theta}}{r-\alpha} \\
& - (1-\Phi(u))\,\frac{C\,e^{-r\theta}}{r} \\
& + \Phi(u-\beta_1\,\sigma)\,A_1\,P^{\beta_1}.
\end{aligned} \tag{4.43}
$$

Dabei ist $\Phi(\cdot)$ die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung und u definiert als

$$
u = u(P,\theta) = \frac{\ln C - \ln P - (\alpha - \sigma^2/2)\,\theta}{\sigma\sqrt{\theta}}. \tag{4.44}
$$

Da der Preis einer geometrischen Brownschen Bewegung folgt, beträgt der Wert der Investitionsmöglichkeit vor Beginn der Bauphase

$$
F(P) = A_3\,P^{\beta_1} + A_4\,P^{\beta_2}. \tag{4.45}
$$

Weil $F(0) = 0$ ist, muss die Konstante $A_4 = 0$ sein. An der Preisschwelle P^* müssen für $F(P^*)$ und $V(P^*, K_0/k)$ sowohl die *Value matching-* als auch die *Smooth pasting-Bedingung* erfüllt sein, also

$$
F(P^*) = V_1(P^*, K_0/k) - K^*, \tag{4.46}
$$

$$
F'(P^*) = \frac{\partial V_1(P^*, K_0/k)}{\partial P}. \tag{4.47}
$$

K^* ist dabei der Barwert der Investitionsauszahlungen während der Bauphase zum Investitionszeitpunkt und errechnet sich zu

$$
K^* = \int_0^{K_0/k} k\,e^{-rt}\,dt = (1 - e^{-r K_0/k})\,k/r. \tag{4.48}
$$

Setzt man in die beiden Gleichungen (4.46) und (4.47) die entsprechenden Werte ein, erhält man folgende zwei Gleichungen als Bestimmungsgleichungen für die beiden Unbekannten P^* und A_3:

$$
\begin{aligned}
A_3\,(P^*)^{\beta_1} &= (1-\Phi(u-\beta_2\,\sigma))\,B_2\,(P^*)^{\beta_2}\\
&+ (1-\Phi(u-\sigma))\,\frac{P^*\,e^{-(r-\alpha)\,K_0/k}}{r-\alpha}\\
&- (1-\Phi(u))\,\frac{C\,e^{-r\,K_0/k}}{r}\\
&+ \Phi(u-\beta_1\,\sigma)\,A_1\,(P^*)^{\beta_1} - K^*,
\end{aligned}
\tag{4.49}
$$

$$
\begin{aligned}
\beta_1\,A_3\,(P^*)^{\beta_1-1} &= (1-\Phi(u-\beta_2\,\sigma))\,\beta_2\,B_2\,(P^*)^{\beta_2-1}\\
&+ B_2\,(P^*)^{\beta_2}\,\frac{\phi(u-\beta_2\,\sigma)}{P^*\,\sigma\,\sqrt{K_0/k}} + (1-\Phi(u-\sigma))\,\frac{e^{-(r-\alpha)\,K_0/k}}{r-\alpha}\\
&+ \frac{P^*\,e^{-(r-\alpha)\,K_0/k}}{r-\alpha}\,\frac{\phi(u-\sigma)}{P^*\,\sigma\,\sqrt{K_0/k}} - \frac{\phi(u)\,C\,e^{-r\,K_0/k}}{r\,P^*\,\sigma\,\sqrt{K_0/k}}\\
&+ \Phi(u-\beta_1\,\sigma)\,\beta_1\,A_1\,(P^*)^{\beta_1-1} - A_1\,(P^*)^{\beta_1}\,\frac{\phi(u-\beta_1\,\sigma)}{P^*\,\sigma\,\sqrt{K_0/k}}.
\end{aligned}
\tag{4.50}
$$

Die Funktion $\phi(\cdot)$ ist hierbei die Dichtefunktion der Standardnormalverteilung mit

$$
\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\,e^{-\frac{1}{2}z^2}.
\tag{4.51}
$$

Durch Eliminierung von A_3 ergibt sich daraus folgende Bestimmungsgleichung für die Preisschwelle:

$$
\begin{aligned}
&(1-\Phi(u-\beta_2\,\sigma))\,B_2\,(P^*)^{\beta_2-1}\,(\beta_1-\beta_2) - B_2\,(P^*)^{\beta_2}\,\frac{\phi(u-\beta_2\,\sigma)}{P^*\,\sigma\,\sqrt{K_0/k}}\\
&\quad+ (1-\Phi(u-\sigma))\,\frac{e^{-(r-\alpha)\,K_0/k}}{r-\alpha}\,(\beta_1-1) - \frac{P^*\,e^{-(r-\alpha)\,K_0/k}}{r-\alpha}\,\frac{\phi(u-\sigma)}{P^*\,\sigma\,\sqrt{K_0/k}}\\
&\quad- \frac{C\,e^{-r\,K_0/k}}{r\,P^*}\left[(1-\Phi(u))\,\beta_1 - \frac{\phi(u)}{\sigma\,\sqrt{K_0/k}}\right]\\
&\quad+ A_1\,(P^*)^{\beta_1}\,\frac{\phi(u-\beta_1\,\sigma)}{P^*\,\sigma\,\sqrt{K_0/k}} - K^* = 0.
\end{aligned}
\tag{4.52}
$$

Aus dieser Gleichung kann die Preisschwelle P^*, bei der die Investition begonnen wird, numerisch ermittelt werden. Für den Basisfall ($K = 10$, $k = 2$, $C = 2$, $r = 0{,}02$, $\alpha = -0{,}04$, $\sigma = 0{,}2$) beträgt die so ermittelte Preisschwelle $P^* = 6{,}11$ und liegt somit deutlich über dem Wert von 4,95, der in Abschnitt 4.3 für die Preisschwelle der Investition mit Unterbrechungsmöglichkeit während der Bauphase berechnet wurde. Auch der Wert der Investitionsmöglichkeit ist mit dem Handlungsspielraum einer Unterbrechung höher als im hier betrachteten Fall wie Abbildung 4.3 veranschaulicht.

4.4.3 Wert unterschiedlicher Investitionstechnologien in der Bauphase

In den beiden vorausgegangenen Kapiteln wurden die Werte der Existenz von Handlungsspielräumen innerhalb der einzelnen Phasen betrachtet. Dabei wurden zwei Extremfälle miteinander verglichen. Im einen Fall hatte die Unternehmung einen Handlungsspielraum, im anderen nicht. Daneben ist der Fall denkbar, dass eine Unternehmung die Wahl zwischen unterschiedlichen Alternativen innerhalb eines Investitionsprojektes hat. Bei realen Investitionsentscheidungen kann häufig die Wahl zwischen verschiedenen Technologien bestehen, die mit unterschiedlichen Längen der Bauphase verbunden sind. So könnte beispielsweise bei Investitionen in Forschung und Entwicklung die Benutzung eines besser ausgestatteten Labors dazu führen, dass das zu entwickelnde Produkt schneller zur Marktreife gebracht wird und damit zu Einzahlungen führt. Diese höhere Investitionsgeschwindigkeit wird jedoch im Allgemeinen mit höheren Auszahlungen während der Bauphase erkauft. Dann wird die Frage nach dem Zusammenhang zwischen der Länge der Bauphase und dem Wert der Investitionsmöglichkeit relevant. Dieser Zusammenhang kann im Rahmen des vorliegenden Modells analysiert werden.

Die Länge der Bauphase und damit die Bauzeit ist gegeben durch die gesamte Höhe der Investitionsauszahlungen K auf der einen und der Geschwindigkeit k, mit der die Auszahlungen getätigt werden, auf der anderen Seite. Für die Analyse des Zusammenhangs zwischen dem Wert der Investitionsmöglichkeit und der Bauzeit werden ein gegebenes Preisniveau P und eine gegebene Gesamtinvestitionsauszahlung K betrachtet. Über eine Variation von k im Modell kann nun der Wert der Investitionsmöglichkeit $F(P, K, K/k)$ für unterschiedliche Bauzeiten K/k ermittelt werden. Die übrigen Parameter des Modells nehmen dieselben Werte an, wie im Grundbeispiel, also $r = 0{,}02$, $\alpha = -0{,}04$, $\sigma = 0{,}2$ und $K = 10$ Millionen €. Abbildung 4.4 zeigt den Wert der Investitionsmöglichkeit in Abhängigkeit von der Bauzeit für drei verschiedene Preisniveaus $P = 3$, $P = 6$ und $P = 9$. Für die Berechnung des Werts der Investitionsmöglichkeit mit einer Bauzeit von 0, das heißt mit unendlicher Investitionsgeschwindigkeit wurde dabei auf ein gegenüber dem Grundmodell von Abschnitt 3.2.1 leicht modifiziertes Modell von *Pindyck* (1991) zurückgegriffen.[12] Den höchsten Wert

[12] Vgl. *Pindyck* (1991), S. 1125 ff. Dieses Modell analysiert ein Investitionsprojekt, bei dem die Unternehmung eine Unterbrechungsmöglichkeit während der Betriebsphase hat, bei dem jedoch keine Bauphase berücksichtigt wird.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

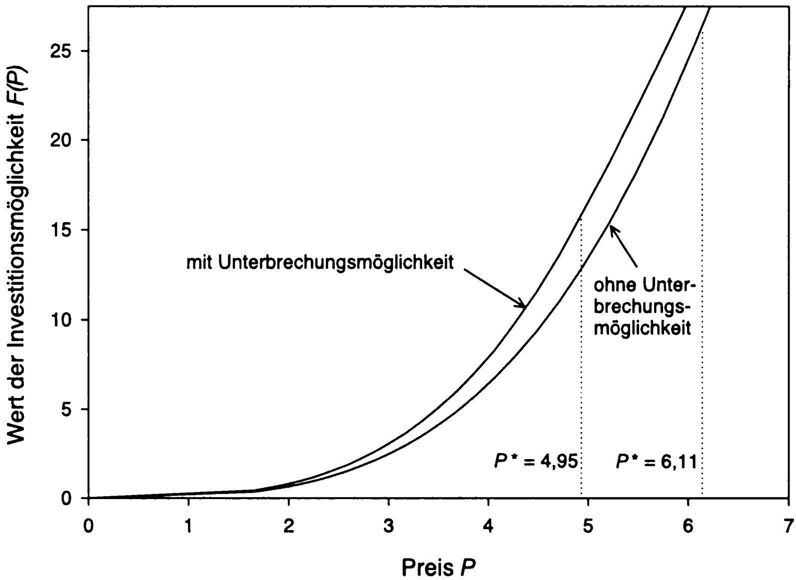

Abbildung 4.3: Wert der Investitionsmöglichkeit mit und ohne der Möglichkeit eines Projektabbruchs während der Bauphase

weist die Investitionsmöglichkeit dann auf, wenn die Länge der Bauphase gleich Null ist. Mit zunehmender Bauzeit reduziert sich der Wert der Investitionsmöglichkeit. Die Wertänderung wird mit zunehmender Bauzeit immer geringer.

Das vorliegende Modell kann damit für einen direkten Vergleich verschiedener Technologien verwendet werden, die mit unterschiedlichen Längen der Bauphase verbunden sind. Die Steigung der einzelnen Kurven ist ein Maß für die Wertänderung der Investitionsmöglichkeit bei einer infinitesimalen Variation der Bauzeit. Sie liefert ein Entscheidungskriterium im Hinblick auf die Wahl einer bestimmten Technologie.

Steht eine Unternehmung beispielsweise vor der Wahl, für den Bau einer Fabrik mit Gesamtinvestitionsauszahlungen in Höhe von 10 Mio. € eine Technologie mit einer Bauzeit von vier oder eine Technologie mit einer Bauzeit von fünf Jahren einzusetzen, so beträgt der Wertunterschied dieser beiden Technologien bei einem derzeitigen Preis von 6 Mio. € des jährlich produzierbaren Produkts $\Delta F/\Delta(K/k) = 2{,}7$ Mio. €. Für einen Preis von 9 Mio. € beträgt dieser Wertunterschied 4,9 Mio. €. Wären beide Technologien mit verschiedenen Gesamtinvestitionsauszahlungen K verbunden, müßte ein direkter Vergleich der beiden Werte $F(P, K, K/k)$ erfolgen.

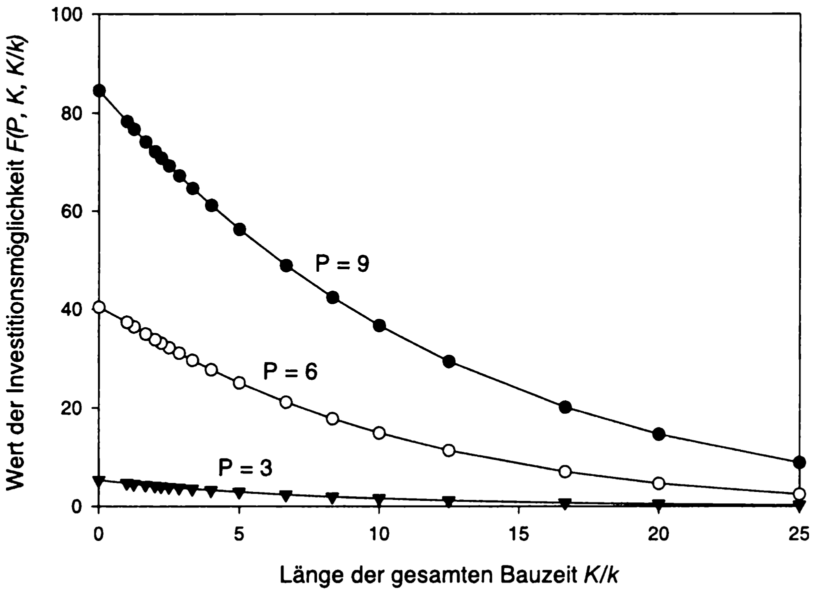

Abbildung 4.4: Wert der Investitionsmöglichkeit in Abhängigkeit von k für verschiedene Preise

4.5 Determinanten der Investitionsentscheidungen in der Bauphase

Für eine genauere Analyse der optimalen Investitionsentscheidungen bei einem sequentiellen Investitionsprojekt müssen deren Einflussgrößen untersucht werden. Innerhalb der Bauphase sind die Investitionsentscheidungen, das heißt die Entscheidung darüber, ob weiter investiert oder das Projekt unterbrochen wird, zu jedem Zeitpunkt durch die Preisschwelle determiniert. Liegt der aktuelle Preis oberhalb der Preisschwelle, dann ist eine Weiterführung der Investitionsauszahlungen optimal, liegt er dagegen darunter, so wird das Investitionsprojekt unterbrochen. Um eine Vergleichbarkeit der Ergebnisse zu gewährleisten, wird im folgenden jeweils die Investitionsentscheidung zu Beginn der Bauphase, also für $K = 10$ betrachtet. Die grundsätzlichen Ergebnisse haben aber auch für alle anderen Zeitpunkte innerhalb der Bauphase Gültigkeit.

4.5.1 Einfluss des Unsicherheitsparameters

Abbildung 4.5 zeigt die Preisschwelle P^* in Abhängigkeit vom Unsicherheitsparameter σ.[13] Die Preisschwelle, ab der die Investitionsauszahlungen beginnen, ist um so höher, je höher die Unsicherheit ist. Dieses Ergebnis befindet sich im Einklang mit zahlreichen optionspreistheoretisch fundierten Investitionsmodellen unter Unsicherheit, bei denen ohne Berücksichtigung einer Bauphase der optimale Investitionszeitpunkt bestimmt wird.[14] Damit kann jedoch nicht das Ergebnis von *Bar-Ilan/Strange* (1996) bestätigt werden, die für bestimmte Parameterkonstellationen mit einem Anstieg der Unsicherheit zunächst eine sinkende und bei einem weiteren Anstieg wieder eine steigende Preisschwelle feststellen.[15] Da hier jedoch numerische Lösungen für spezielle Parameterkonstellationen betrachtet werden, kann aus den gezeigten Fällen das Verhalten der Preisschwelle nicht grundsätzlich für alle Fälle bewiesen werden.

Der steigende Zusammenhang zwischen der Preisschwelle P^* und σ gilt für alle erwarteten Preisänderungsraten α. Allerdings nimmt mit zunehmendem α die Stärke dieses Zusammenhangs deutlich zu. So ist erkennbar, dass für vergleichsweise hohe erwartete negative Preisänderungsraten, also für stark sinkende Preise, die Preisschwelle kaum vom Ausmaß der Unsicherheit über die künftige Preisentwicklung abhängt. Werden dagegen die negativen Preisänderungsraten geringer oder sogar positiv, dann ist die Preisschwelle stark von der Höhe des Unsicherheitsparameters abhängig. Eine große Unsicherheit in Verbindung mit einem erwarteten Preisanstieg führt zu sehr großen Preisschwellen, ab denen die Investitionsauszahlungen beginnen. Im folgenden Abschnitt wird dieser Zusammenhang noch näher beleuchtet.

Während die Höhe der erwarteten Preisänderungsrate einen starken Einfluss auf die Abhängigkeit zwischen P^* und σ hat, ist die maximale Investitionsgeschwindigkeit k und damit die Länge der Bauphase für diesen Zusammenhang vergleichsweise unbedeutend. Dies zeigt Abbildung 4.6, bei der für einen konstanten Wert von $\alpha = -0{,}4$ verschiedene Werte für die maximale Investitionsgeschwindigkeit dargestellt sind. Die Preisschwelle nimmt auch hier mit zunehmendem σ für jeden Wert von k zu, wobei sie umso höher ist, je länger die Bauzeit ist.

---

[13] Die abgebildeten Symbole stellen Ergebnisse dar, die mit Hilfe des numerischen Lösungsverfahrens bestimmt worden sind. Da dieses Verfahren lediglich Näherungswerte angibt, können die Ergebnisse von den tatsächlichen Werten geringfügig abweichen.

[14] Vgl. z. B. *McDonald/Siegel* (1986).

[15] Vgl. Abschnitt 3.2.4.

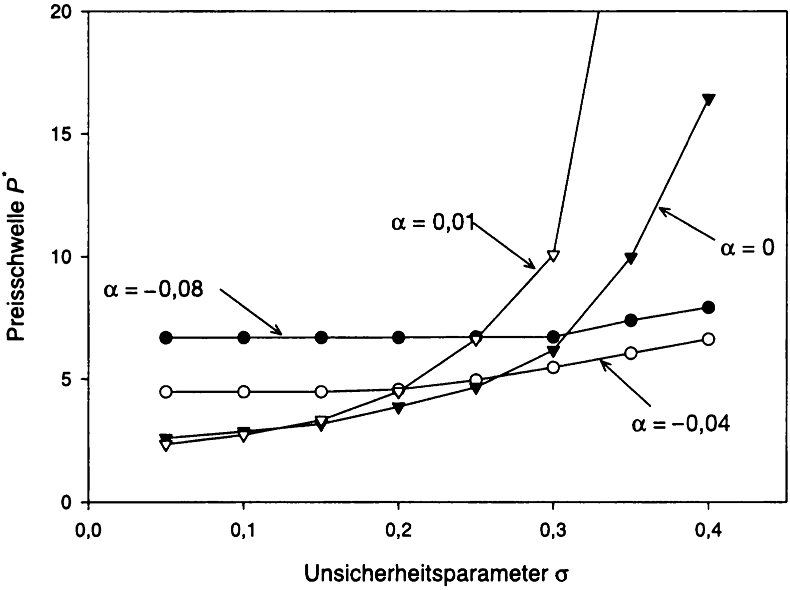

Abbildung 4.5: Preisschwelle in Abhängigkeit von σ für verschiedene Werte von α

4.5.2 Einfluss der erwarteten Preisänderungsrate

Etwas komplizierter ist der Einfluss der erwarteten Preisänderungsrate auf die Preisschwelle. Abbildung 4.7 zeigt diesen Zusammenhang für verschiedene Werte von σ. Mit zunehmender erwarteter Preisänderungsrate nimmt die Preisschwelle zunächst leicht ab, um dann wieder stärker anzusteigen. Je größer der Unsicherheitsparameter ist, desto höher ist die Preisschwelle und desto früher erfolgt der Wiederanstieg der Preisschwelle.

Für die anfängliche Abnahme und den Wiederanstieg der Preisschwelle spielen zwei Effekte eine Rolle. Für höhere Werte von α nimmt unter Unsicherheit der Wert des Wartens zu. Dieser nimmt um so stärker zu, je höher die Unsicherheit ist. Dies hängt mit der asymmetrischen Risikoverteilung zukünftiger Einzahlungsüberschüsse zusammen. Denn bei einem höheren erwarteten Preisanstieg entgehen der Unternehmung zwar einerseits höhere Einzahlungsüberschüsse in der Zeit, in der sie nicht investiert.[16] Der Erwartungswert dieser entgangenen Einzahlungsüberschüsse hängt jedoch nicht

[16] Vgl. *Majd/Pindyck* (1987), die von den „opportunity cost of waiting“ sprechen.

