Betriebswirtschaftliche Forschungsergebnisse

Band 125

Fuzzy Agency-Theorie

Anwendung von Konzepten der Fuzzy Set-Theorie auf Principal-Agent-Probleme

Von

Nils J. Balke

Duncker & Humblot · Berlin

NILS J. BALKE

Fuzzy Agency