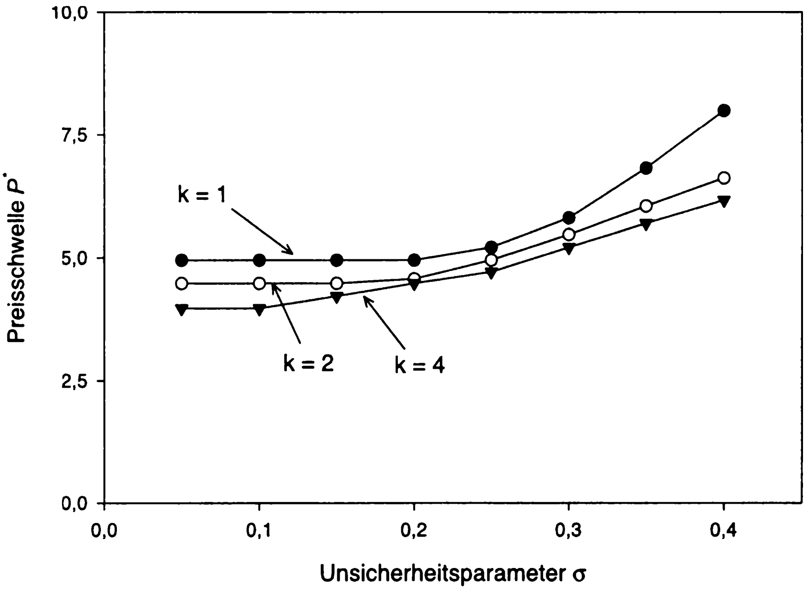

Abbildung 4.6: Preisschwelle in Abhängigkeit von σ für verschiedene Werte von k

von der Unsicherheit bzw. der Standardabweichung des Wiener Prozesses ab. Gleichzeitig steigt andererseits der Wert der Investitionsmöglichkeit. Dieser Wert jedoch hängt neben dem Preisanstieg auch von der Unsicherheit ab und steigt mit zunehmendem σ. Denn das Risiko ist wegen der Möglichkeit einer Projektunterbrechung nach unten durch 0 begrenzt, während die Chance auf höhere als die erwarteten Einzahlungsüberschüsse nach oben offen ist. Die Bedeutung dieses Effektes für die Realität ist allerdings als eher gering einzuschätzen, da es sich im betrachteten Modell in diesem Fall um eine exklusive Möglichkeit einer Unternehmung handeln würde, ein Investitionsprojekt zu einem beliebigen Zeitpunkt durchzuführen, bei dem mit kontinuierlich steigenden Einzahlungen gerechnet werden kann. Sollte es eine derartige Investitionsmöglichkeit geben, werden andere Unternehmen in der Regel versuchen, in einen solchen Markt einzudringen und werden damit auch den Preisanstieg außer Kraft setzen.[17]

Ein entgegengesetzter Effekt wird für größere negative Werte von α bedeutsam. Ein höherer erwarteter Preisrückgang führt nämlich dazu, dass die Einzahlungsüberschüsse zu einem früheren Zeitpunkt unter die varia-

[17] Vgl. Kapitel 5 für eine Analyse dieser Zusammenhänge.

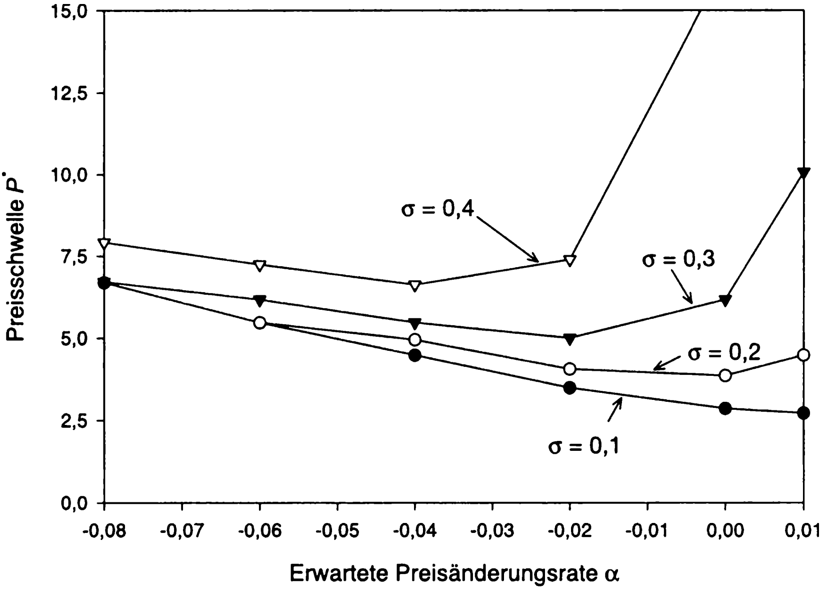

Abbildung 4.7: Preisschwelle in Abhängigkeit von α
für verschiedene Werte von σ

blen Auszahlungen für die Produktion fallen. Damit wird die Betriebsphase früher unterbrochen bzw. beendet. Um die Investitionsauszahlungen bei diesem Szenario rechtfertigen zu können, muss die anfängliche Preisschwelle für die erste Investitionsauszahlung dementsprechend höher sein.

Abbildung 4.8 veranschaulicht den Einfluss der erwarteten Preisänderungsrate auf die Preisschwelle für verschiedene Werte der Investitionsgeschwindigkeit k und damit verschiedene Längen der Bauphase. Auch hier spielen wieder die beiden beschriebenen Effekte für die Preisschwelle eine Rolle. Für hohe Werte von k, welche einer kurzen Bauphase entsprechen, hat die erwartete Preisänderung nur einen geringen Einfluss auf die Preisschwelle. Deutlich größer wird dieser Einfluss für Projekte mit sehr langen Bauphasen. Die Bedeutung der Berücksichtigung der Bauphase wird hier besonders deutlich. Für Projekte mit langen Bauphasen haben die erwarteten Preisänderungsraten einen erheblichen Einfluss auf die Preisschwelle und damit auf die optimale Investitionsentscheidung.

Dieser Zusammenhang ist insbesondere für Unternehmen bedeutsam, die auf Märkten tätig sind, welche einen Rückgang der Preise bei gleichzeitigen Investitionen mit langen Bauphasen aufweisen. Derartige Bedingungen

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

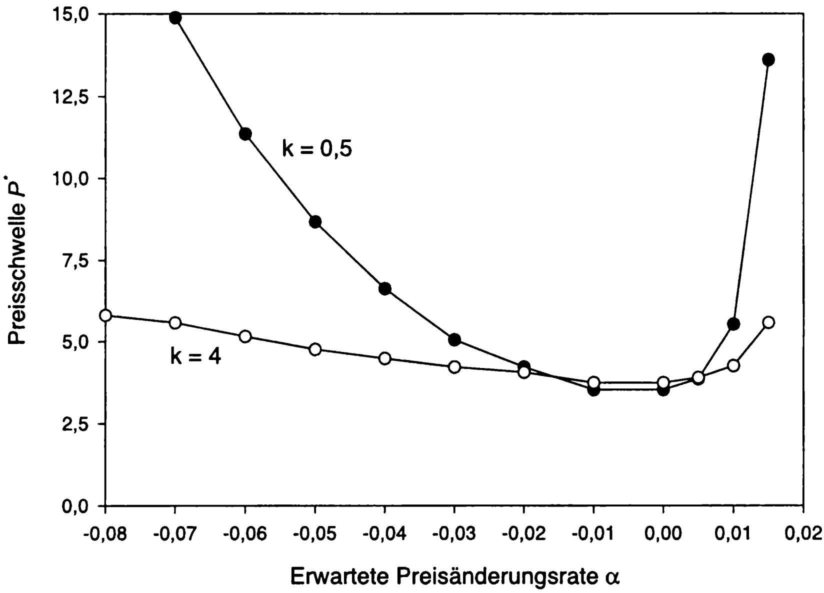

Abbildung 4.8: Preisschwelle in Abhängigkeit von α
für verschiedene Werte von k

herrschen auf zahlreichen Märkten im Technologiebereich. So sehen sich Unternehmen, die in der Produktion von Speicherchips tätig sind, einem stetigen Preisrückgang bei gleichzeitig hoher Volatilität der Preise ausgesetzt. Investitionen sind hier in der Regel der Bau neuer Fabriken zur Fertigung mehrerer Speicherchipgenerationen, bei denen von der Investitionsentscheidung bis zur Betriebsbereitschaft der neuen Fabrik einschließlich FuE mehrere Jahre vergehen können. Ein weiteres Beispiel sind Märkte mit Liberalisierungstendenzen, wie der Stromversorgungsmarkt oder der Markt für Telekommunikation in Deutschland. Auch hier kommen Preisrückgänge auf den Absatzmärkten und lange Bauzeiten bei Investitionen zusammen, die einen erheblichen Einfluss auf den Investitionswert haben. Daher sind auf diesen Märkten die Genauigkeit von Schätzungen sowohl über die erwarteten Preise bzw. Preisänderungen als auch über die Längen der Bauphasen einzelner Investitionsprojekte von großer Bedeutung.

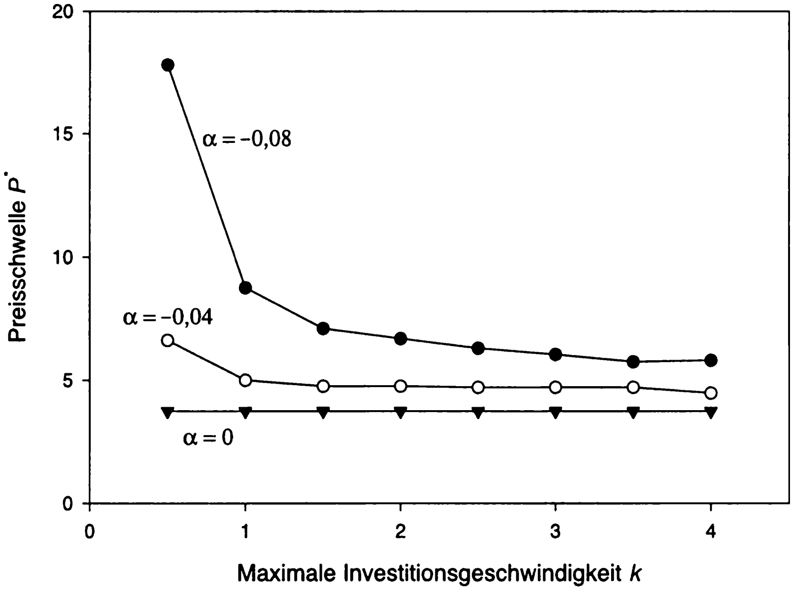

Abbildung 4.9: Preisschwelle in Abhängigkeit von k für verschiedene Werte von α

4.5.3 Einfluss der maximalen Investitionsgeschwindigkeit

Der Zusammenhang zwischen der Länge der Bauphase und der Preisschwelle wird in Abbildung 4.9 noch deutlicher. Für hohe negative Werte von α ist die Preisschwelle stark von der maximalen Investitionsgeschwindigkeit und damit von der Bauzeit abhängig. Bei langen Bauzeiten steigt die Preisschwelle deutlich an. Werden die negativen erwarteten Preisänderungen geringer, dann wird auch der Einfluss der maximalen Investitionsgeschwindigkeit auf die Preisschwelle kleiner. Dieser Effekt wird um so schwächer, je höher die Preisänderungsrate wird. Bei erwarteten gleichbleibenden Preisen hat die Länge der Bauphase keinen Einfluss mehr auf die Preisschwelle und damit auf die Investitionsentscheidung. Dies bedeutet, dass insbesondere für Investitionen mit einer langen Bauphase die Höhe der erwarteten Preisänderung eine wichtige Rolle spielt bzw. umgekehrt, dass bei einem erwarteten starken Preisrückgang eine lange Bauphase die Attraktivität von Investitionen deutlich reduziert.

4.5.4 Einfluss der variablen Auszahlungen

Unter der Annahme, dass der variable Auszahlungsstrom lediglich die beiden Werte C, falls produziert wird, und 0, falls nicht produziert wird, annehmen kann, ist der Zusammenhang zwischen der Preisschwelle und den variablen Auszahlungen intuitiv klar. Je höher der variable Auszahlungsstrom, desto höher die Preisschwelle, ab der investiert wird. Da die Bewertungsgleichung (4.12) für das Investitionsprojekt zu Beginn der Betriebsphase jedoch in C nicht linear ist,[18] kann der Einfluss konstanter variabler Auszahlungen auf die Preisschwelle nur numerisch gezeigt werden. In Abbildung 4.10 geschieht dies für verschiedene Werte des Unsicherheitsparameters σ.

Hebt man die Annahme eines konstanten variablen Auszahlungsstroms auf und erweitert das Modell dahingehend, dass sich die variablen Auszahlungen mit einer konstanten Rate γ im Zeitablauf ändern, dann muss C durch die variable Auszahlungsfunktion

$$C(t) = C_0\, e^{\gamma t} \tag{4.53}$$

ersetzt werden. Eine derartige funktionale Abhängigkeit der variablen Auszahlungen von der Zeit kann verschiedene Ursachen haben. Zum einen kann ein kontinuierlicher Rückgang der Preise auf dem Beschaffungsmarkt hierfür die Begründung liefern. Zum anderen können Erfahrungskurveneffekte für eine solche funktionale Abhängigkeit verantwortlich sein.[19]

Der Barwert dieses Auszahlungsstroms ist $-C_0/(r-\gamma)$. Die Bewertungsgleichung (4.12) für den Wert des Investitionsprojektes ändert sich dadurch in

$$V(P) = \begin{cases} A_1\, P^{\beta_1} & \text{falls} \quad P < C_0 \\ B_2\, P^{\beta_2} + \frac{P}{r-\alpha} - \frac{C_0}{r-\gamma} & \text{falls} \quad P > C_0 \end{cases} \tag{4.54}$$

mit

[18] Die beiden Größen A_1 und B_2 stehen jeweils mit C in einem nicht linearen Zusammenhang, vgl. Abschnitt 4.2.1, Gleichungen (4.15) und (4.16).

[19] Genau genommen müßte der variable Auszahlungsstrom dann eine Funktion von der kumulierten produzierten Menge und nicht von der Zeit sein, da das betrachtete Modell die Möglichkeit einer Unterbrechung während der Betriebsphase vorsieht. Vgl. für eine Analyse von Erfahrungskurveneffekten unter Unsicherheit auf die Produktionsentscheidung *Majd/Pindyck* (1989).

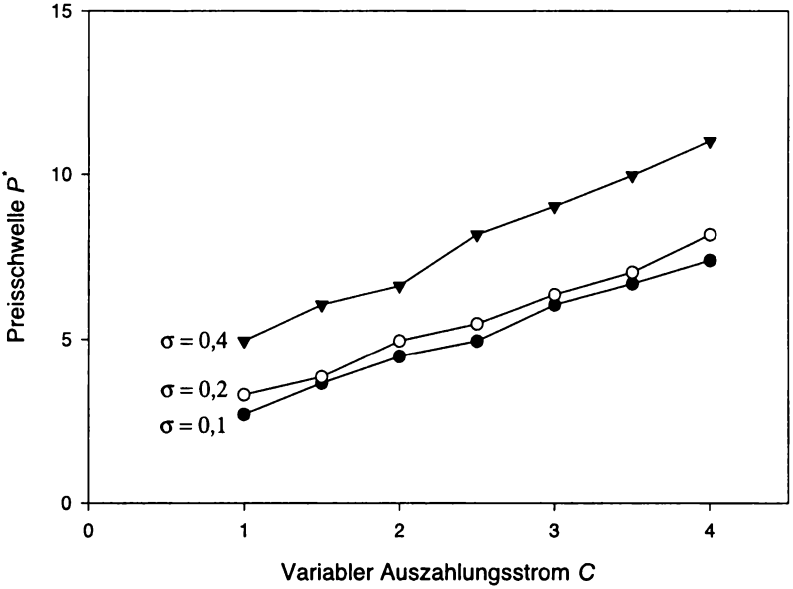

Abbildung 4.10: Preisschwelle in Abhängigkeit von C
für verschiedene Werte von σ

$$A_1 = \frac{C_0^{1-\beta_1}}{\beta_1 - \beta_2}\left(\frac{\beta_2}{r-\gamma} - \frac{\beta_2 - 1}{r-\alpha}\right) \tag{4.55}$$

$$B_2 = \frac{C_0^{1-\beta_2}}{\beta_1 - \beta_2}\left(\frac{\beta_1}{r-\gamma} - \frac{\beta_1 - 1}{r-\alpha}\right). \tag{4.56}$$

Für die Aufstellung einer Bewertungsgleichung in der Bauphase und die Bestimmung der Preisschwelle muss nun lediglich der so berechnete Wert des Investitionsprojektes in Randbedingung (4.24) eingesetzt werden. Die Lösung kann, wie in Abschnitt 4.2.3 beschrieben, mit demselben numerischen Verfahren erfolgen. In Abbildung 4.11 ist die Preisschwelle in Abhängigkeit von der Änderungsrate γ des Auszahlungsstroms wiedergegeben. Während negative Änderungsraten nur einen sehr geringen Einfluss auf die Preisschwelle haben, nimmt sie für positive Änderungsraten stark zu. Die Zunahme der Preisschwelle beginnt etwa an der Stelle, an der die Änderungsraten des Auszahlungs- und des Einzahlungsstroms gleich sind, nämlich bei $\gamma = \alpha = -0{,}04$. Übersteigen die Änderungsraten des Auszahlungsstroms diesen Wert, ist die Wahrscheinlichkeit für ein baldiges Projektende sehr hoch.

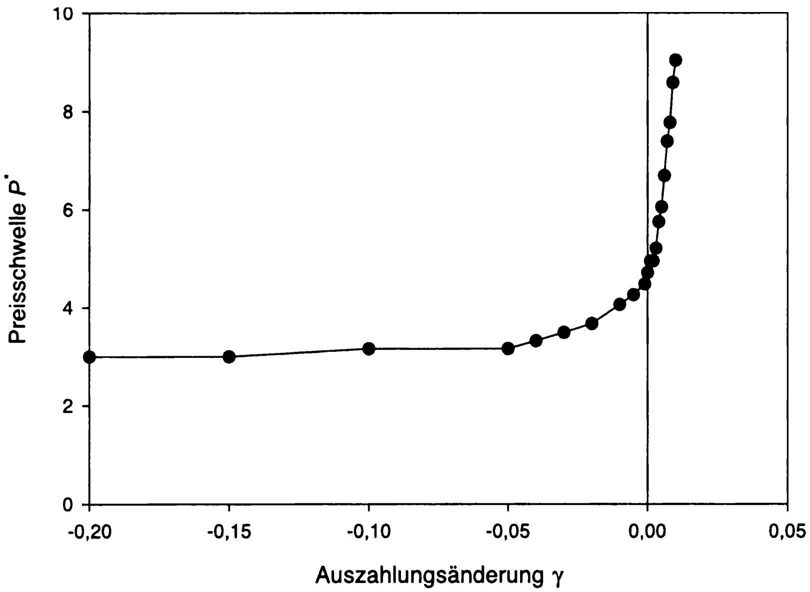

Abbildung 4.11: Preisschwelle in Abhängigkeit von γ

4.6 Erweiterungen der Analyse

4.6.1 Beliebige Auszahlungsmuster während der Bauphase

Das vorliegende Modell beruht unter anderem auf der Annahme, dass die Investitionsrate I während der Bauphase beliebige Werte zwischen 0 und k annehmen kann. In Abschnitt 4.2.2 wurde gezeigt, dass die Unternehmung bei optimalem Verhalten entweder mit maximaler Geschwindigkeit k, die als gegeben und konstant angenommen wurde, oder überhaupt nicht investiert. In der Realität ist die maximale Investitionsgeschwindigkeit meist davon abhängig, auf welcher Stufe innerhalb der Bauphase sich die Unternehmung befindet. Abbildung 4.12[20] zeigt ein typisches Auszahlungsprofil eines Investitionsprojektes im Bereich der Arzneimittelentwicklung sowohl für die Bau- als auch für die Betriebsphase. An dieser Abbildung wird die Abhängigkeit der Höhe der Investitionsauszahlungen von der Stufe, auf der sich das Investitionsprojekt befindet, besonders deutlich.[21]

---

[20] Diese Abbildung wurde aus *Amram/Kulatilaka* (1999), S. 164 entnommen und beruht auf Daten von *Myers/Howe* (1997). Vgl. auch Abschnitt 3.1.3 für eine Kennzeichnung eines derartigen Investitionsprojektes.

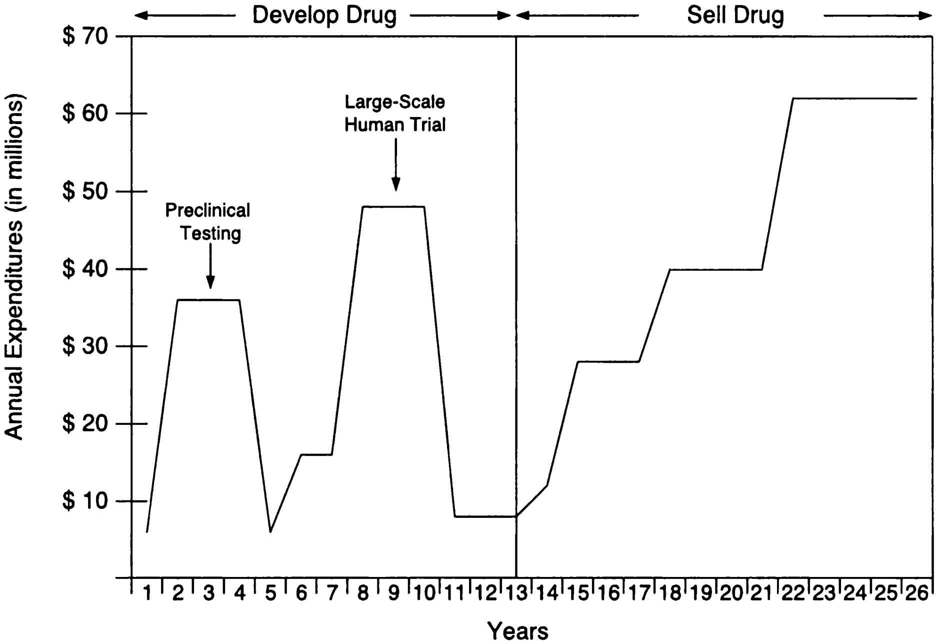

Abbildung 4.12: Auszahlungsprofil eines Investitionsprojektes
im Bereich der Arzneimittelentwicklung

Ein derartiges Auszahlungsprofil während der Bauphase kann in einer Modellerweiterung berücksichtigt werden, indem die maximale Investitionsgeschwindigkeit als Funktion der verbleibenden Investitionssumme betrachtet wird, also $k(K)$. Im Prinzip kann ein beliebiger funktionaler Zusammenhang und damit ein beliebiges Auszahlungsmuster unterstellt werden, solange die Bedingung

$$dK = -I\,dt \tag{4.57}$$

erfüllt ist. Auch hier gilt, dass die Unternehmung entweder mit maximaler Geschwindigkeit $k(K)$ oder überhaupt nicht investiert. Das Bewertungsproblem kann dann durch Einsetzen der Funktion in die partielle Differentialgleichung (4.22) gelöst werden.

[21] Gleichzeitig liefert diese Abbildung eine weitere Untermauerung der im letzten Abschnitt unterstellten Abhängigkeit der variablen Auszahlungen während der Betriebsphase von der Zeit.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

4.6.2 Zusätzliche Auszahlungen im Unterbrechungsfall

Im betrachteten Modell wurde bislang davon ausgegangen, dass eine Projektunterbrechung ohne weiteren Auszahlungen möglich ist. Auch diese Annahme ist eine Vereinfachung realer Investitionsentscheidungsprobleme. In der Regel muss eine Unternehmung im Fall einer Projektunterbrechung weitere Auszahlungen leisten, die beispielsweise von der Dauer der Unterbrechung abhängig sein können. Dieser Aspekt kann innerhalb der Bauphase durch eine kleine Erweiterung leicht in das Modell integriert werden.[22] Dazu wird angenommen, dass die Unternehmung für die Dauer einer Projektunterbrechung einen Auszahlungsstrom in Höhe von $l < k$ leisten muss. Ferner hat sie zu jedem Zeitpunkt während der Bauphase nur die Wahl zwischen dem Weiterbau mit Investitionsgeschwindigkeit k und der Unterbrechung mit Auszahlungen l. Für eine Lösung dieses Bewertungsproblems muss von Gleichung (4.23) der Wert l abgezogen werden. Anschließend können die beiden Differentialgleichungen nach dem beschriebenen Verfahren gelöst und die Preisschwelle in Verbindung mit dem Wert der Investitionsmöglichkeit ermittelt werden.

Auch in der Betriebsphase kann die Möglichkeit weiterer laufender Auszahlungen leicht in das Modell integriert werden. Dazu muss Gleichung (4.2), welche die Einzahlungsüberschüsse angibt, dahingehend modifiziert werden, dass nun nicht mehr null den niedrigsten realisierbaren Wert bezeichnet, sondern die Auszahlung l. Damit ergibt sich für den Einzahlungsüberschuss in jedem Zeitpunkt

$$\pi(P) = \max(P - C, -l). \tag{4.58}$$

Die Fallunterscheidung in den beiden Bewertungsgleichungen für den Projektwert zu Beginn der Betriebsphase muss auch hier wieder vorgenommen werden. Nun resultieren jedoch zwei inhomogene Differentialgleichungen, die eine Lösung gegenüber dem Ausgangsmodell etwas erschweren. Aber auch hier ergibt sich nach einigen Rechenschritten ein Projektwert für die Betriebsphase, der wiederum als Randbedingung in die Bewertungsgleichung für den Wert der Investitionsmöglichkeit in der Bauphase Eingang findet.

4.7 Schlussfolgerungen und Diskussion der Ergebnisse

Das beschriebene Modell betrachtet eine Abfolge von Investitionsentscheidungen in unterschiedlichen Phasen eines Investitionsprojektes. Es liefert für jeden Zeitpunkt eine Entscheidungsregel, die das optimale Verhalten

[22] Vgl. hierzu auch *Dixit/Pindyck* (1994), S. 336.

der Unternehmung unter Berücksichtigung nachfolgender Entscheidungsmöglichkeiten determiniert. Damit wurde die Interdependenz verschiedener Entscheidungsprobleme und verschiedener Phasen einer Investition simultan abgebildet.

Eine Analyse des Modells ergibt wichtige Implikationen, die insbesondere für das Investitions-Controlling bedeutsam erscheinen. Zum einen konnte über einen Vergleich mit Investitionsbewertungsmodellen, die keine Handlungsspielräume berücksichtigen, gezeigt werden, dass die Möglichkeit, weitere Entscheidungen in späteren Projektphasen treffen zu können, einen erheblichen Wertbeitrag der Investition darstellt. Dies trifft sowohl für die Bauphase als auch für die Betriebsphase zu. Damit verändert sich nicht nur die Entscheidungsregel für die im Zusammenhang mit dem Investitionsprojekt auftretenden Entscheidungsprobleme, sondern es wird auch die Bedeutung einer stärkeren Beachtung der gesamten Realisierungsphase eines Investitionsprojektes hervorgehoben. In dieser Phase kann das Entscheidungsverhalten des Investors zum Erfolg oder Misserfolg einer Investition führen.

Daneben können aus einer Analyse der Determinanten der Investitionsentscheidungen wichtige Aussagen für Investitionsprojekte, bei denen die Bauphase eine Rolle spielt, abgeleitet werden. Zum einen wurde deutlich, dass eine erhöhte Unsicherheit den Wert des Wartens erhöht und damit tendenziell zu einer Verschiebung der Investitionsentscheidung führt. Bei dieser Aussage ist jedoch zu beachten, dass in diesem Modell keinerlei Wettbewerbseffekte abgebildet wurden. Zum zweiten spielen die Erwartungen über die Preisänderungsraten für die Investitionsentscheidung eine wesentliche Rolle. Dies ist insbesondere bei Investitionen mit langer Bauzeit der Fall. Drittens muss der Blick auch auf das Verhalten der Investitionsauszahlungen während der Betriebsphase gelenkt werden. Hier können steigende Auszahlungen die Attraktivität einer Investition stark vermindern.

Es ist aber auch notwendig, die Grenzen des hier entwickelten Modells aufzuzeigen. Die Annahme, dass die Preisentwicklung einer geometrischen Brownschen Bewegung folgt, ist für viele Projekte sicher keine besonders gute Näherung. Hier müssen zum Teil andere stochastische Prozesse betrachtet werden, die zum Beispiel das Produktlebenszykluskonzept aufgreifen. Die Arbeit von *Bollen* (1999) stellt einen vielversprechenden Ansatz zur Bewertung verschiedener Handlungsmöglichkeiten einer Unternehmung bei einem Investitionsprojekt unter Berücksichtigung eines stochastischen Produktlebenszyklus dar. Er analysiert die Erweiterungs- bzw. Reduktionsmöglichkeit einer Investition (Kapazitätsanpassung) in einem zeitdiskreten Modell. Im Allgemeinen dürfte dadurch jedoch die Lösbarkeit des Modells erschwert werden.

Daneben ist die Ermittlung der Parameterwerte für σ und α problematisch. Eine quantitative Prognose der Unsicherheit und der Preisentwicklung ist im Allgemeinen schwierig. Auch die Konstanz dieser Werte ist im Allgemeinen nicht gegeben. *Bollen* (1999) bildet beispielsweise den Produktlebenszyklus über die Annahme eines Nachfrageanstiegs in einer ersten Phase ab, die zu einem stochastischen Zeitpunkt in eine zweite Phase mit abnehmender Nachfrage übergeht. Auf ähnliche Weise könnte ein nicht konstanter Wert von α in das hier vorgestellte Modell integriert werden.

Die Annahme einer unbegrenzten Projektdauer ist für viele Investitionen ebenfalls problematisch. Dieser Problematik wird bei erwarteten negativen Preisänderungsraten durch die Möglichkeit einer Projektunterbrechung, die dann einem Projektende gleichkommt, entgegengetreten. Die Aussagekraft der Ergebnisse für erwartete positive Preisänderungsraten muss jedoch vor dem Hintergrund einer unbegrenzten Projektdauer eingeschränkt werden.

Außerdem kann die Höhe der gesamten Investitionsauszahlungen besonders bei Investitionen in Forschung und Entwicklung in der Regel nicht mit Sicherheit vorausgesagt werden. Ein Modell, das diese Problematik aufgreift, wurde von *Pindyck* (1993 a) und darauf aufbauend von *Kort* (1998) entwickelt.

Schließlich ist die Annahme, dass die Investitionsmöglichkeit lediglich der betrachteten Unternehmung zur Verfügung steht, eine Vereinfachung, die in realen Wettbewerbssituationen nur selten gegeben ist. In der Regel wird die Unternehmung bei der Entscheidung über den optimalen Investitionszeitpunkt oder eine Projektunterbrechung die Entscheidungen von Konkurrenten berücksichtigen müssen. Diese können einen erheblichen Einfluss auf das eigene Entscheidungsverhalten ausüben. Im folgenden Kapitel wird daher ein Modell entwickelt, das in der Lage ist, diesen Einfluss zu analysieren.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

5. Sequentielle Investitionsentscheidungen bei Nachfrageunsicherheit im Duopol

Im letzten Kapitel wurden sequentielle Investitionsentscheidungen einer Unternehmung isoliert betrachtet. Dabei wurde davon ausgegangen, dass die Investitionsmöglichkeit nur der betrachteten Unternehmung offensteht. In der Realität hat man es häufig mit Investitionsmöglichkeiten zu tun, die zumindest in ähnlicher Form mehrere Wettbewerber durchführen können. Entscheidungen einer Unternehmung in Bezug auf ein Investitionsprojekt haben in diesem Fall Auswirkungen auf Entscheidungen anderer Unternehmen und umgekehrt. So kann der Wert eines Forschungs- und Entwicklungsprojekts einer Unternehmung beispielsweise im Bereich neuer Medikamente ganz erheblich von den FuE-Vorhaben eines Wettbewerbers abhängen. In den in dieser Arbeit betrachteten sequentiellen Investitionsprojekten unter Einbezug der einzelnen Phasen dürfte das Verhalten von Wettbewerbern einen besonders großen Einfluss auf Investitionsentscheidungen haben. Das oben genannte Beispiel aus dem FuE-Bereich stellt genau einen solchen Fall dar. In ihm wird der im letzten Kapitel beschriebene Wert des Wartens durch die Möglichkeit einer Investition der Konkurrenz erheblich beschnitten.

Die Spieltheorie bietet ein Instrumentarium, mit dessen Hilfe derartige Entscheidungen zwischen interdependenten Unternehmen analysiert werden können.[1] Während sich eine Vielzahl spieltheoretischer Modelle mit der Berücksichtigung asymmetrischer Informationsverteilung unter den Akteuren beschäftigt,[2] gibt es nur wenige Analysen, die Unsicherheit über die Nachfrage in die Analyse einbeziehen. Eine Ausnahme stellen die Arbeiten von *Appelbaum/Lim* (1985), *Spencer/Brander* (1992) und *Kulatilaka/Perotti* (1998) dar. Diese analysieren den Einfluss eines Wettbewerbers auf den Wert des Wartens innerhalb zeitdiskreter spieltheoretischer Modelle mit zwei Perioden. Letztere zeigen dabei, dass unter bestimmten Bedingungen eine höhere Nachfrageunsicherheit auch dazu führen kann, dass eine Unternehmung früher investiert.[3] Den Grundstein für die Betrachtung zeitkonti-

---

[1] Zu einem Überblick über spieltheoretische Analysen unter Berücksichtigung von Handlungsspielräumen vgl. *Pedell* (1999), S. 202 ff. In *Janssen* (1996), S. 71 ff. ist eine Zusammenfassung zur Kritik an spieltheoretischen Analysen und eine Diskussion der Verwendbarkeit der Ergebnisse zu finden.

[2] Vgl. z.B. *Tirole* (1988), S. 361 ff.

nuierlicher Spiele mit einer unsicheren Zustandsvariable haben *Dutta/Rustichini* (1993) gelegt.[4] Aufgegriffen wurde deren Modell von *Smets* (1991) zur Analyse ausländischer Direktinvestitionen sowie von *Grenadier* (1996) zur Analyse des Verhaltens von Immobilienmärkten.[5]

Die folgende Analyse baut auf den genannten Untersuchungen auf. Gleichzeitig erweitert sie das in Kapitel 4 entwickelte Modell um die Existenz eines Konkurrenten. Die Untersuchung spieltheoretischer Gleichgewichte ist in der Regel nur mit Hilfe analytischer Lösungen vernünftig durchführbar. Die Betrachtung numerischer Werte führt bei der Analyse von Gleichgewichtsstrategien schnell zu einem nicht mehr handhabbaren Umfang. Aus diesem Grund werden zahlreiche vertikale Interdependenzen innerhalb eines Investitionsprojektes nicht in die Analyse einbezogen, bei denen sich die resultierenden Bewertungsgleichungen nur numerisch lösen lassen. Insbesondere die im vorigen Kapitel noch gegebene Möglichkeit einer Projektunterbrechung wird daher im folgenden nicht mehr betrachtet. Als Lösungsverfahren findet den Argumenten von Abschnitt 2.4.4 folgend die dynamische Programmierung in Verbindung mit dem spieltheoretischen Konzept des *Markov-perfekten Gleichgewichts*[6] Anwendung.

5.1 Kennzeichnung des Duopol-Modells

Zwei Unternehmen haben die Möglichkeit, jeweils ein Investitionsprojekt durchzuführen. Ihre Investitionsprojekte seien identisch und erfordern eine Folge sequentieller Investitionsauszahlungen über einen endlichen Zeitraum. Nach Abschluss der Bauphase kann je Zeiteinheit ein Produkt hergestellt werden, das sich auf dem Absatzmarkt sofort zum Preis $P(t)$ verkaufen läßt. Dieser Preis sei nun allerdings nicht exogen gegeben, sondern von der Nachfrage auf dem Absatzmarkt abhängig. Er ist über die inverse Nachfragefunktion mit der Nachfrage $Y(t)$ auf dem Absatzmarkt nach diesem Produkt verknüpft:

$$P(t) = Y(t)\,D(q). \tag{5.1}$$

---

[3] In Abschnitt 4.5.1 ergab sich ein Ansteigen der Preisschwelle, also ein späteres Investieren bei höheren Werten der Standardabweichung.

[4] Derartige Spiele werden in der Literatur auch „differential games“ genannt, vgl. *Fudenberg/Tirole* (1991), S. 520 ff. Die Theorie derartiger Spiele insbesondere im Zusammenhang mit Nicht-Nullsummenspielen ist Gegenstand aktueller spieltheoretischer Forschung.

[5] *Baldursson* (1998) analysiert mit einer etwas anderen Methodik ein zeitkontinuierliches Oligopolspiel, in dem die Unternehmen ihre installierte Kapazität kontinuierlich an die Nachfrage anpassen können.

[6] *Markov perfect equilibrium* (MPE), vgl. hierzu z. B. *Fudenberg/Tirole* (1991), S. 501 ff.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

Dabei sei $D(q)$ eine differenzierbare Funktion mit $D(q)' < 0$. Die Absatzrate q kann zu jedem Zeitpunkt die Werte 0,1 oder 2 annehmen, je nachdem ob sich kein, ein oder beide Unternehmen in der Betriebsphase befinden, das heißt produzieren. Der negative Wert der Ableitung von $D(q)$ impliziert, dass bei gleicher Nachfrage der Preis mit zunehmender Zahl an Anbietern fällt. Die Nachfrage $Y(t)$ ist multiplikativ mit der Funktion $D(q)$ verknüpft und eine unsichere Größe. Sie verhalte sich entsprechend der geometrischen Brownschen Bewegung

$$dY = \alpha\, Y\, dt + \sigma\, Y\, dz. \tag{5.2}$$

Mit dz werde das Differential des Wiener Prozesses z bezeichnet. Die Konstante α sei die erwartete Veränderungsrate von Y, die Konstante σ ein Parameter, der die Standardabweichung dieser Veränderung angibt.

Es werde angenommen, dass mit der Produktion für beide Unternehmen neben dem unsicheren Einzahlungsstrom in Höhe von P jeweils ein gegebener, konstanter und identischer variabler Auszahlungsstrom in Höhe von C verbunden sei.

Die Bauphase beider Unternehmen habe jeweils die Länge θ. Während der Bauphase investieren beide Unternehmen mit der Geschwindigkeit k, das heißt der Barwert der Investitionsauszahlungen während der Bauphase betrage

$$K = \int_0^{\theta} k\, e^{-rt}\, dt = \frac{k}{r}\,(1 - e^{-r\theta}) \tag{5.3}$$

unter der Annahme, dass die beiden Unternehmen während der Bauphase ihre Investitionsauszahlungen nicht unterbrechen. Dabei ist r der von beiden Unternehmen zur Abdiskontierung künftiger Zahlungen verwendete Zinssatz. Um den Einfluss der Existenz eines Wettbewerbers auf den Wert des Wartens isoliert analysieren zu können, wird die Annahme getroffen, dass keine Unternehmung eine Unterbrechungsmöglichkeit während der Bau- oder Betriebsphase habe.

Damit liegt für die einzelne Unternehmung sowohl in Bezug auf die eigene Investition als auch auf die Investition des Wettbewerbers ein sequentielles Investitionsproblem vor. Vertikale Interdependenzen mit eigenen Entscheidungen zu späteren Zeitpunkten ergeben sich durch die Möglichkeit, das Investitionsprojekt zu verschieben bzw. den Zeitpunkt der Investition frei zu wählen. Daneben führt die Existenz eines Wettbewerbers dazu, dass das Entscheidungsproblem einen sequentiellen Charakter erhält. Denn solange beide Unternehmen noch nicht investiert haben, muss jede Unternehmung eine mögliche zeitlich nachfolgende Entscheidung des Konkurrenten in ihrem Entscheidungskalkül berücksichtigen. Die Möglichkeit einer – wenn auch nicht eigenen – Entscheidung zu einem späteren Zeitpunkt muss Eingang in das Investitionsentscheidungskalkül beider Unternehmen finden. Insofern weist das betrachtete Problem starke Parallelen zum Modell aus Kapitel 4 auf. Daher erfolgt die Lösung dieses Modells methodisch wieder auf die Weise, dass die letzte Entscheidung zuerst betrachtet wird. Dies ist die Investitionsentscheidung der Unternehmung, die als zweite handelt. Davon ausgehend wird die zeitlich vorgelagerte Investitionsentscheidung der Unternehmung, die als erste investiert, untersucht.[7]

Dazu ist jedoch eine weitere technische Annahme erforderlich. Sollten beide Unternehmen gleichzeitig investieren wollen, wird durch einen Zufallsprozess entschieden, welche Unternehmung tatsächlich mit der Investitionstätigkeit beginnt. Diese werde als Innovator, die andere als Nachfolger bezeichnet. Letztere kann, sofern dies für den Nachfolger die optimale Strategie ist, die Investition unmittelbar nach der Investition des Innovators tätigen, so dass die Auszahlungen zum selben Zeitpunkt beginnen. Die Wahrscheinlichkeit, Innovator zu sein, beträgt für jede Unternehmung $\frac{1}{2}$. Abbildung 5.1 zeigt einen möglichen zeitlichen Verlauf der Investitionsentscheidungen und der Bau- und Betriebsphasen der beiden Unternehmen.

Auch in diesem Modell reduziert sich die Entscheidungsregel jeder Unternehmung auf die Bestimmung einer Preis- bzw. Nachfrageschwelle, welche die Grenze zwischen Nachfragewerten, bei denen ein sofortiges Investieren und Nachfragewerten, bei denen ein Abwarten optimal ist, markiert. Diese Schwellen werden im folgenden für Nachfolger und Innovator berechnet.

5.2 Aufstellung und Lösung der Bewertungsgleichungen

5.2.1 Wert der Investitionsmöglichkeit des Nachfolgers

Eines der Unternehmen wird also zunächst mit der Investition beginnen und somit zum Innovator werden. Das andere wird damit zum Nachfolger. Die letzte zu treffende Entscheidung ist die Investitionsentscheidung des Nachfolgers. Daher wird angenommen, dass sich eine Unternehmung (der Innovator) bereits in der Bau- oder Betriebsphase befindet. Das Entscheidungskalkül des Nachfolgers ist somit unabhängig von Entscheidungen des Innovators, da dessen Entscheidung als gegeben betrachtet wird. Sein Ent-

[7] Dieses Prinzip der retrograden Lösung (backward induction) entspricht dem der dynamischen Programmierung und ist als Lösungsverfahren dynamischer spieltheoretischer Modelle weit verbreitet, vgl. *Fudenberg/Tirole* (1991), S. 69.

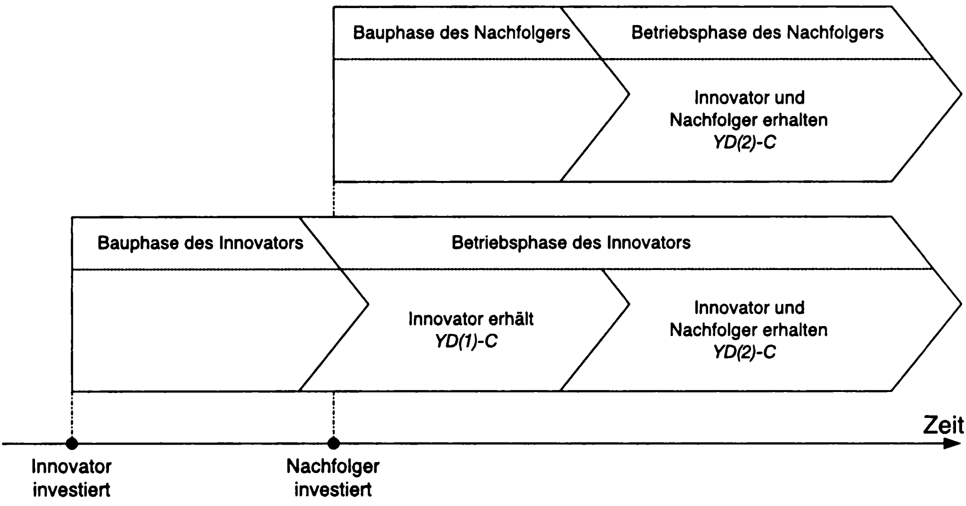

Abbildung 5.1: Möglicher zeitlicher Verlauf der Investitionsentscheidungen beider Unternehmen

scheidungsproblem besteht in der Bestimmung des optimalen Investitionszeitpunktes. Der für den Nachfolger auf dem Absatzmarkt erzielbare Preis beträgt in jedem Fall

(5.4) $$P(t) = Y(t)\, D(2).$$

Die Berechnung des Werts der Investitionsmöglichkeit des Nachfolgers $F_N(Y)$ erfolgt wieder über die dynamische Programmierung. Solange der Nachfolger die Investitionsentscheidung noch nicht getroffen hat, lautet die *Bellman-Gleichung* für den Wert der Investitionsmöglichkeit des Nachfolgers[8]

(5.5) $$r\, F_N(Y) = \frac{1}{dt}\, E[dF].$$

Unter Benutzung von Itô's Lemma und Gleichung (5.2) ergibt sich daraus folgende Differentialgleichung, die im Gleichgewicht für den Wert der Investitionsmöglichkeit des Nachfolgers erfüllt sein muss.

(5.6) $$\frac{1}{2}\sigma^2\, Y^2\, F_N''(Y) + \alpha\, F_N'(Y)\, Y - r\, F_N = 0.$$

[8] Vgl. Abschnitt 2.4.3.

Diese Gleichung muss folgenden Randbedingungen genügen:

$$F_N(0) = 0, \tag{5.7}$$

$$F_N(Y_N) = \frac{Y_N D(2)}{r-\alpha}\, e^{-(r-\alpha)\theta} - \frac{C}{r}\, e^{-r\theta} - K, \tag{5.8}$$

$$F_N'(Y_N) = \frac{D(2)}{r-\alpha}\, e^{-(r-\alpha)\theta}. \tag{5.9}$$

Dabei ist Y_N die Nachfrageschwelle, bei der es für den Nachfolger optimal ist zu investieren. Gleichung (5.7) spiegelt eine Eigenschaft der geometrischen Brownschen Bewegung von Gleichung (5.2) wider. Wenn die Nachfrage jemals den Wert Null annimmt, dann ändert sich dieser Wert nicht mehr. Gleichung (5.8) ist die *Value matching-Bedingung,* die zum Ausdruck bringt, dass zum Investitionszeitpunkt der Wert der Investitionsmöglichkeit genau dem Barwert der Einzahlungsüberschüsse aus der Investition entspricht. Die *Smooth pasting-Bedingung* (5.9) schließlich stellt sicher, dass der wertmaximierende Investitionszeitpunkt und kein anderer gewählt wird.

Löst man die Differentialgleichung (5.6) unter Beachtung der Randbedingungen (5.7) bis (5.9), so ergibt sich für die Nachfrageschwelle, bei der investiert wird[9]

$$Y_N = \left(\frac{\beta_1}{\beta_1 - 1}\right)\left(\frac{r-\alpha}{D(2)}\right) e^{(r-\alpha)\theta}\left(\frac{C}{r}\, e^{-r\theta} + K\right) \tag{5.10}$$

mit

$$\beta_1 = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{\sigma^2} + \sqrt{\left[\frac{\alpha}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}. \tag{5.11}$$

Liegt die Nachfrage zum Betrachtungszeitpunkt oberhalb der Nachfrageschwelle Y_N, dann investiert der Nachfolger sofort. Der Barwert dieser Investition beträgt

$$\frac{Y D(2)}{r-\alpha}\, e^{-(r-\alpha)\theta} - \frac{C}{r}\, e^{-r\theta} - K. \tag{5.12}$$

Liegt die Nachfrage dagegen unterhalb der Nachfrageschwelle Y_N, dann wartet der Nachfolger mit der Investition, bis die Nachfrage Y_N erreicht

[9] Für eine ausführliche Berechnung einer Preisschwelle für eine Differentialgleichung mit ähnlichen Randbedingungen vgl. *Dixit* (1989), S. 624 ff.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

wird. Der erwartete Barwert der Investition zum Betrachtungszeitpunkt beträgt also

$$E[e^{-rT_N}]\left(\frac{Y_N D(2)}{r-\alpha}\,e^{-(r-\alpha)\theta}-\frac{C}{r}\,e^{-r\theta}-K\right). \tag{5.13}$$

Dabei ist T_N eine stochastische Größe, die den Zeitpunkt markiert, zu dem die Nachfrage das erste Mal die Schwelle Y_N erreicht hat.

$$T_N=\min(t\geq 0: Y(t)\geq Y_N). \tag{5.14}$$

Damit ergibt sich der Wert der Investitionsmöglichkeit für den Nachfolger in Abhängigkeit von der Nachfrage insgesamt zu[10]

$$F_N(Y)=\begin{cases}\left(\dfrac{Y}{Y_N}\right)^{\beta_1}\left(\dfrac{C\,e^{-r\theta}/r+K}{\beta_1-1}\right) & \text{falls} \quad Y<Y_N\\[2ex] \dfrac{Y\,D(2)}{r-\alpha}\,e^{-(r-\alpha)\theta}-\dfrac{C}{r}\,e^{-r\theta}-K & \text{falls} \quad Y\geq Y_N.\end{cases} \tag{5.15}$$

5.2.2 Investitionswert des Innovators

Nun wird der Investitionswert des Innovators untersucht. Dazu wird angenommen, dass der Innovator bereits mit der Bauphase begonnen hat und diese nach τ Zeiteinheiten mit $0\leq\tau\leq\theta$ endet. Die Entscheidung über die Investitionsauszahlungen der Bauphase ist bereits getroffen und von der nachfolgenden Entscheidung des Nachfolgers unabhängig. Daher werden diese Auszahlungen zunächst nicht betrachtet. Der Innovator kann davon ausgehen, dass der Nachfolger die oben berechnete wertmaximierende Strategie befolgt. Die Entscheidung des Nachfolgers geht über diese Annahme unmittelbar in das Entscheidungskalkül des Innovators ein.

Wenn die Nachfrage Y oberhalb der Nachfrageschwelle Y_N liegt, beginnt der Nachfolger sofort mit den Auszahlungen für das Investitionsprojekt. Der Innovator erhält in diesem Fall nach Abschluss seiner Bauphase über einen Zeiraum der Länge $\theta-\tau$ Monopolpreise in Höhe von $Y\,D(1)$. Anschließend ist sein Einzahlungsstrom genauso hoch wie der des Nachfolgers und beträgt $Y\,D(2)$.

[10] Für eine Berechnung des Erwartungswerts $E[e^{-rT_N}]$ vgl. z.B. *Harrison* (1985), S. 42.

Liegt die Nachfrage zum Betrachtungszeitpunkt dagegen unterhalb der Nachfrageschwelle Y_N des Nachfolgers, wartet der Nachfolger mit dem Investitionsbeginn, bis die Nachfrageschwelle erreicht ist. Der Investitionswert des Innovators setzt sich dann aus einer Komponente zusammen, die aus einer Realisierung von Monopolpreisen besteht, und deren Länge vom Investitionszeitpunkt des Nachfolgers abhängt sowie einer Komponente, in der der Einzahlungsstrom des Duopols realisiert wird. Folglich beträgt der Investitionswert des Einzahlungsstroms τ Zeiteinheiten vor Beginn der Betriebsphase

$$(5.16) \qquad E\left[\int_{\tau}^{T_N+\theta} e^{-rt}\, Y(t)\, D(1)\, dt\right] + E\left[\int_{T_N+\theta}^{\infty} e^{-rt}\, Y(t)\, D(2)\, dt\right].$$

Auch hier gibt T_N den (stochastischen) Zeitpunkt an, zu dem die Nachfrage das erste Mal die Schwelle Y_N erreicht hat. Daraus ergibt sich für den Wert des Investitionsprojektes des Innovators τ Zeiteinheiten vor Beginn der Betriebsphase[11]

$$(5.17) \quad V_I(Y,\tau) = \begin{cases} \dfrac{Y\,D(1)}{r-\alpha}\, e^{-(r-\alpha)\tau} - \dfrac{C}{r} e^{-r\tau} & \\ \quad + \left(\dfrac{Y}{Y_N}\right)^{\beta_1} \dfrac{Y_N\,(D(2)-D(1))}{r-\alpha} e^{-(r-\alpha)\theta} & \text{falls} \quad Y < Y_N \\ & \\ \dfrac{Y\,D(1)}{r-\alpha}\, e^{-(r-\alpha)\tau} - \dfrac{C}{r} e^{-r\tau} & \\ \quad + \dfrac{Y\,(D(2)-D(1))}{r-\alpha} e^{-(r-\alpha)\theta} & \text{falls} \quad Y \geq Y_N. \end{cases}$$

Zu Beginn des Investitionsprojektes des Innovators beträgt dessen Wert $V_I(Y,\theta) - K$. Mit Hilfe der Eigenschaft der Konkavität der Funktion $V_I(Y,\theta) - K$ im Nachfragebereich $Y < Y_N$ und der Konvexität der Funktion $F_N(Y)$ im selben Nachfragebereich in Verbindung mit einer Betrachtung der Randpunkte der Nachfrage kann gezeigt werden, dass die Wertfunktionen von Nachfolger und Innovator genau einen Schnittpunkt Y_I in diesem Nachfragebereich haben müssen. Damit ergeben sich drei unterscheidbare Nachfragebereiche für den Investitionswert von Nachfolger und Innovator unter der Annahme, dass der Innovator soeben die Investitionsentscheidung getroffen hat.

---

[11] Ähnliche Erwartungswerte werden z. B. in *Harrison* (1985), S. 42 berechnet.

$$V_I(Y,\theta) - K < F_N(Y) \quad \text{falls} \quad Y < Y_I,$$
$$V_I(Y,\theta) - K > F_N(Y) \quad \text{falls} \quad Y_I < Y < Y_N,$$
$$V_I(Y,\theta) - K = F_N(Y) \quad \text{falls} \quad Y \geq Y_N.$$

5.3 Vergleich der Investitionswerte von Innovator, Nachfolger und Monopolist

Abbildung 5.2 zeigt den Wert der Investitionsprojekte von Innovator und Nachfolger zum Zeitpunkt des Investitionsbeginns des Innovators sowie den Wert der Investitionsmöglichkeit eines Monopolisten in Abhängigkeit von der Nachfrage. Der Monopolist sieht sich keinem Wettbewerber ausgesetzt und kann daher seine Entscheidung optimieren, ohne Entscheidungen einer anderen Unternehmung in sein Kalkül einbeziehen zu müssen. Die Bestimmung des Werts von dessen Investitionsmöglichkeit kann daher ähnlich wie die des Nachfolgers erfolgen. Er kann jedoch von höheren Preiserwartungen $P = Y D(1)$ ausgehen.

In der Abbildung ist unterstellt, dass der Innovator die Investitionsentscheidung unabhängig von der Nachfrage soeben getroffen hat. Im folgenden Abschnitt werden die spieltheoretischen Gleichgewichtsstrategien diskutiert, die zeigen, dass der Innovator – anders als in der Abbildung unterstellt – natürlich nicht bei jeder Nachfrage investieren wird. Als Parameterwerte für die abgebildeten Investitionswerte wurden $K = 10$, $C = 2$, $\theta = 5$, $\alpha = 0$, $\sigma = 0{,}2$, $r = 0{,}02$, $D(1) = 1$ und $D(2) = 0{,}6$ angenommen.

Für $Y < Y_N$ ist der Investitionswert des Innovators $V_I(Y,\theta) - K$ konkav und hat einen Knick an der Stelle $Y = Y_N$. Bei dieser Nachfrage trifft der Nachfolger die Entscheidung, ebenfalls mit der Investition zu beginnen. Diese Entscheidung hat eine unmittelbare Auswirkung auf den Wert des Investitionsprojektes des Innovators, da mit dieser Entscheidung ein sprunghafter Rückgang der erwarteten Einzahlungen während der Betriebsphase verbunden ist. Im Bereich $Y_I < Y < Y_N$ liegt der Investitionswert des Innovators über dem des Nachfolgers, während er für $Y < Y_I$ darunter liegt. Gegenüber den beiden Duopolunternehmen ist der Wert der Investitionsmöglichkeit des Monopolisten im gesamten Nachfragebereich höher.

Da die erwarteten Einzahlungen des Monopolisten größer sind als die des Nachfolgers, ist die Nachfrageschwelle gegenüber der des Nachfolgers geringer, der Investitionszeitpunkt folglich früher. Deutlich wird aber auch der Effekt, den die Existenz eines Wettbewerbers auf den Investitionszeitpunkt des Innovators hat. Ab der Nachfrage Y_I beginnt der Wert des Innovators größer zu werden als der des Nachfolgers. Daher wird jede Unter-

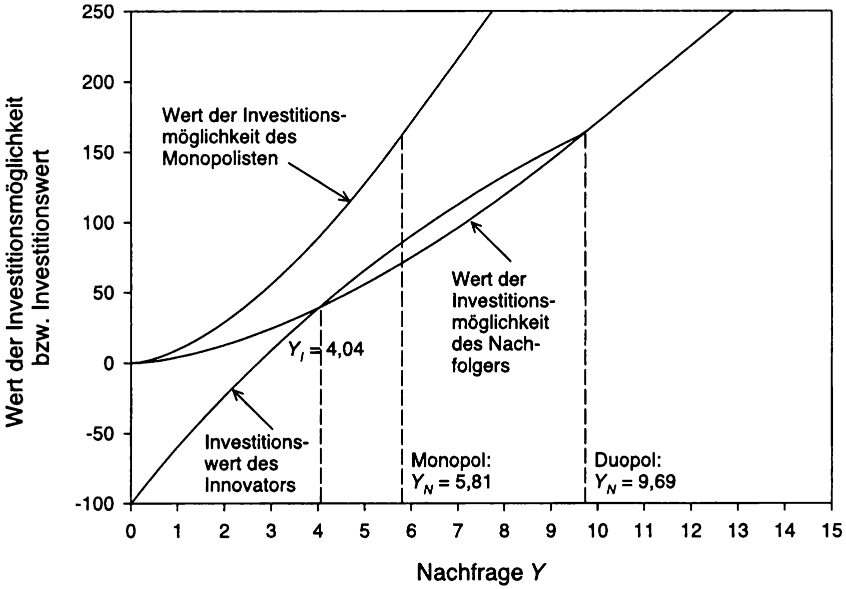

Abbildung 5.2: Vergleich von Innovator, Nachfolger und Monopolist

nehmung im Duopol versuchen, bei Erreichen der Nachfrage Y_I zu investieren. Dieser Nachfragewert ist jedoch geringer, als der optimale Nachfragewert im Monopolfall, das heißt, dass eine Unternehmung im Duopolfall früher investiert, als sie dies im Monopolfall täte.

5.4 Bestimmung der Gleichgewichtsstrategien

Mit den oben berechneten Werten der Investitionsvorhaben von Innovator und Nachfolger lassen sich nun für verschiedene Nachfragewerte die teilspielperfekten[12] Gleichgewichtsstrategien für den Eintritt in das Investitionsvorhaben ermitteln. Diese stellt für jede Unternehmung die wertmaximierende Strategie dar unter der Bedingung, dass die jeweils andere Unternehmung ebenfalls die wertmaximierende Strategie verfolgt. Abhängig von der anfänglichen Nachfrage $Y(0)$ resultieren daraus zwei Arten von Gleichgewichten. Für $Y(0) < Y_N$ vergeht zwischen Investitionsbeginn des Innovators und des Nachfolgers eine gewisse Zeitspanne. Die Investitionsentscheidung beider Unternehmen wird sequentiell getroffen. Für $Y(0) \geq Y_N$ dagegen treffen beide Unternehmen die Investitionsentscheidung gleichzeitig.

[12] Vgl. hierzu *Selten* (1965).

5.4.1 Sequentielles Investitionsgleichgewicht

Für $Y(0) < Y_N$ tritt ein sequentielles Investitionsgleichgewicht auf. Liegt die Nachfrage unter dem Wert Y_I, dann ist der Wert des Investitionsvorhabens des Innovators unter dem des Nachfolgers. In diesem Nachfragebereich ist es für beide Unternehmen vorteilhaft, Nachfolger zu sein. Daher investiert hier keine Unternehmung. Erst zu dem Zeitpunkt, zu dem die Nachfrage das erste Mal den Wert Y_I erreicht, wird eine Unternehmung mit der Investition beginnen und damit zum Innovator werden. Da eine gleichzeitige Investitionsentscheidung beider Unternehmen ausgeschlossen wurde, wird zufällig eine Unternehmung ausgewählt, die zu diesem Zeitpunkt mit dem Investieren beginnt. Die andere Unternehmung wird damit automatisch zum Nachfolger. Dadurch wird diese nun ihren optimalen Investitionszeitpunkt wählen, der durch die Nachfrageschwelle Y_F gegeben ist. Sie wartet folglich mit dem Investitionsbeginn, bis die Nachfrage diesen Wert erreicht hat.

Liegt die anfängliche Nachfrage $Y(0)$ zwischen Y_I und Y_N, dann versucht jede Unternehmung, das Investitionsprojekt sofort zu beginnen. Eine Unternehmung wird auch hier wieder zufällig ausgewählt, die als erste investiert und damit zum Innovator wird. Für die andere Unternehmung ändert sich dadurch das Entscheidungskalkül, und sie wartet mit dem Investitionsbeginn, bis die Nachfrage die Schwelle Y_N erreicht hat.

5.4.2 Simultanes Investitionsgleichgewicht

Für $Y(0) \geq Y_N$ sind alle auftretenden Investitionsgleichgewichte durch simultane Investitionsentscheidungen gekennzeichnet. Die Werte der Investitionsmöglichkeiten sind für beide Unternehmen identisch. Wenn eine Unternehmung mit der Investition beginnt, startet die andere Unternehmung unmittelbar danach. Dies hängt damit zusammen, dass für den Nachfolger die optimale Investitionsentscheidung darin besteht, bei Nachfragewerten oberhalb der Schwelle Y_N sofort mit der Investition zu beginnen unter der Annahme, dass der Innovator bereits mit der Investition begonnen hat. Allerdings muss noch die Frage geklärt werden, unter welcher Bedingung diese Annahme erfüllt ist, das heißt, wann ein Unternehmen versucht, als erstes zu investieren.

Für ein derartiges Problem existieren unendlich viele Gleichgewichte.[13] Im folgenden wird eine Klasse von Gleichgewichten betrachtet, die durch einen Nachfragebereich $(Y_N, \overline{Y})$ charakterisiert ist, in dem beide Unternehmen nicht investieren und bei dessen Verlassen beide Unternehmen die

[13] Vgl. *Grenadier* (1996), S. 1662 ff.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

Investition unmittelbar hintereinander tätigen. Dass dies tatsächlich ein Gleichgewicht ist, kann man über eine Betrachtung der beiden Randpunkte dieses Nachfragebereichs zeigen. Unmittelbar unterhalb des Werts Y_N ist der Investitionswert des Innovators größer als der des Nachfolgers. Die Unternehmung, die beim Erreichen des Werts Y_N investiert hat, kann sich dadurch einen Vorteil verschaffen. Daher wird jede Unternehmung bei Erreichen der Nachfrage Y_N investieren. Für die Betrachtung des anderen Randpunkts $\overline{Y}$, der zunächst einen beliebigen Wert oberhalb Y_N annehmen kann, gilt folgende Überlegung. Falls sich eine Unternehmung entschieden hat, mit der Investition bis zum Erreichen der Nachfrage $\overline{Y}$ zu warten, ist es für die andere Unternehmung optimal, dasselbe zu tun. Auch in diesem Fall werden beide Unternehmen gleichzeitig bei Erreichen der Nachfrage $\overline{Y}$ investieren. Es gibt also für jeden beliebigen Wert $\overline{Y} > Y_N$ ein Gleichgewicht, das dadurch gekennzeichnet ist, dass beide Unternehmen bei einem Verlassen des Nachfragebereichs $(Y_N, \overline{Y})$ gleichzeitig bzw. unmittelbar hintereinander investieren.[14]

Es erscheint sinnvoll, von diesen Gleichgewichten das pareto-optimale zu betrachten.[15] Dieses ist unter der betrachteten Gleichgewichtsstrategie durch denjenigen Wert $\overline{Y}$ gekennzeichnet, der den Investitionswert beider Unternehmen maximiert. Dazu wird der Wert der Investitionsmöglichkeit, der mit $G(Y)$ bezeichnet werde, für jede Unternehmung in dem Nachfragebereich betrachtet, in dem beide noch warten, also im Bereich $(Y_N, \overline{Y})$. Für diesen gilt die bereits weiter oben berechnete Differentialgleichung

$$\frac{1}{2}\sigma^2 Y^2 G''(Y) + \alpha G'(Y) Y - r G = 0. \qquad (5.18)$$

Die Randbedingungen für diese Gleichung ergeben sich aus einer Betrachtung der beiden Randpunkte des Nachfragebereichs. Dabei werde die Nachfrage, bei der beide Unternehmen investieren, mit X_G bezeichnet.

[14] Diese Klasse von Gleichgewichten ist Markov-perfekt, das heißt, dass die durch dieses Gleichgewicht charakterisierten Strategien der beiden Spieler in jedem Teilspiel ein Nash-Gleichgewicht bilden, vgl. hierzu auch *Fudenberg/Tirole* (1991), S. 501 ff.

[15] Falls ein Gleichgewicht alle anderen pareto-dominiert, „it is the most reasonable outcome to expect“, *Fudenberg/Tirole* (1985), S. 389, vgl. auch *Harsanyi* (1964), *Fudenberg/Tirole* (1983).

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

$$G(Y_N) = \frac{Y_N D(2)}{r-\alpha} e^{-(r-\alpha)\theta} - \frac{C}{r} e^{-r\theta} - K, \tag{5.19}$$

$$G(Y_G) = \frac{Y_G D(2)}{r-\alpha} e^{-(r-\alpha)\theta} - \frac{C}{r} e^{-r\theta} - K, \tag{5.20}$$

$$G'(Y_G) = \frac{D(2)}{r-\alpha} e^{-(r-\alpha)\theta}. \tag{5.21}$$

Bei der Nachfrage Y_N wird jede Unternehmung sofort investieren, was in der ersten Randbedingung zum Ausdruck kommt. Dasselbe gilt für die Stelle Y_G. Die dritte Randbedingung schließlich ist die übliche *Smooth pasting-Bedingung,* die sicherstellt, dass der wertmaximierende Investitionszeitpunkt gewählt wird.

Als Lösung dieser Differentialgleichung unter Beachtung der Randbedingungen folgt

$$G(Y) = \begin{cases} A_1 Y^{\beta_1} + A_2 Y^{\beta_2} & \text{falls} \quad Y \in (Y_N, Y_G) \\ \dfrac{Y D(2)}{r-\alpha} e^{-(r-\alpha)\theta} - \dfrac{C}{r} e^{-r\theta} - K & \text{falls} \quad Y \notin (Y_N, Y_G) \end{cases} \tag{5.22}$$

mit

$$\beta_1 = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{\sigma^2} + \sqrt{\left[\frac{\alpha}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} > 1, \tag{5.23}$$

$$\beta_2 = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{\sigma^2} - \sqrt{\left[\frac{\alpha}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} < 0. \tag{5.24}$$

A_1, A_2 und Y_G ergeben sich durch Einsetzen von Gleichung (5.22) in die Randbedingungen:

$$A_1 Y_N^{\beta_1} + A_2 Y_N^{\beta_2} = \frac{Y_N D(2)}{r-\alpha} e^{-(r-\alpha)\theta} - \frac{C}{r} e^{-r\theta} - K, \tag{5.25}$$

$$A_1 Y_G^{\beta_1} + A_2 Y_G^{\beta_2} = \frac{Y_G D(2)}{r-\alpha} e^{-(r-\alpha)\theta} - \frac{C}{r} e^{-r\theta} - K, \tag{5.26}$$

$$\beta_1 A_1 Y_G^{\beta_1 - 1} + \beta_2 A_2 Y_G^{\beta_2 - 1} = \frac{D(2)}{r-\alpha} e^{-(r-\alpha)\theta}. \tag{5.27}$$

Dieses Gleichungssystem kann numerisch gelöst werden, womit sich der Nachfragewert Y_G ergibt, bei dem beide Unternehmen gleichzeitig die Investition tätigen. Ist der anfängliche Nachfragewert also im Bereich (Y_N, Y_G), dann ist es für beide Unternehmen optimal, mit der Investition bis zu einem Verlassen dieses Bereichs zu warten. Keine Unternehmung kann sich durch ein Abweichen von dieser Lösung besser stellen.

Bei der Bestimmung einer numerischen Lösung für obiges Gleichungssystem ergibt sich für eine Vielzahl verschiedener betrachteter Parameterwerte der Nachfragewert $Y_G = Y_N$. Dies hätte die Konsequenz, dass ein simultanes Investitionsgleichgewicht nur in der Form auftritt, dass beide Unternehmen sofort investieren.[16] Mit Hilfe numerischer Verfahren – und nur die sind hier möglich – kann zwar nicht allgemein gültig gezeigt werden, dass Y_G nur die Lösung Y_N hat. Es wäre immerhin denkbar, dass sich bei speziellen Parameterkonstellationen auch andere Werte für Y_G ergeben. Dennoch kann über folgende allgemein gültige Überlegungen die Lösung $Y_N = Y_G$ für alle Parameterwerte plausibilisiert werden.

Bei der Bestimmung des Werts der Investitionsmöglichkeit des Nachfolgers wird davon ausgegangen, dass dieser seinen Investitionszeitpunkt optimal wählt. Die Entscheidungsgrundlage des Nachfolgers sind dabei gegebene und bekannte Auszahlungen sowie Erwartungen über die Einzahlungen, die von keiner Entscheidung einer anderen Unternehmung mehr abhängen. Als optimaler Investitionszeitpunkt wurde für diese Unternehmung Y_N bestimmt. Bei dieser Nachfrage gleichen sich die Vor- und Nachteile des Wartens genau aus. Bei einer infinitesimal größeren Nachfrage würden die Nachteile (die entgangenen Einzahlungen) gegenüber den Vorteilen geringfügig überwiegen. Die Möglichkeit, als erster investieren zu können, führt nun aber eben nicht zu Vorteilen, beispielsweise in Form höherer Einzahlungsüberschüsse, für eine Unternehmung, da mit dieser Entscheidung die gleichzeitige Investitionsentscheidung des Wettbewerbers verbunden ist. Der Preis des Produkts ist sowohl für den Innovator als auch für den Nachfolger auf jeden Fall $P = Y D(2)$. Damit liegt für jede Unternehmung die optimale Investitionsentscheidung bei der Nachfrage Y_N. Die pareto-optimale Gleichgewichtsstrategie besteht also in einer sofortigen Investition für beide Unternehmen, falls $Y \geq Y_N$.

5.5 Determinanten der Investitionsentscheidungen

5.5.1 Einfluss der Länge der Bauzeit

Der Einfluss der Länge der Bauzeit θ auf die Investitionswerte von Innovator und Nachfolger sowie auf die Nachfrageschwelle Y_N des Nachfolgers kann analytisch über deren partielle Ableitung nach θ gezeigt werden. Für die Nachfrageschwelle Y_I, ab der es für jede Unternehmung besser ist,

[16] Der Nachfragebereich (Y_N, Y_G) wäre dann nämlich die leere Menge.

Innovator zu sein, können numerische Berechnungen den Einfluss der Länge der Bauphase aufzeigen.

Aus Gleichung (5.10) ergibt sich die partielle Ableitung der Nachfrageschwelle des Nachfolgers nach θ zu

$$\frac{\partial Y_N}{\partial \theta} = \left(\frac{\beta_1}{\beta_1 - 1}\right)\left(\frac{r-\alpha}{D(2)}\right) e^{(r-\alpha)\theta}\left(\frac{C}{r}\, e^{-r\theta} + K\right)(-\alpha) \tag{5.28}$$

Diese unterscheidet sich von dem (positiven) Wert für die Nachfrageschwelle Y_N lediglich um den Faktor $(-\alpha)$. Damit muss für die Abhängigkeit der Nachfrageschwelle des Nachfolgers eine Fallunterscheidung für negative und positive Werte von α gemacht werden. Bei erwarteten Nachfragerückgängen wird die partielle Ableitung $\partial Y_N / \partial \theta$ positiv, längere Bauzeiten bedeuten dementsprechend höhere Nachfrageschwellen für den Nachfolger. Umgekehrt ist bei einem erwarteten Nachfrageanstieg die partielle Ableitung $\partial Y_N / \partial \theta$ negativ und damit führen längere Bauzeiten *ceteris paribus* zu einer niedrigeren Schwelle, bei der der Nachfolger investiert. Bei Erwartungen, die von einer gleichbleibenden Nachfrage ausgehen, hat die Länge der Bauzeit keinen Einfluss auf die Nachfrageschwelle.

Die partielle Ableitung des Werts der Investitionsmöglichkeit des Nachfolgers nach θ folgt aus Gleichung (5.15) zu

$$\frac{\partial F_N}{\partial \theta} = \begin{cases} \left(\frac{Y}{Y_N}\right)^{\beta_1}\left(\frac{(C\,e^{-r\theta})(\beta_1\,\alpha)/r + K\,(\beta_1\,\alpha) - C\,e^{-r\theta}}{\beta_1 - 1}\right) & \text{falls} \quad Y < Y_N \\ -Y\,D(2)\,e^{-(r-\alpha)\theta} + C\,e^{-r\theta} & \text{falls} \quad Y \geq Y_N. \end{cases} \tag{5.29}$$

Zunächst wird der Nachfragebereich $Y < Y_N$ betrachtet. Da die Terme $(Y/Y_N)^{\beta_1}$ und $\beta_1 - 1$ für alle Parameterwerte positiv sind, genügt es, den Term $(C\,e^{-r\theta})(\beta_1\,\alpha)/r + K\,(\beta_1\,\alpha) - C\,e^{-r\theta}$ zu betrachten. Dieser ist positiv, falls

$$\alpha > \frac{C\,e^{-r\theta}}{\beta_1\,(C\,e^{-r\theta}/r - K)}, \tag{5.30}$$

und damit steigt der Wert der Investitionsmöglichkeit mit einer längeren Bauzeit. Falls α kleiner als dieser Term ist, ergibt sich ein negativer Wert für die partielle Ableitung des Werts der Investitionsmöglichkeit des Nachfolgers. In diesem Fall führt eine längere Bauzeit zu einem Sinken des Werts der Investitionsmöglichkeit.[17]

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

Im Nachfragebereich $Y > Y_N$ ist die partielle Ableitung des Werts der Investitionsmöglichkeit des Nachfolgers in jedem Fall negativ. Dazu muss folgende Ungleichung erfüllt sein:

$$Y\,D(2)\,e^{-(r-\alpha)\theta} > C\,e^{-r\theta}. \tag{5.31}$$

Der Term auf der linken Seite gibt die diskontierten Einzahlungen des Nachfolgers an, auf der rechten Seite stehen die diskontierten Auszahlungen. Erstere sind im Nachfragebereich $Y > Y_N$, in dem der Nachfolger investiert, in jedem Fall größer als letztere. Damit führen längere Bauphasen hier *ceteris paribus* in jedem Fall zu einem geringeren Investitionswert.

Die Nachfrageschwelle Y_I, ab der es für jedes Unternehmen vorteilhaft ist, Innovator zu sein, kann durch ein Gleichsetzen der Investitionswerte von Nachfolger $F_N(Y)$ und $V_I(Y)$ im Nachfragebereich $Y < Y_N$ bestimmt werden. Daraus ergibt sich als Bestimmungsgleichung für Y_I

$$\begin{aligned} & Y_I^{\beta_1}\,Y_N^{-\beta_1}\left(\frac{C\,e^{-r\theta}/r+K}{\beta_1-1}-\frac{Y_N\,(D(2)-D(1))}{r-\alpha}\,e^{-(r-\alpha)\theta}\right) \\ & \qquad -Y_I\,\frac{D(1)}{r-\alpha}\,e^{-(r-\alpha)\theta}+\frac{C}{r}e^{-r\theta}+K=0. \end{aligned} \tag{5.32}$$

Diese Gleichung ist nicht linear in Y_I und kann numerisch gelöst werden. Abbildung 5.3 zeigt den Einfluss der Länge der Bauphase auf die Nachfrageschwelle V_I für verschiedene Werte der Nachfrageänderungsrate. Hier zeigt sich ein ähnliches Bild wie bei der Analyse der Nachfrageschwelle des Nachfolgers. Während bei einem erwarteten Nachfragerückgang eine steigende Bauzeit mit einer steigenden Nachfrageschwelle einhergeht, ist es bei einem erwarteten Nachfrageanstieg umgekehrt.

Aus Gleichung (5.17) schließlich errechnet sich die partielle Ableitung des Investitionswerts des Innovators zum Zeitpunkt der Investition nach der Länge der Bauphase θ zu

$$\frac{\partial V_I}{\partial\theta}=\begin{cases} \dfrac{Y^{\beta_1}}{Y_N^{\beta_1-1}}\left[(D(1)-D(2))\,e^{-(r-\alpha)\theta}-\alpha\,(1-\beta_1)\right] & \text{falls} \quad Y < Y_N \\ +C\,e^{-r\theta}-Y\,D(1)\,e^{-(r-\alpha)\theta} & \\ & \\ -Y\,D(2)\,e^{-(r-\alpha)\theta}+C\,e^{-r\theta} & \text{falls} \quad Y \geq Y_N. \end{cases} \tag{5.33}$$

[17] Die exakte Auswertung dieser Bedingung ist jedoch etwas komplizierter. Denn dabei muss die Abhängigkeit zwischen β_1 und α berücksichtigt werden, vgl. hierzu Gleichung (5.11), Abschnitt 5.2.1.

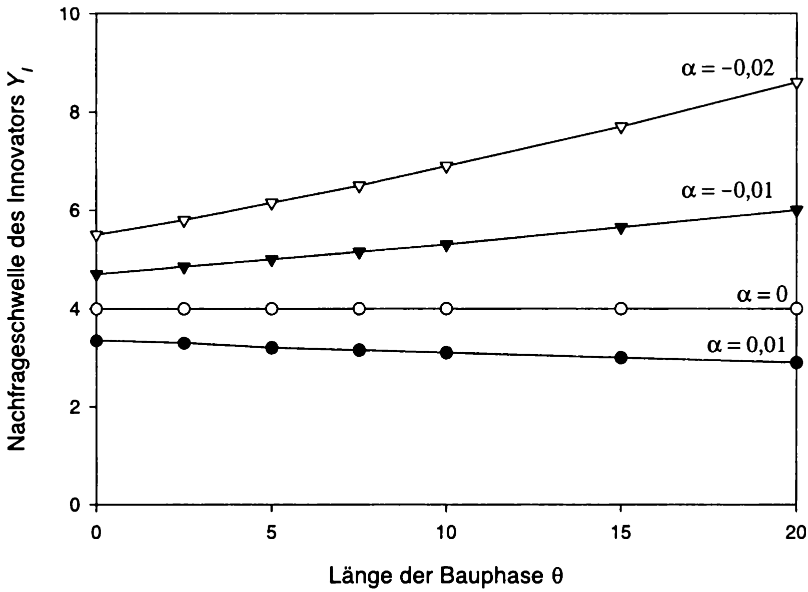

Abbildung 5.3: Einfluss der Länge der Bauphase auf die Nachfrageschwelle des Innovators V_I

Im Nachfragebereich $Y > Y_N$ entspricht der Investitionswert und damit auch der Wert der partiellen Ableitung des Innovators dem des Nachfolgers. Er ist in jedem Fall negativ, eine längere Bauzeit geht somit mit einem sinkenden Investitionswert einher.

Komplizierter ist die Auswertung der partiellen Ableitung im Nachfragebereich $Y < Y_N$. Hier erscheint es sinnvoll, eine graphische Betrachtung dieser Funktion in Abhängigkeit von der Nachfrage für verschiedene Werte von α vorzunehmen (vgl. Abbildung 5.4). Die übrigen Parameterwerte wurden wieder wie bisher angenommen. Die Abbildung zeigt, dass eine Veränderung der Länge der Bauphase je nach Nachfrage einen unterschiedlichen Einfluss auf den Investitionswert des Innovators hat. Bei niedriger Nachfrage ist die Ableitung positiv, eine längere Bauphase führt folglich zu einem steigenden Investitionswert. Geht man zu höheren Nachfragewerten über, zeigt sich, dass die Ableitung negative Werte annimmt. Hier sinkt der Investitionswert mit zunehmender Länge der Bauphase. Dieser Effekt setzt um so früher ein, je kleiner die erwartete Änderungsrate der Nachfrage ist.

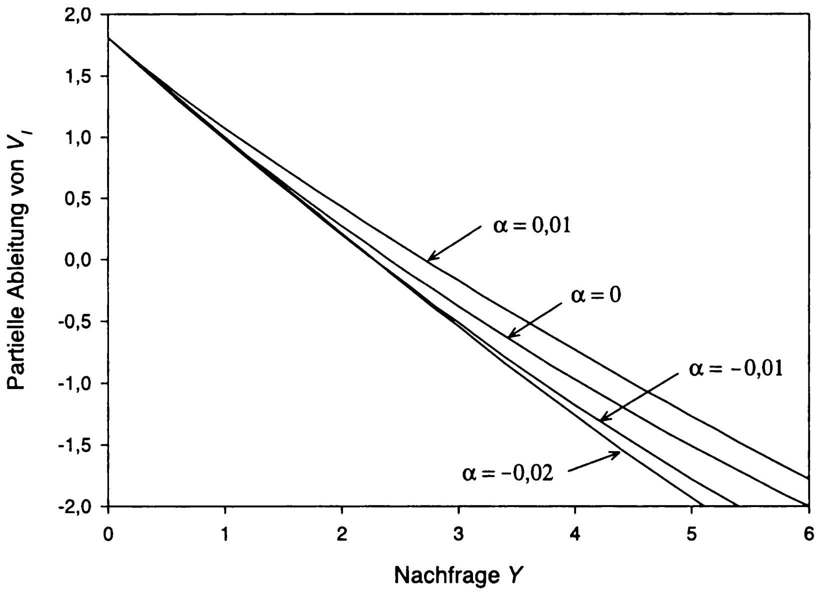

Abbildung 5.4: Partielle Ableitung des Investitionswerts des Innovators nach der Länge der Bauphase $\partial V_I / \partial \theta$ in Abhängigkeit der Nachfrage Y für verschiedene Werte von α

5.5.2 Einfluss der Höhe der Auszahlungen

Die Auszahlungen setzen sich aus einer Komponente während der Bauphase und einer Komponente während der Betriebsphase zusammen. Zum Investitionszeitpunkt beträgt der Barwert beider Komponenten

$$-\frac{C}{r}\, e^{-r\theta} - K. \tag{5.34}$$

Deren Einfluss auf die Nachfrageschwellen sowie die Investitionswerte von Innovator und Nachfolger können zum Teil unmittelbar aus den entsprechenden Gleichungen abgelesen werden. Ein höherer Barwert der Auszahlungen erhöht die Nachfrageschwelle des Nachfolgers linear, wie unmittelbar aus Gleichung (5.10) folgt. Mit Hilfe numerischer Lösungen der Bestimmungsgleichung (5.32) der Nachfrageschwelle Y_I wird deutlich, dass ein steigender Auszahlungswert auch mit einer steigenden Nachfrageschwelle des Innovators einhergeht.

Der Wert der Investitionsmöglichkeit des Nachfolgers bzw. der Investitionswert des Innovators dagegen sinken mit zunehmender Höhe der Auszahlungen. Im Fall $Y > Y_N$ kann das unmittelbar aus Gleichung (5.15) bzw. (5.17) abgelesen werden, im Fall $Y < Y_N$ muss hierzu der Wert Y_N eingesetzt werden. Damit sind die Gleichungen (5.15) bzw. (5.17) lineare Funktionen von $(C\,e^{-r\theta}/r + K)^{1-\beta_1}$. Da $1 - \beta_1 < 0$, führt somit eine zunehmende Höhe der Auszahlungen auch in diesem Bereich zu einem sinkenden Wert.

5.5.3 Einfluss der inversen Nachfragefunktion

Ähnlich offenkundig ist der Einfluss der inversen Nachfragefunktion auf die Nachfrageschwellen und Investitionswerte. Sie ist im vorliegenden Modell linear von der Nachfrage abhängig und durch die Form der Funktion $D(q)$ charakterisiert. Da der relevante Wertebereich der Absatzrate q lediglich die Werte 1 und 2 umfasst, kann die inverse Nachfragefunktion durch die Differenz $D(1) - D(2)$ charakterisiert werden. Aus $D'(q) < 0$ folgt $D(1) - D(2) > 0$. Setzt man $D(1) = 1$, gilt folglich $D(2) \in (0,1)$. Ein Wert von $D(2)$ nahe 1 bedeutet, dass die Absatzrate bzw. der Umfang des Angebots nur einen sehr geringen Einfluss auf den Preis hat. Der Preis sinkt bei Eintritt einer zweiten Unternehmung kaum. Umgekehrt ist ein Wert von $D(2)$ nahe 0 mit hohen Auswirkungen der Absatzrate auf den Preis verbunden. Der Markteintritt einer zweiten Unternehmung führt zu einem starken Preisrückgang.

Variiert man nun $D(2)$ im Bereich (0,1), lassen sich folgende Auswirkungen auf die Nachfrageschwellen und Investitionswerte feststellen. Die Nachfrageschwelle des Nachfolgers sinkt mit zunehmendem $D(2)$. Denn damit sind geringere Nachteile des Eintritts einer weiteren Unternehmung in den Markt verbunden. Auf den Preis hat die Marktform bei hohen Werten von $D(2)$ kaum Auswirkungen. Die Nachfrageschwelle des Innovators dagegen steigt mit zunehmendem $D(2)$, wie Abbildung 5.5 zeigt. Dieses Ergebnis ist auf den ersten Blick überraschend. Denn ein höheres $D(2)$ ist mit höheren Einzahlungen während der Duopolphase verbunden. Damit sollte die Nachfrageschwelle eigentlich sinken, wie dies beim Nachfolger der Fall ist. Jedoch kommt beim Innovator ein weiterer Effekt hinzu. Je höher $D(2)$, desto kürzer erzielt er Monopoleinzahlungen, da die Nachfrageschwelle des Nachfolgers ebenfalls sinkt. Dies reduziert den Gesamtvorteil des Innovators und überwiegt den Effekt höherer Einzahlungen während der Duopolphase. Damit kehrt sich der Einfluss eines zunehmenden $D(2)$ auf die Nachfrageschwelle des Innovators um.

Der Einfluss von $D(2)$ auf den Wert der Investitionsmöglichkeit des Nachfolgers bzw. Innovators ergibt sich unmittelbar aus einer Betrachtung

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

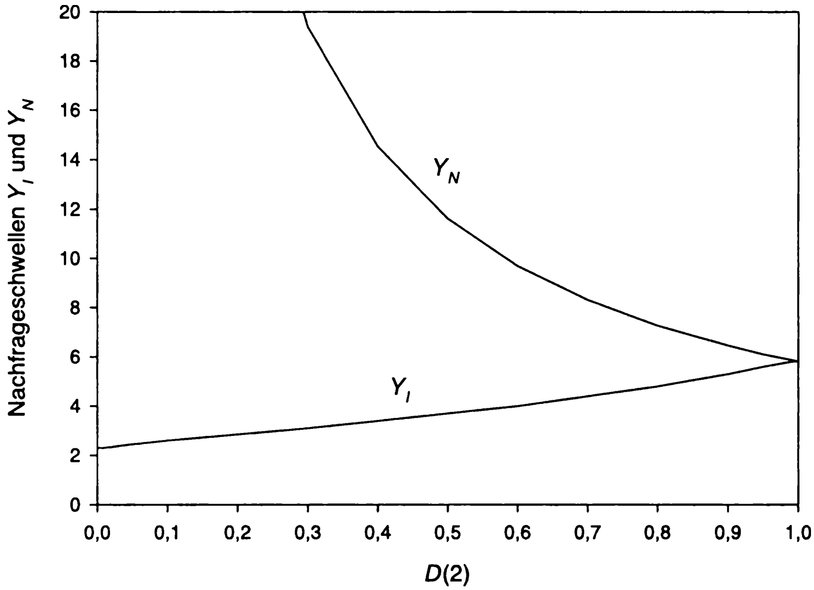

Abbildung 5.5: Nachfrageschwellen Y_I und Y_N bei Variation von $D(2)$

der Gleichungen (5.15) bzw. (5.17). Ein zunehmendes $D(2)$ erhöht den Wert der Investitionsmöglichkeit des Nachfolgers bzw. den Investitionswert des Innovators im gesamten Nachfragebereich.

Diese Betrachtungen verdeutlichen eine weitere Interpretation von $D(2)$. Die Differenz zwischen $D(1)$ und $D(2)$ kann als Maßzahl für *First Mover-Vorteile* betrachtet werden. Ist die Differenz groß, dann ist es mit erheblichen Vorteilen verbunden, als erster investiert zu haben. In diesem Fall ist die Nachfrageschwelle für den Innovator vergleichsweise gering, obwohl der Investitionswert des Innovators ebenfalls relativ gering ist. Eine niedrige Differenz zwischen $D(1)$ und $D(2)$ dagegen verringert die Vorteile, Innovator zu sein. Der Investitionswert des Innovators wird zwar höher, aber da gleichzeitig die Nachteile, Nachfolger zu sein, geringer werden, steigt insgesamt die Nachfrageschwelle des Innovators an. Ein frühes Investieren verschafft ihm nämlich nur in geringerem Maße Vorteile.

5.6 Schlussfolgerungen und Diskussion der Ergebnisse

Das dargestellte Modell analysiert sequentielle Investitionsentscheidungen einer Unternehmung, die nicht nur Interdependenzen mit eigenen nachfolgenden Entscheidungen, sondern auch mit Entscheidungen einer zweiten

Unternehmung aufweisen. Es zeigt, dass abhängig von den Marktbedingungen sequentielle und simultane Investitionsgleichgewichte auftreten können.

Für geringe Nachfragewerte lohnt sich eine Investition für keine Unternehmung. Höhere Werte der Nachfrage machen es attraktiv, Innovator zu sein. Die Attraktivität wird maßgeblich durch die inverse Nachfragefunktion determiniert. Hat eine Unternehmung investiert und damit die andere Unternehmung zum Nachfolger gemacht, kann letztere auf dieser Grundlage neu über seinen optimalen Investitionszeitpunkt entscheiden. Für einen mittleren Nachfragebereich ergibt sich so ein sequentielles Investitionsverhalten der beiden Unternehmen. In einem Bereich hoher Nachfrage ist es für beide unabhängig vom Entscheidungsverhalten der jeweils anderen Unternehmung optimal, sofort zu investieren.

Aus einer Analyse dieses Modells und der Determinanten des Entscheidungsverhaltens von Innovator und Nachfolger ergeben sich wichtige Einsichten für das Investitions-Controlling. So ist zum einen die Erkenntnis der Existenz sequentieller Investitionsgleichgewichte bedeutsam. Eine Unternehmung, deren Wettbewerber soeben eine Investitionsentscheidung getroffen hat, sollte das dadurch veränderte Entscheidungskalkül bei seinem Investitionsverhalten berücksichtigen. Zum zweiten wird auf die Bedeutung der Berücksichtigung des Wettbewerberverhaltens im eigenen Entscheidungskalkül hingewiesen. Insbesondere der Vergleich von Monopol und Duopol zeigt dessen Auswirkungen auf das Entscheidungskalkül. Darin zeigt sich, wie wichtig eine Kenntnis der Marktstruktur für Investitionsentscheidungen ist. Drittens bekommt die inverse Nachfragefunktion eine hohe Bedeutung für Investitionsentscheidungen. So kann eine Analyse dieser Funktion das Ausmaß der mit einer Investition verbundenen *First Mover-Vorteile* aufzeigen. Die Struktur dieser Funktion ist eine wichtige Einflussgröße auf Investitionsentscheidungen bei duopolistischem Wettbewerb.

Es darf allerdings nicht übersehen werden, dass die aus diesem Modell abgeleiteten Aussagen auf einer Reihe von Prämissen beruhen. Wie in Kapitel 4 wird im hier dargestellten Modell die Unsicherheit mit Hilfe einer geometrischen Brownschen Bewegung beschrieben. Für welche Märkte diese Annahme gerechtfertigt ist, kann nur durch empirische Untersuchungen herausgefunden werden. Die Annahme einer unbegrenzten Projektdauer ist in diesem Modell insbesondere wegen der fehlenden Berücksichtigung eines möglichen Projektabbruchs problematisch. Auch die Tatsache, dass der Nachfolger im sequentiellen Gleichgewicht, also bei einer zeitlich gegenüber dem Innovator verschobenen Investition, dieselben Auszahlungen leisten muss, beinhaltet eine Vereinfachung. In der Regel kann der Nachfolger zumindest teilweise von den Erfahrungen des Innovators profitieren, was sich beispielsweise in niedrigeren Investitionsauszahlungen niederschlagen sollte.[18] Nicht unerwähnt bleiben sollten auch die im Allgemeinen gegen spieltheoretische Modelle vorgebrachten Einwände, die sich im wesentlichen gegen die Lösungskonzepte und die Vorgehensweise der Modellkonstruktion richten.[19]

[18] Vgl. zu einer Analyse dieses Effektes (Spillovers) z.B. *Tirole* (1988), S. 330 ff.
[19] Vgl. z.B. *Fisher* (1989), *Shapiro* (1989), *Teece* (1990), *Rubinstein* (1991).

6. Implikationen und Perspektiven

6.1 Grenzen und Leistungen der Untersuchung

In der vorliegenden Untersuchung mussten Annahmen getroffen werden, die in vielen Fällen die Realität bestenfalls näherungsweise wiedergeben können. Eine wesentliche Prämisse, die der Analyse zugrunde lag, ist die Beschreibung der Unsicherheit mit Hilfe eines stochastischen Prozesses. Es wurde, einem großen Teil der Literatur folgend,[1] eine geometrische Brownsche Bewegung unterstellt.[2] Die Veränderungen von zwei aufeinander folgenden Zufallsvariablen dieses stochastischen Prozesses sind seriell unabhängig sowie standardnormalverteilt. Ein Prozess mit diesen Eigenschaften gilt unter bestimmten Voraussetzungen beispielsweise für die Entwicklung von Aktienkursen als gute Näherung.[3] Inwieweit diese Annahme auch für die einem Investitionsbewertungsmodell zugrunde gelegte Unsicherheit über Produktpreise oder die Nachfrage gerechtfertigt ist, muss im Einzelfall überprüft werden. Gegebenenfalls kann die Unsicherheit über alternative stochastische Prozesse realitätsnäher abgebildet werden. So konnte beispielsweise gezeigt werden, dass die Preise für die beiden Rohstoffe Kupfer und Rohöl, die in die Bewertung von Investitionen in derartige Rohstoffförderprojekte eingehen, durch einen sogenannten Mean Reverting-Prozess besser abgebildet werden können als durch eine geometrische Brownsche Bewegung.[4] Dagegen kommt die Annahme einer geometrischen Brownschen Bewegung insbesondere für die Preis- bzw. Nachfrageprozesse von standardisierten Technologieprodukten als Näherung in Frage.

Eine weitere Begrenzung resultiert aus der Annahme einer bekannten und konstanten Länge der Bauphase bzw. bekannten und konstanten Investitionsauszahlungen während der Bauphase. Bei vielen Projekten, insbesondere im FuE-Bereich, können weder die Länge der Bauphase noch die Höhe der

---

[1] Vgl. beispielsweise die zahlreichen in *Dixit/Pindyck* (1994) dargestellten Modelle.

[2] Vgl. Abschnitt 2.4.2.

[3] Vgl. z.B. *Hull* (1997), S. 209 ff.

[4] Vgl. *Pindyck/Rubinfeld* (1991), S. 462 ff. Investitionsbewertungsmodelle unter der Annahme eines Mean-Reverting-Prozesses werden z.B. von *Battacharya* (1978) sowie *Laughton/Jacoby* (1993) entwickelt. Ein Optionsbewertungsmodell für verschiedene Arten von stochastischen Prozessen findet sich beispielsweise in *Cox/Ross* (1976).

notwendigen Investitionsauszahlungen zu Projektbeginn exakt prognostiziert werden. Die Unsicherheit über diese Information nimmt in der Regel erst mit zunehmendem Projektfortschritt ab. Dieser empirisch bedeutsame Fall kann mit den vorliegenden Modellen jedoch nicht abgebildet werden. Allerdings wird die Bedeutung einer exakten Prognose der Dauer der Bauphase quantitativ untermauert, da dieser Parameter einen erheblichen Einfluss auf die Investitionsentscheidung hat.

Schließlich muss die Annahme einer unendlichen Projektdauer in den beiden entwickelten Modellen ebenfalls kritisch diskutiert werden. Insbesondere bei einer erwarteten positiven Preisänderungsrate des produzierten und verkauften Produkts führt diese Annahme zu einem unrealistischen Einzahlungsprofil aus der Investition. Dagegen ist diese Einschränkung im Fall negativer Preisänderungsraten zumindest in Kapitel 4 nur von untergeordneter Bedeutung, da hier das Projekt unterbrochen bzw. abgebrochen wird, wenn die Preise und damit die Einzahlungen unter die variablen Auszahlungen fallen. Für Märkte mit kontinuierlich sinkenden Preisen und vergleichsweise langen Lebensdauern der Investitionsgüter stellt also diese Prämisse keine gravierende Einschränkung dar.

Auf der anderen Seite liefert die Untersuchung zahlreiche grundsätzliche Einsichten, die von der Modifikation bzw. Aufhebung einzelner Annahmen weitgehend unberührt bleiben dürften. So zeigt das Modell zur Bewertung sequentieller Investitionsentscheidungen bei Preisunsicherheit und dem Vorliegen einer exklusiven Investitionsmöglichkeit die Werthaltigkeit nachfolgender Handlungsmöglichkeiten auf und erlaubt deren Quantifizierung. So können Investitionstechnologien beurteilt werden, mit denen eine unterschiedliche Geschwindigkeit der Erstellung des Investitionsobjekts verbunden ist. Dies kann beispielsweise bei Standortentscheidungen für eine neue Produktionsstätte relevant sein, wenn die Länge der Bauphase maßgeblich von der Dauer der Genehmigungsverfahren an unterschiedlichen Standorten abhängt.

Innerhalb des Modells kann zudem eine Vielzahl an Determinanten auf die Entscheidungsregel der Bauphase analysiert werden. Dabei zeigen sich bedeutsame Abhängigkeiten:

- Höhere Unsicherheit macht eine Projektunterbrechung während der Bauphase wahrscheinlicher.
- Die Höhe der erwarteten Preisänderungsrate übt je nach Ausprägung einen gegenläufigen Effekt auf die Entscheidung über eine Projektunterbrechung aus. Während für mittlere erwartete Preisänderungsraten die Preisschwelle geringe Werte annimmt, steigt sie sowohl mit sehr hohen als auch mit sehr niedrigen, das heißt im Allgemeinen negativen Preisänderungsraten wieder an.

- Die Länge der Bauzeit hat insbesondere bei erwarteten negativen Preisänderungsraten einen hohen Einfluss auf die Höhe der Preisschwelle und damit den Zeitpunkt der Investitionsentscheidung.

Bezieht man Investitionsentscheidungen eines Konkurrenten in die Analyse ein, ergeben sich grundlegende Veränderungen der Entscheidungsregel. In einer spieltheoretischen Analyse zeigt sich, dass Unternehmen gezwungen sind, früher zu investieren als im Fall einer exklusiven Investitionsmöglichkeit. Dies gilt jedoch nur für die Unternehmung, die als erste die Investition tätigt. Ist nämlich eine Unternehmung bereits am Markt, kann für die andere Unternehmung die mit einem Warten verbundene Verbesserung des Informationsstandes über die Nachfrage die vorteilhaftere Alternative sein.

In einem Duopol werden weitere Determinanten für die Investitionsentscheidung bedeutsam. Insbesondere die Kenntnis der inversen Nachfragefunktion ist für die anfängliche Investitionsentscheidung wichtig. Die Form dieser Funktion beeinflusst in erheblichem Maß den Umfang von *First Mover-Vorteilen.* Dadurch wird die Nachfrageschwelle für die Unternehmung, die als erste investiert, reduziert und für die zweite Unternehmung erhöht.

6.2 Konsequenzen der Analyse für das Investitions-Controlling

Die mit der vorliegenden Arbeit gewonnenen Erkenntnisse liefern neue Einsichten für die Bewertung sequentieller Investitionen. Deren Übertragung auf das Investitions-Controlling kann einerseits zu einer besseren Gestaltung von Aufgaben und Instrumente dieser Teildisziplin dienen, andererseits ein Ansatzpunkt für neue Fragestellungen sein.

Eine wichtige Aufgabe des Investitions-Controlling ist die Koordination des Investitionsprozesses.[5] Die vorliegende Arbeit liefert Erkenntnisse für eine Verknüpfung zwischen Entscheidungen innerhalb eines Investitionsprojektes. Das in Kapitel 4 entwickelte Simultanmodell stellt ein Instrument zur Koordination von Entscheidungen im Investitionsprozess dar, das mit den beschriebenen Erweiterungen an verschiedene Investitionsprojekte angepasst werden kann. Es zeigt auf, wie nachfolgende Entscheidungen innerhalb eines Investitionsprojektes das Kalkül vorgelagerter Entscheidungen verändern können. Damit trägt es auch zur Informationsbereitstellung für die Investitionsplanung und -kontrolle bei. Es ermittelt den Wert einer Investitionsmöglichkeit, der für die Investitionsplanung von Bedeutung ist.

[5] Vgl. *Küpper* (1991), S. 172 f., *Küpper* (1992), S. 123, *Steven/Böning* (1999), S. 458 ff.

Gleichzeitig liefert es eine Entscheidungsregel für Unterbrechungs- oder Abbruchentscheidungen, deren Einhaltung durch die Investitionskontrolle ständig zu überwachen ist.

Eine übergreifende Koordinationsaufgabe des Investitions-Controlling besteht in der Koordination mit der Unternehmensgesamtplanung. Zur Erfüllung dieser Aufgabe liefert die vorliegende Arbeit ebenfalls Erkenntnisse. So wird insbesondere die Bedeutung einer Koordination der Investitions- mit der Absatzplanung erkennbar. Die Art der funktionalen Abhängigkeit zwischen dem Preis und der Nachfrage eines Produktes, die in der Regel innerhalb der Absatzplanung bestimmt werden kann, wurde als wichtige Determinante des Investitionswerts im Duopolfall herausgearbeitet. Kennt man diesen Zusammenhang, läßt sich die Höhe der *First Mover-Vorteile* quantifizieren. Damit lassen sich fundierte Entscheidungen über Investitions- und Markteintrittszeitpunkte treffen.

Daneben liefert die Arbeit Aussagen zur Koordination der Investitionsplanung mit dem Informationssystem der Unternehmung. Die Analysen zum Einfluss verschiedener Parameter auf den Investitionswert bzw. die Investitionsentscheidung haben gezeigt, bei welchen Bestimmungsgrößen eine hohe Prognosegenauigkeit erforderlich ist. Dies gilt im Allgemeinen für Größen, bei denen eine Veränderung ihres Wertes einen großen Einfluss auf den Investitionswert oder die Investitionsentscheidung hat. Zwei Parameter, auf die dies in besonderem Maße zutrifft sind die Preisentwicklung des hergestellten Produktes auf dem Absatzmarkt und die Länge der Bauphase einer Investition. Daraus ergibt sich für das Investitions-Controlling die Aufgabe, für eine besonders hohe Prognosegenauigkeit dieser Größen zu sorgen. Denn nur mit Hilfe präziser Voraussagen ist es möglich, den Investitionswert richtig zu beurteilen und damit die richtige Entscheidung zu treffen.

Neue Fragestellungen ergeben sich, wenn die Konsequenzen, die sich aus einem positiven Wert von Handlungsspielräumen innerhalb eines Investitionsprojekts ergeben, für dezentral organisierte Unternehmen betrachtet werden. In einer solchen Struktur wird das Problem des opportunistischen Ausnutzens der Handlungsmöglichkeiten durch den dezentralen Entscheidungsträger relevant. Für diese müssen Belohnungssysteme entwickelt werden, die sicherstellen, dass die Handlungsspielräume im Sinne der Unternehmensziele ausgeschöpft werden. Dabei geht es sowohl darum, dem Entscheidungsträger einen Anreiz zum Treffen der richtigen Entscheidung innerhalb eines gegebenen Handlungsspielraums zu geben, als auch darum, dass er unter verschiedenen Investitionsprojekten diejenigen wählt, die werthaltige künftige Handlungsspielräume beinhalten. Zur Analyse derartiger Fragestellungen liefert die Agency-Theorie ein geeignetes Instrumentarium.

6.3 Ansätze für künftige Forschungsarbeiten

Ansätze für künftige Forschungsarbeiten ergeben sich einerseits aus den einschränkenden Annahmen der Untersuchung und andererseits aus den gewonnenen Einsichten.

Die aus der Annahme einer geometrischen Brownschen Bewegung für den stochastischen Preis- bzw. Nachfrageprozess resultierenden Einschränkungen wurden bereits erläutert. Eine wichtige Erweiterungsmöglichkeit der analysierten Modelle besteht in der Integration des Produktlebenszykluskonzeptes in den Nachfrageprozess. Für viele Güter stellt dieses Konzept, das von einem anfänglichen Anstieg und einer späteren Abnahme der Nachfrage bei einem insgesamt endlichen Produktlebenszyklus ausgeht, eine gute Näherung dar. Besondere Bedeutung hat dieses Konzept beispielsweise für High-Tech Produkte wie Halbleiterbauelemente oder Medikamente.[6]

Die Prämisse gegebener und konstanter Investitionsauszahlungen während der Bauphase ist für viele Investitionen insbesondere aus dem FuE-Bereich nicht gerechtfertigt. Während eine Erweiterung auf gegebene, aber nicht konstante Auszahlungen während der Bauphase leicht in das in Kapitel 4 entwickelte Modell integriert werden kann,[7] müssen zur Analyse unsicherer Auszahlungen weitergehende Modelle entwickelt werden.[8] Interessant erscheint hierbei eine Verknüpfung mit spieltheoretischen Modellen aus der Industrieökonomik.[9]

Eine grundlegende Einschränkung der Untersuchung ergibt sich aus der Betrachtung eines isolierten Investitionsprojektes. In der Regel steht eine Unternehmung vor dem Problem der Gestaltung optimaler Investitionsprogramme als Kombination mehrerer Einzelprojekte. Dabei werden insbesondere Finanzierungsrestriktionen bedeutsam, deren Analyse ebenfalls einen vielversprechenden Ansatz zur Gewinnung neuer Einsichten darstellt.[10]

Für die operative Steuerung eines Investitionsprojektes werden in der Regel Größen verwendet, die auf Kosten beruhen. So wird die in der vor-

---

[6] Vgl. *Pisano/Wheelwright* (1995). Einen vielversprechenden Ansatz, der den Produktlebenszyklus explizit in die Analyse einbezieht, stellt die Arbeit von *Bollen* (1999) dar. Dieser untersucht den Wert von Handlungsmöglichkeiten innerhalb eines Investitionsprojektes, die eine Erweiterung oder Reduktion der Kapazität betreffen.

[7] Vgl. zur Darstellung der dazu notwendigen Schritte Abschnitt 4.6.1.

[8] Vgl. zu ersten Schritten in diese Richtung *Pindyck* (1993 a) sowie *Kort* (1998).

[9] Insbesondere bei der Analyse von Patentrennen werden unsichere Auszahlungen während der Phase der Forschung und Entwicklung eines Produktes unterstellt, vgl. zum Überblick z.B. *Tirole* (1988), S. 394 ff.

[10] Zur Analyse simultaner Investitions- und Finanzplanungsmodelle unter Sicherheit vgl. *Hax* (1964), *Weingartner* (1963).

liegenden Analyse betrachtete Entscheidung über die Unterbrechung eines Investitionsprojektes während der Betriebsphase in der Regel auf Basis von Deckungsbeiträgen getroffen. Während es theoretisch fundierte Ansätze gibt, die ohne explizite Berücksichtigung der Unsicherheit in der Bewertung eines Investitionsprojektes Kosten aus Zahlungen ableiten,[11] stellt eine Bestimmung kurzfristiger Kostengrößen unter Unsicherheit ein bislang ungelöstes Problem dar. Hierfür könnten die Ergebnisse dieser Untersuchung einen Ausgangspunkt bilden. Denn die zeitliche Wertänderung der Investitionsmöglichkeit in den in dieser Arbeit entwickelten Modellen stellt ebenso wie die Änderung des Kapitalwerts im investitionstheoretischen Ansatz eine Maßgröße für die ökonomische Abschreibung dar. Daher können aus ihr theoretisch fundierte Abschreibungen unter Unsicherheit, die den ökonomischen Wertverlust einer Investition wiederspiegeln, ermittelt werden.

---

[11] Dazu zählen insbesondere der investitionstheoretische Ansatz und das Preinreich-Lücke-Theorem, vgl. zu ersterem *Küpper* (1985a) sowie *Küpper* (1985b), zu letzterem *Preinreich* (1937) sowie *Lücke* (1955).

A. Anhang

A.1 Itô's Lemma

Zur Berechnung stochastischer Differentiale kann auf eine Rechenregel zurückgegriffen werden, die unter dem Namen Itô's Lemma Eingang in die Literatur gefunden hat:[1]

Lemma F.1 (Itô's Lemma)

Der Zufallsprozess x sei definiert durch den Itô-Prozess

$$dx(t) = a(x,t)\,dt + b(x,t)\,dz. \tag{A.1}$$

Daneben sei ein weiterer Prozess $y(t)$ definiert durch $y(t) = F(x,t)$. Dann gilt für $y(t)$ die Itô-Gleichung

$$dy(t) = \left(\frac{\partial F}{\partial x}\,a + \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\,b^2 \right) dt + \frac{\partial F}{\partial x}\,b\,dz. \tag{A.2}$$

Beweis: Der Beweis wird im folgenden kurz skizziert.[2] Zunächst wird y mit einer kleinen Veränderung Δy in einer Taylor-Reihe entwickelt. Daraus folgt

$$\begin{aligned} y + \Delta y &= F(x,t) + \frac{\partial F}{\partial x}\,\Delta x + \frac{\partial F}{\partial t}\,\Delta t + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\,(\Delta x)^2 \\ &= F(x,t) + \frac{\partial F}{\partial x}\,(a\,\Delta t + b\Delta z) + \frac{\partial F}{\partial t}\,\Delta t + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\,(a\,\Delta t + b\Delta z)^2. \end{aligned} \tag{A.3}$$

Nun wird der quadratische Ausdruck im letzten Term näher betrachtet. Aus diesem folgt

$$a^2\,(\Delta t)^2 + 2\,a\,b\,\Delta t\,\Delta z + b^2 (\Delta z)^2. \tag{A.4}$$

---

[1] Vgl. z.B. *Luenberger* (1998), S. 312 f., *Klump* (1985), S. 183 ff.

[2] Ein formal strenger Beweis findet sich beispielsweise in *Karatzas/Shreve* (1988), S. 149 ff.

Die ersten beiden Terme sind von höherer als erster Ordnung in Δt und können daher im Grenzübergang $\Delta t \longrightarrow 0$ vernachlässigt werden. Außerdem ist in diesem Fall $(\Delta z)^2$ eine nicht stochastische Größe und gleich Δt. Damit ergibt sich er übriggebliebene letzte Term zu $b^2 \Delta t$. Setzt man diesen Term in Gleichung (A.3) ein, folgt

$$y + \Delta y = F(x,t) + \left(\frac{\partial F}{\partial x} a + \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} b^2 \right) \Delta t + \frac{\partial F}{\partial x} b \, \Delta z. \tag{A.5}$$

Im Grenzübergang $\Delta t \longrightarrow 0$ und unter Benutzung von $y = F(x,t)$ führt dies zur Itô-Gleichung (A.2).

A.2 Kennzeichnung des Finite-Differenzen-Verfahrens

In Kapitel 4 wird ein Finite-Differenzen-Verfahren zur numerischen Lösung von Gleichung (4.22) verwendet, das im folgenden skizziert wird.[3]

Um einen größeren Preisbereich betrachten zu können, wird zunächst die Transformation

$$F(P,K) = e^{-rK/k} G(X,K) \tag{A.6}$$

vorgenommen mit $X = \ln V$. Wendet man diese Transformation auf die partielle Differentialgleichung (4.22) an, folgt

$$\frac{1}{2} \sigma^2 G_{XX} + (\alpha - \frac{1}{2} \sigma^2) G_X - k G_K - k e^{rK/k} = 0, \tag{A.7}$$

und die Randbedingungen ergeben sich nach der Transformation aus den Gleichungen (4.24), (4.26) und (4.34) zu

$$G(X,0) = \begin{cases} A_1 e^{\beta_1 X} & \text{falls} \quad e^X < C \\ B_2 e^{\beta_2 X} + \frac{e^X}{r-\alpha} - \frac{C}{r} & \text{falls} \quad e^X > C, \end{cases} \tag{A.8}$$

$$\lim_{X \to \infty} [e^{-X} e^{-rK/k} G_X(X,K)] = e^{-(r-\alpha)K/k}, \tag{A.9}$$

$$G(X^*, K) = \frac{1}{\beta_1} G_X(X^*, K). \tag{A.10}$$

Die beiden kontinuierlichen Variablen X (bzw. P) und K werden nun diskretisiert, damit die partiellen Ableitungen nach diesen Größen durch

---

[3] Vgl. zu einer ähnlichen Darstellung dieses Verfahrens *Dixit/Pindyck* (1994), S. 353 ff.

finite Differenzen ersetzt werden können. Dazu definiert man $G(X,K) \equiv G(i\,\Delta X, j\,\Delta K) \equiv G_{i,j}$ mit $-b \leq i \leq m$ und $0 \leq j \leq n$ und substituiert die partiellen Ableitungen durch finite Differenzen

$$G_{XX} \approx (G_{i+1,j} - 2\,G_{i,j} + G_{i-1,j})/(\Delta X)^2, \tag{A.11}$$

$$G_X \approx (G_{i+1,j} - G_{i-1,j})/(2\,\Delta X), \tag{A.12}$$

$$G_K \approx (G_{i,j+1} - G_{i,j})/(\Delta K). \tag{A.13}$$

Damit ergibt sich aus der partiellen Differentialgleichung (A.8) die Differenzengleichung

$$G_{i,j} = p^+\,G_{i+1,j-1} + p^0 G_{i,j-1} + p^-\,G_{i-1,j-1} - n_{j-1}, \tag{A.14}$$

wobei

$$p^+ = \frac{\Delta K}{2\,k\,\Delta X}\left(\frac{\sigma^2}{\Delta X} + \alpha - \frac{\sigma^2}{2}\right), \tag{A.15}$$

$$p^0 = 1 - \frac{\sigma^2\,\Delta K}{k\,(\Delta X)^2}, \tag{A.16}$$

$$p^- = \frac{\Delta K}{2\,k\,\Delta X}\left(\frac{\sigma^2}{\Delta X} - \alpha + \frac{\sigma^2}{2}\right), \tag{A.17}$$

$$n_j = \Delta K\, e^{r\,j\,\Delta K/k}. \tag{A.18}$$

Für die Stabilität der Lösung ist es notwendig, dass die Koeffizienten p^+, p^0 und p^- nichtnegative Werte annehmen.[4] Randbedingung (A.8) wird dann zu

$$G_{i,0} = \begin{cases} A_1\, e^{\beta_1\, i\,\Delta X} & \text{falls} \quad e^{i\,\Delta X} < C \\ B_2\, e^{\beta_2\, i\,\Delta X} + \frac{e^{i\,\Delta X}}{r-\alpha} - \frac{C}{r} & \text{falls} \quad e^{i\,\Delta X} > C, \end{cases} \tag{A.19}$$

Randbedingung (A.9) zu

$$G_X(m\,\Delta X, K) = e^{m\,\Delta X + \alpha\, j\,\Delta K/k} \tag{A.20}$$

beziehungsweise unter Verwendung der Approximation für G_X

$$(G_{m+1,j} - G_{m-1,j})/(2\,\Delta X) = e^{m\,\Delta X + \alpha\, j\,\Delta K/k}. \tag{A.21}$$

---

[4] Vgl. *Brennan/Schwartz* (1978), S. 464.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

Daraus folgt

$$G_{m+1,j} = 2\,\Delta X\, e^{m\,\Delta X + \alpha j\,\Delta K/k} + G_{m-1,j}. \tag{A.22}$$

Betrachtet man die Differenzengleichung (A.14) an der Stelle $i = m$ und setzt man $G_{m+1,j}$ ein, ergibt sich

$$G_{m,j+1} = p^+\, G_{m+1,j} + p^0 G_{m,j} + p^-\, G_{m-1,j} - n_j. \tag{A.23}$$

beziehungsweise

$$G_{m,j+1} = p^+ (2\,\Delta X\, e^{m\,\Delta X + \alpha j\,\Delta K/k}) + p^0 G_{m,j} + (p^+ + p^-)\, G_{m-1,j} - n_j. \tag{A.24}$$

Aus Randbedingung (A.10) folgt schließlich

$$G_{i^*,j} = \frac{1}{\beta_1\,\Delta X + 1}\, G_{i^*+1,j}. \tag{A.25}$$

Für die Lösung geht man entsprechend Abbildung A.1 von der Stelle $K = 0$ aus, bei der das Investitionsprojekt fertiggestellt ist. An dieser Grenze werden zunächst unter Verwendung von Gleichung (A.19) für alle i die Werte von $G_{i,0}$ berechnet. Nun kann man einen Schritt zurückgehen zu $j = 1$ und mit Gleichung (A.24) und den soeben berechneten Werten $G_{m,1}$ berechnen. Ausgehend davon lassen sich mit Gleichung (A.14) für $j = 1$ die Werte $G_{m-1,1}$, $G_{m-2,1}$ usw. berechnen. Für jeden Wert wird dabei über Gleichung (A.25) geprüft, ob die freie Grenze bereits erreicht worden ist. Da finite Differenzen betrachtet werden, ist Gleichung (A.25) nie exakt erfüllt. Daher wird ihre Erfüllung innerhalb einer vorzugebenden Grenze ϵ gefordert:

$$G_{i^*,j} - \frac{1}{\beta_1\,\Delta X + 1}\, G_{i^*+1,j} \leq \epsilon. \tag{A.26}$$

Ist die freie Grenze erreicht, kann mit Gleichung (4.30) der Wert von A sowie die Werte $G_{i,j}$ unterhalb der freien Grenze bestimmt werden. Damit ist das Bewertungsproblem gelöst.

A.3 Herleitung der Lösung zur Bewertung eines Projektabbruchs während der Bauphase

Zur Bestimmung der Lösung der Differentialgleichung (4.39) unter den Randbedingungen (4.40), (4.41) und (4.42) betrachtet man den Wert der Investition während der Bauphase $V_1(P, \theta)$ in Abhängigkeit vom erwarteten

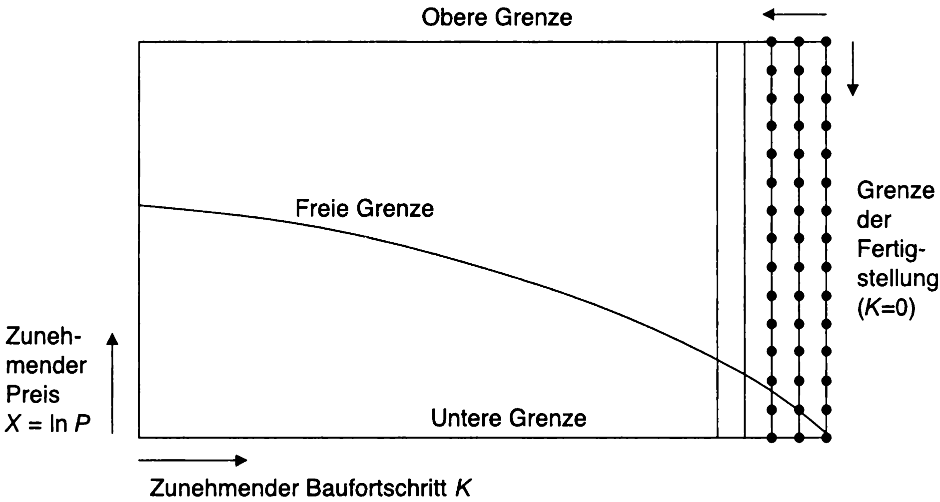

Abbildung A.1: Numerische Lösung der partiellen Differentialgleichung

Wert der Investition $V(P(\theta))$ zu Beginn der Betriebsphase.[5] Unter der Annahme, dass die Investitionstätigkeit während der Bauphase nicht unterbrochen werden kann, ist dieser gegeben durch

$$V_1(P,\theta) = e^{-r\theta)} E[V(P(\theta))] \tag{A.27}$$

mit

$$V(P(\theta)) = \begin{cases} A_1 P(\theta)^{\beta_1} & \text{falls} \quad P(\theta) < C \\ B_2 P(\theta)^{\beta_2} + \frac{P(\theta)}{r-\alpha} - \frac{C}{r} & \text{falls} \quad P(\theta) > C \end{cases} \tag{A.28}$$

und $P(\theta)$ als dem Preis zum Zeitpunkt $t+\theta$, also zum Ende der Bauphase. Der Erwartungswert von $V(P(\theta))$ ist gegeben durch

$$\begin{aligned} E[V(P(\theta))] &= \int_0^C \left(A_1 P(\theta)^{\beta_1}\right) f(P(\theta))\, dP(\theta) \\ &+ \int_C^\infty \left(B_2 P(\theta)^{\beta_2} + \frac{P(\theta)}{r-\alpha} - \frac{C}{r}\right) f(P(\theta))\, dP(\theta), \end{aligned} \tag{A.29}$$

[5] Vgl. zu einer ähnlichen Herleitung *Bar-Ilan/Strange* (1996), S. 620 f.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8

wobei $f(P(\theta))$ die Dichtefunktion der Wahrscheinlichkeitsverteilung des Preises zum Zeitpunkt $t+\theta$ darstellt. Ist der Preis zum Zeitpunkt t gegeben und gleich P, dann ist der Preis $P(\theta)$ zum Zeitpunkt $t+\theta$ lognormalverteilt, da er einer geometrischen Brownschen Bewegung folgt, also

$$\ln P(\theta) \sim N\left(\ln P + \left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2}\right)\theta, \sigma^2\theta\right). \tag{A.30}$$

Für die folgenden Schritte wird auf zwei Eigenschaften der Lognormalverteilung zurückgegriffen.[6]

(1) Wenn $y = \ln x \sim N(g, s^2)$, dann ist das r-te Moment von x um den Ursprung gegeben durch

$$E(x^r) = e^{rg + r^2 s^2/2}. \tag{A.31}$$

(2) Wenn y von der linken Seite beim Wert $\ln x_0$ abgeschnitten ist, dann ist das r-te Moment von x um den Ursprung gegeben durch

$$E(x^r) = \frac{1-\Phi(u - r\sigma)}{1-\Phi(u)}\, e^{rg + r^2 s^2/2}, \tag{A.32}$$

wobei $\Phi(\cdot)$ die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung ist, und u gegeben ist durch

$$u = \frac{1}{s}(\ln x_0 - g). \tag{A.33}$$

Aus Gleichung (A.32) folgt

$$\int_0^C P^r(\theta) f(P(\theta))\, dP(\theta) = \Phi(u - r\sigma)\, E(P^r(\theta)), \tag{A.34}$$

$$\int_C^\infty P^r(\theta) f(P(\theta))\, dP(\theta) = (1 - \Phi(u - r\sigma))\, E(P^r(\theta)). \tag{A.35}$$

Damit ergibt sich für $V_1(P, \theta)$

$$\begin{aligned} V_1(P,\theta) = e^{-r\theta}\big\{ & B_2\,(1-\Phi(u-\beta_2\sigma))\,E[P^{\beta_2}(\theta)] \\ & + (1-\Phi(u-\sigma))\,\frac{E[P(\theta)]}{r-\alpha} - (1-\Phi(u))\,\frac{C}{r} \\ & + A_1\,\Phi(u-\beta_1\sigma)\,E[P^{\beta_1}(\theta)]\big\} \end{aligned} \tag{A.36}$$

[6] Vgl. beispielsweise *Johnson/Kotz* (1970).

und unter Verwendung von Gleichung (A.31)

$$
\begin{aligned}
V_1(P,\theta) = e^{-r\theta}\Big\{&(1-\Phi(u-\beta_2\,\sigma))\,B_2\,P^{\beta_2}e^{[\beta_2\,(\alpha-\sigma^2/2)+\beta_2^2\,\sigma^2/2]\,\theta} \\
&+(1-\Phi(u-\sigma))\,\frac{P\,e^{\alpha\,\theta}}{r-\alpha}-(1-\Phi(u))\,\frac{C}{r} \\
&+\Phi(u-\beta_1\,\sigma)\,A_1\,P^{\beta_1}e^{[\beta_1\,(\alpha-\sigma^2/2)+\beta_1^2\,\sigma^2/2]\,\theta}\Big\}.
\end{aligned}
\tag{A.37}
$$

Setzt man hier die Terme für β_1 und β_2 ein, vereinfacht sich diese Gleichung zu

$$
\begin{aligned}
V_1(P,\theta) = &(1-\Phi(u-\beta_2\,\sigma))\,B_2\,P^{\beta_2} \\
&+(1-\Phi(u-\sigma))\,\frac{P\,e^{-(r-\alpha)\theta}}{r-\alpha} \\
&-(1-\Phi(u))\,\frac{C\,e^{-r\theta}}{r} \\
&+\Phi(u-\beta_1\,\sigma)\,A_1\,P^{\beta_1}
\end{aligned}
\tag{A.38}
$$

mit

$$
u = u(P,\theta) = \frac{\ln C - \ln P - (\alpha-\sigma^2/2)\,\theta}{\sigma\sqrt{\theta}}.
\tag{A.39}
$$

Dies ist die Lösung der Differentialgleichung (4.39) unter den Randbedingungen (4.40), (4.41) und (4.42).

Literaturverzeichnis

Abel, Andrew B. (1983): Optimal Investment under Uncertainty. In: The American Economic Review 73 (1), S. 228–233.

Adam, Dietrich (1996): Planung und Entscheidung. Wiesbaden.

– (1997): Investitionscontrolling. 2. Aufl., München.

Akerlof, George A. (1970): The Market for „Lemons": Quality Uncertainty and the Market Mechanism. In: The Quarterly Journal of Economics 84 (3), S. 488–500.

Amram, Martha/*Kulatilaka,* Nalin (1999): Real Options. Managing Strategic Investment in an Uncertain World. Boston.

Appelbaum, Elie/*Lim,* Chin (1985): Contestable Markets under Uncertainty. In: Rand Journal of Economics 16, S. 28–40.

Baldursson, Fridrik M. (1998): Irreversible Investment under Uncertainty in Oligopoly. In: Journal of Economic Dynamics and Control 22, S. 627–644.

Ballwieser, Wolfgang (1998): Unternehmensbewertung mit Discounted Cash Flow-Verfahren. In: Die Wirtschaftsprüfung 51 (3), S. 81–92.

Ballwieser, Wolfgang/*Schmidt,* Reinhard H. (1981): Unternehmensziele und Finanztheorie. In: Unternehmensverfassung als Problem der Betriebswirtschaftslehre, hrsg. v. K. Bohr et al., Berlin, S. 645–682.

Bamberg, Günter/*Coenenberg,* Adolf G. (1996): Betriebswirtschaftliche Entscheidungslehre. 9. Aufl., München.

Bar-Ilan, Avner/*Strange,* William C. (1996): Investment Lags. In: The American Economic Review 86 (3), S. 610–622.

– (1998): A Model of Sequential Investment. In: Journal of Economic Dynamics and Control 22, S. 437–463.

Battacharya, Sudipto (1978): Project Valuation with Mean-Reverting Cash-Flow Streams. In: Journal of Finance 33, S. 1317–1331.

Beißinger, Thomas/*Möller,* Joachim (1994): Die Neue Investitionstheorie. In: WiSt 23 (6), S. 270–275.

Bellman, Richard (1957): Dynamic Programming. Princeton, New Jersey.

– (1967): Dynamische Programmierung und selbstanpassende Regelprozesse. München, Wien.

Berger, Philip G./*Ofek,* Eli/*Swary,* Itzhak (1996): Investor Valuation of the Abandonment Option. In: Journal of Financial Economics 42, S. 257–287.

Bernanke, Ben S. (1983): Irreversibility, Uncertainty, and Cyclical Investment. In: The Quarterly Journal of Economics 93 (1), S. 85–106.

Bjerksund, Petter (1991): The Cost of a Promise to Develop an Oil Field within a Fixed Future Date. In: Stochastic Models and Option Values, hrsg. v. D. Lund und B. Øksendal, North-Holland, S. 103–128.

Black, Fischer/*Scholes,* Myron (1973): The Pricing of Options and Corporate Liabilities. In: Journal of Political Economy 81, S. 637–654.

Blohm, Hans/*Lüder,* Klaus (1991): Investition. 7. Aufl., München.

Bollen, Nicolas P. B. (1999): Real Options and Product Life Cycles. In: Management Science 45 (5), S. 670–684.

Brealey, Richard A./*Myers,* Stewart C. (1991): Principles of Corporate Finance. 4. Aufl., New York et al.

Brekke, Kjell Arne/*Øksendal,* Bernt (1991): The High Contact Principle as a Sufficiency Condition for Optimal Stopping. In: Stochastic Models and Option Values, hrsg. v. D. Lund und B. Øksendal, North-Holland, S. 187–207.

Brennan, Michael J. (1991): The Price of Convenience and the Valuation of Commodity Contingent Claims. In: Stochastic Models and Option Values, hrsg. v. D. Lund und B. Oksendal, North-Holland, S. 33–71.

Brennan, Michael J./*Schwartz,* Eduardo S. (1978): Finite Difference Methods and Jump Processes Arising in the Pricing of Contingent Claims: A Synthesis. In: Journal of Financial and Quantitative Analysis 13, S. 461–475.

– (1985 a): Evaluating Natural Resource Investments. In: Journal of Business 58 (2), S. 135–157.

– (1985 b): A New Approach To Evaluating Natural Resource Investments. In: Midland Corporate Finance Journal 3, S. 37–47.

Breuer, Wolfgang/*Gürtler,* Marc/*Schuhmacher,* Joachim (1999): Die Bewertung betrieblicher Realoptionen. In: BFuP 7 (2), S. 213–232.

Caballero, Ricardo J. (1991): On the Sign of the Investment-Uncertainty Relationship. In: The American Economic Review 81 (2), S. 279–288.

Cox, John C./*Ingersoll jr.,* Jonathan E./*Ross,* Stephen A. (1985): A Theory of the Term Structure of Interest Rates. In: Econometrica 53 (2), S. 385–407.

Cox, John C./*Ross,* Stephen A. (1976): The Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes. In: Journal of Financial Economics 3, S. 145–166.

Cox, John C./*Ross,* Stephen A./*Rubinstein,* Mark (1979): Option Pricing: A Simplified Approach. In: Journal of Financial Economics 7, S. 229–263.

DiMasi, J./*Hansen,* R./*Grabowski,* H./*Lasagna,* L. (1991): Cost of Innovation in the Pharmaceutical Industry. In: Journal of Health Economics 10, S. 107–142.

Dixit, Avinash K. (1989): Entry and Exit Decisions under Uncertainty. In: Journal of Political Economy 97 (3), S. 620–638.

– (1991): Irreversible Investment with Price Ceilings. In: Journal of Political Economy 99 (3), S. 541–557.

– (1993): The Art of Smooth Pasting. Chur.

Dixit, Avinash K./*Pindyck,* Robert S. (1994): Investment under Uncertainty. Princeton.

Duffie, Darrell (1988): Securities Markets: Stochastic Models. San Diego.

Dutta, Prajit K./*Rustichini,* Aldo (1993): A Theory of Stopping Time Games with Applications to Product Innovations and Asset Sales. In: Economic Theory 3, S. 743–763.

Ekern, Steinar (1988): An Option Pricing Approach to Evaluation Petroleum Projects. In: Energy Economics 10, S. 91–99.

Feynman, Richard P. (1949): Space-Time Approach to Quantum Electrodynamics. In: Physical Review 76 (6), S. 769–789.

Fischer, Thomas R./*Hahnenstein,* Lutz/*Heitzer,* Bernd (1999): Kapitalmarkttheoretische Ansätze zur Berücksichtigung von Handlungsspielräumen in der Unternehmensbewertung. In: ZfB 69 (10), S. 1207–1231.

Fisher, Franklin M. (1989): Games Economists Play: A Noncooperative View. In: Rand Journal of Economics 20, S. 113–124.

Franke, Günter/*Hax,* Herbert (1994): Finanzwirtschaft des Unternehmens und Kapitalmarkt. 3. Aufl., Berlin, Heidelberg.

Fudenberg, Drew/*Tirole,* Jean (1983): Capital as a Commitment: Strategic Investment to Deter Mobility. In: Journal of Economic Theory 31, S. 227–250.

– (1985): Preemption and Rent Equalization in the Adoption of New Technology. In: Review of Economic Studies 52, S. 383–401.

– (1991): Game Theory. Cambridge, Massachusetts.

Gal-Or, Esther (1985): First and Second Mover Advantages. In: International Economic Review 26, S. 649–653.

Gibson, Rajna/*Schwartz,* Eduardo S. (1990): Stochastic Convenience Yield and the Pricing of Oil Contingent Claims. In: The Journal of Finance 45 (3), S. 959–976.

– (1991): Valuation of Long Term Oil-Linked Assets. In: Stochastic Models and Option Values, hrsg. v. D. Lund und B. Øksendal, North-Holland, S. 73–101.

Götze, Uwe (1996): Ansätze zur Bestimmung optimaler Investitionszeitpunkte. In: Zeitschrift für Planung 7, S. 337–363.

Götze, Uwe/*Bloech,* Jürgen (1995): Investitionsrechnung – Modelle und Analysen zur Beurteilung von Investitionsvorhaben. 2. Aufl., Berlin, Heidelberg, New York.

Grenadier, Steven R. (1996): The Strategic Exercise of Options: Development Cascades and Overbuilding in Real Estate Markets. In: The Journal of Finance 51 (5), S. 1653–1679.

Grenadier, Steven R./*Weiss,* Allen M. (1997): Investment in Technological Innovations: An Option Pricing Approach. In: Journal of Financial Economics 44 (3), S. 397–416.

Grünbichler, Andreas/*Keiber,* Karl (1999): Zur Finanzierungsproblematik von Gründungsunternehmen aus optionstheoretischer Sicht. In: ZfB-Ergänzungsheft (3), S. 151–167.

Harrison, J. Michael (1985): Brownian Motion and Stochastic Flow Systems. New York et al.

Harsanyi, J. (1964): A General Solution for Finite Noncooperative Games, Based on Risk Dominance. In: Advances in Game Theory, Annals of Mathematics, Study 52, hrsg. v. M. Dresher et al., S. 627–650.

Hart, Albert Gailord (1940): Anticipations, Uncertainty, and Dynamic Planning. New York.

Hartman, Richard (1972): The Effects of Price and Cost Uncertainty on Investment. In: Journal of Economic Theory 5, S. 258–266.

Haumer, Heinrich (1983): Sequentielle stochastische Investitionsplanung. Wiesbaden.

Hax, Herbert (1964): Investitions- und Finanzplanung mit Hilfe der linearen Programmierung. In: ZfbF 16, S. 430–446.

– (1985): Investitionstheorie. 5. Aufl., Würzburg, Wien.

Hax, Herbert/*Laux,* Helmut (1972): Flexible Planung – Verfahrensregeln und Entscheidungsmodelle für die Planung bei Ungewißheit. In: ZfbF 24, S. 318–340.

Hillier, Frederick S./*Lieberman,* Gerald J. (1990): Introduction to Stochastic Models in Operations Research. New York et al.

Hu, Yaozhong/*Øksendal,* Bernt (1998): Optimal time to invest when the price processes are geometric Brownian motions. In: Finance and Stochastics 2 (3), S. 295–310.

Hull, John C. (1997): Options, Futures, and Other Derivatives. 3. Aufl., Upper Saddle River.

Husmann, Christoph (1996): Investitions-Controlling. Bergisch Gladbach.

Inderfurth, Karl (1982): Starre und flexible Investitionsplanung. Wiesbaden.

Ingersoll jr., Jonathan E./*Ross,* Stephen (1992): Waiting to Invest: Investment and Uncertainty. In: Journal of Business 65 (1), S. 2–29.

Jacob, Herbert (1964): Neuere Entwicklungen in der Investitionsrechnung. In: ZfB 34 (8), S. 487–507.

Janssen, Holger (1996): Flexibilitätsmanagement. München.

Jaspersen, Thomas (1996): Investition als Prozeß. In: WISU 25 (10), S. 884-896.

Jochum, Herbert (1969): Flexible Planung als Grundlage unternehmerischer Investitionsentscheidungen. Diss. Saarbrücken.

Johnson, Norman L./*Kotz,* Samuel (1970): Continuous Univariate Distributions. New York.

Karatzas, Ioannis/*Shreve,* Steven E. (1988): Brownian Motion and Stochastic Calculus. New York.

Kemna, Angelien G. Z. (1993): Case Studies on Real Options. In: Financial Management 22 (3), S. 259–270.

Kester, Carl W. (1984): Today's Options for Tomorrow's Growth. In: Harvard Business Review 62, S. 153–160.

Klump, Rainer (1985): Wiener Prozesse und das Itô-Theorem. In: WiSt 14 (4), S. 183–185.

Knight, Frank H. (1921): Risk, Uncertainty and Profit. Boston, New York.

Knudsen, Thomas S./*Meister,* Bernhard/*Zervos,* Mihail (1999): On the Relationship of the Dynamic Programming Approach and the Contingent Claim Approach to Asset Valuation. In: Finance and Stochastics 3 (4), S. 433–449.

Koch, Ingo (1994): Kostenrechnung unter Unsicherheit. Stuttgart.

Kort, Peter M. (1998): Optimal R&D investments of the firm. In: OR Spektrum 20, S. 155–164.

Kruschwitz, Lutz (1990): Investitionsrechnung. 4. Aufl., Berlin, New York.

Kulatilaka, Nalin/*Perotti,* Enrico C. (1998): Strategic Growth Options. In: Management Science 44 (8), S. 1021–1031.

Küpper, Hans-Ulrich (1985a): Investitionstheoretischer Ansatz einer integrierten betrieblichen Planungsrechnung. In: Information und Wirtschaftlichkeit, hrsg. v. W. Ballwieser, Wiesbaden, S. 405–432.

– (1985b): Investitionstheoretische Fundierung der Kostenrechnung. In: ZfbF 37, S. 26–46.

– (1990): Gestaltung des Investitions-Controlling in anlagenintensiven öffentlichen Institutionen. In: Konzepte und Instrumente von Controlling-Systemen in öffentlichen Institutionen, hrsg. v. J. Weber und O. Tylkowski, Stuttgart, S. 1–29.

– (1991): Gegenstand, theoretische Fundierung und Instrumente des Investitions-Controlling. In: ZfB-Ergänzungsheft (3), S. 167–192.

– (1992): Kapazität und Investition als Gegenstand des Investitions-Controlling. In: Kapazitätsmessung, Kapazitätsgestaltung, Kapazitätsoptimierung – eine betriebswirtschaftliche Kernfrage. Festschrift zum 65. Geburtstag von Werner Kern, hrsg. v. H. Corsten, R. Köhler, H. Müller-Merbach und H.-H. Schröder, Stuttgart, S. 115–132.

– (1997): Controlling. Konzeption, Aufgaben und Instrumente. 2. Aufl., Stuttgart.

Kydland, Finn E./*Prescott,* Edward C. (1982): Time to Build and Aggregate Fluctuations. In: Econometrica 50 (6), S. 1345–1370.

Laughton, David G./*Jacoby,* Henry D. (1993): Reversion, Timing Options, and Long-Term Decision-Making. In: Financial Management 22 (3), S. 225–240.

Laux, Christian (1993): Handlungsspielräume im Leistungsbereich des Unternehmens: Eine Anwendung der Optionspreistheorie. In: ZfbF 45 (11), S. 933–958.

Laux, Helmut (1969): Flexible Planung des Kapitalbudgets mit Hilfe der linearen Programmierung. In: ZfbF 21, S. 728–742.

– (1971): Flexible Investitionsplanung. Einführung in die Theorie der sequentiellen Entscheidungen bei Unsicherheit. Opladen.

Lieberman, Marvin B./*Montgomery,* David B. (1988): First-Mover Advantages. In: Strategic Management Journal 9, S. 41–58.

Lücke, Wolfgang (1955): Investitionsrechnungen auf der Grundlage von Ausgaben oder Kosten. In: ZfbF 7, S. 310–324.

Lüder, Klaus (1969): Investitionskontrolle. Wiesbaden.

Luenberger, David G. (1998): Investment Science. New York.

Lund, Diderik (1992): Petroleum Taxation under Uncertainty: Contingent Claims Analysis with an Application to Norway. In: Energy Economics 14 (1), S. 23–31.

Magee, J. F. (1964): How to Use Decision Trees in Capital Investment. In: Harvard Business Review 42, S. 79–96.

Majd, Saman/*Pindyck,* Robert S. (1987): Time to Build, Option Value, and Investment Decisions. In: Journal of Financial Economics 18, S. 7–27.

– (1989): The Learning Curve and Optimal Production under Uncertainty. In: Rand Journal of Economics 20 (3), S. 331–343.

Männel, Wolfgang (1991): Anlagencontrolling. In: ZfB-Ergänzungsheft (3), S. 193–216.

Mason, Scott P./*Merton,* Robert C. (1985): The Role of Contingent Claims Analysis in Corporate Finance. In: Recent Advances in Corporate Finance, hrsg. v. E. I. Altman und M. G. Subrahmanyam, Homewood, S. 9–54.

Maurer, Boris (1996): R&D, Innovation and Industrial Structure. Heidelberg.

McDonald, Robert/*Siegel,* Daniel (1985): Investment and the Valuation of Firms Investment when there is an Option to Shut Down. In: International Economic Review 26, S. 331–349.

– (1986): The Value of Waiting to Invest. In: The Quarterly Journal of Economics 101, S. 707–727.

Mengele, Andreas (1999): Shareholder-Return und Shareholder-Risk als unternehmensinterne Steuerungsgrößen. Stuttgart.

Merton, Robert C. (1973): Theory of Rational Option Pricing. In: The Bell Journal of Economics and Management Science 4 (1), S. 141–183.

Myers, Stewart (1977): Determinants of Corporate Borrowing. In: Journal of Financial Economics 5, S. 147–175.

Myers, Stewart/*Howe,* C. (1997): A Life-Cycle Financial Model of Pharmaceutical R&D. Working Paper, Program on the Pharmaceutical Industry, Sloan School of Management, MIT.

Myers, Stewart C./*Majd,* Saman (1990): Abandonment Value and Project Life. In: Advances in Futures and Options Research. A Research Annual 4, hrsg. v. F. Fabozzi, Greenwich Connecticut, London, S. 1–21.

Newton, D. P./*Pearson,* A. W. (1994): Application of Option Pricing Theory to R&D. In: R&D Management 24 (1), S. 83–89.

Nickell, Stephen J. (1978): The Investment Decisions of Firms. Oxford.

Nitzsch, Rüdiger von (1997): Investitionsbewertung und Risikofinanzierung. Stuttgart.

Paddock, James L./*Siegel,* Daniel R./*Smith,* James L. (1988): Option Valuation of Claims on Real Assets: The Case of Offshore Petroleum Leases. In: The Quarterly Journal of Economics 103, S. 479–508.

Pedell, Burkhard (1999): Commitment. Theoretische Fundierung von Selbstbindung als Wettbewerbsstrategie. Diss. Universität München.

Pennings, Enrico/*Lint,* Onno (1997): The Option Value of Advanced R&D. In: European Journal of Operational Research 103, S. 83–94.

Perridon, Louis/*Steiner,* Manfred (1997): Finanzwirtschaft der Unternehmung. 9. Aufl., München.

Pindyck, Robert S. (1988): Irreversible Investment, Capacity Choice, and the Value of the Firm. In: The American Economic Review 78, S. 969–985.

– (1991): Irreversibility, Uncertainty, and Investment, In: Journal of Economic Literature 29, S. 1110–1148.

– (1993 a): Investments of Uncertain Cost. In: Journal of Financial Economics 34, S. 53–76.

– (1993 b): The Present Value of Rational Commodity Pricing. In: The Economic Journal 103, S. 511–530.

Pindyck, Robert S./*Rubinfeld,* Daniel L. (1991): Econometric Models and Economic Forecasts. 3. Aufl., New York.

Pisano, G./*Wheelwright,* S. (1995): The new logic of high-tech R&D. In: Harvard Business Review 73, S. 93–105.

Preinreich, Gabriel A. D. (1937): Valuation and Amortization. In: The Accounting Review 12, S. 209–226.

– (1940): The Economic Life of Industrial Equipment. In: Econometrica 8 (1), S. 12–44.

Rechsteiner, Urs (1995): Desinvestitionen zur Unternehmenswertsteigerung. Aachen.

Reinhardt, Hans Christian (1997): Kapitalmarktorientierte Bewertung industrieller F&E-Projekte. Wiesbaden.

Ritchken, Peter/*Rabinowitz,* Gad (1988): Capital Budgeting Using Contingent Claims Analysis: A Tutorial. In: Advances in Futures and Options Research. A Research Annual 3, hrsg. v. F. Fabozzi, Greenwich Connecticut, London, S. 119–143.

Rubinstein, A. (1991): Comments on the Interpretation of Game Theory. In: Econometrica 59, S. 909–924.

Rückle, Dieter (1993): Investition. In: HWB, Teilband 2, hrsg. v. W. Wittmann et al., 5. Aufl., Stuttgart, S. 1924–1936.

Rudolph, Bernd (1986): Neuere Kapitalkostenkonzepte auf der Grundlage der Kapitalmarkttheorie. In: ZfbF 38 (10), S. 892–898.

Samuelson, Paul A. (1965): Rational Theory of Warrant Pricing. In: Industrial Management Review 6 (2), S. 13–31.

Scheffen, Oliver (1995): Optionspreistheoretische Fundierung der langfristigen Entscheidung zwischen Eigenerstellung und Fremdbezug. Berlin.

Schmidt, Reinhard H. (1990): Grundzüge der Investitions- und Finanzierungstheorie. 2. Aufl., Wiesbaden.

Schneider, Dieter (1971): Flexible Planung als Lösung der Entscheidungsprobleme bei Ungewißheit. In: ZfbF 23, S. 831–851.

Schneider, Erich (1942): Die wirtschaftliche Lebensdauer industrieller Anlagen. In: Weltwirtschaftliches Archiv 55, S. 90–130.

Schuppisser, Hans Rudolf (1978): Die Gestaltung der Investitionsentscheidung unter Berücksichtigung des Risikos. Bern, Stuttgart.

Selten, Reinhard (1965): Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodells mit Nachfrageträgheit. In: Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft 12, S. 301–324.

Shapiro, Carl (1989): The Theory of Business Strategy. In: Rand Journal of Economics 20, S. 125–137.

Siegel, Daniel R./*Smith,* James L./*Paddock,* James L. (1987): Valuing Offshore Oil Properties with Option Pricing Models. In: Midland Corporate Finance Journal 5, S. 22–30.

Sierke, Bernt R. A. (1990): Investitions-Controlling im Controlling-System – Darstellung eines integrierten Ansatzes mit Hilfe ausgewählter linearer Dekompositionsverfahren. Korbach.

Smets, Frank (1991): Exporting versus FDI: The Effect of Uncertainty, Irreversibilities and Strategic Interactions. Working Paper, Yale University.

Smit, Han T. J. (1997): Investment Analysis of Offshore Concessions in the Netherlands. In: Financial Management 26 (2), S. 5–17.

Spencer, Barbara J./*Brander,* James A. (1992): Pre-commitment and Flexibility: Applications to Oligopol Theory. In: European Economic Review 36, S. 1601–1626.

Spielberger, Michael (1983): Betriebliche Investitionskontrolle. Grundprobleme und Lösungsansätze. Würzburg, Wien.

Spremann, Klaus (1998): Venture Capital – Was ist das? In: Innovation – Venture Capital – Arbeitsplätze: Antworten zu Kernfragen, hrsg. v. A. Scheideggerl, H. Hofer und G. Scheuenstuhl, Bern, S. 129–143.

Stensland, Gunnar/*Tjostheim,* Dag B. (1991): Optimal Decisions With Reduction of Uncertainty over Time – An Application to Oil Production. In: Stochastic Models and Option Values, hrsg. v. D. Lund und B. Øksendal, North-Holland, S. 267–291.

Steven, Marion/*Böning,* Markus (1999): Integration von Investitionsplanung und -überwachung im Rahmen des Anlagencontrolling. In: DBW 59 (4), S. 458–467.

Swoboda, Peter (1996): Investition und Finanzierung. 5. Aufl., Göttingen.

Teece, David J. (1990): Contribution and Impediments of Economic Analysis to the Study of Strategic Management. In: Perspectives in Strategic Management, hrsg. v. J. W. Fredrickson, New York, S. 39–80.

Tirole, Jean (1988): The Theory of Industrial Organization. Cambridge, Massachusetts.

Trauzettel, Volker (1999): Dynamische Koordinationsmechanismen für das Controlling. Berlin.

Trigeorgis, Lenos (1996): Real Options. Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation. Cambridge, Massachusetts.

Troßmann, Ernst (1997): Kostenrechnung für Produktionsoptionen. In: Das Rechnungswesen im Spannungsfeld zwischen strategischem und operativem Management. Festschrift für Marcell Schweitzer zum 65. Geburtstag, hrsg. v. H.-U. Küpper und E. Troßmann, Berlin, S. 517–546.

– (1998): Investition. Tübingen, Mannheim, Stuttgart.

Voigt, Kai-Ingo (1998): Strategien im Zeitwettbewerb, Optionen für Technologiemanagement und Marketing. Wiesbaden.

Weingartner, Hans M. (1963): Mathematical Programming and the Analysis of Capital Budgeting Problems. Englewood Cliffs, New Jersey.

Wernerfelt, Birger/*Karnani,* Aneel (1987): Competitive Strategy Under Uncertainty. In: Strategic Management Journal 8, S. 187–194.

Willner, Ram (1995): Valuing Start-up Venture Growth Options. In: Real Options in Capital Investment, Models, Strategies and Applications, hrsg. v. Lenos Trigeorgis, Westport, S. 221–239.

Wilson, R. (1969): Investment Analysis Under Uncertainty. In: Management Science 15, S. 650–664.

Witte, Eberhard (1968): Phasen-Theorem und Organisation komplexer Entscheidungsverläufe. In: ZfbF 20, S. 625–647.

Wöhler, Hartmut (1981): Betriebliche Desinvestitionsplanung – Untersuchungen zum Ablauf desinvestitionsorientierter Entscheidungsprozesse. Düsseldorf.

Zimmermann, Jens (1998): Investitionsbewertung mit Real Options. Wien.

Personenregister

Sachwortverzeichnis

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-50372-8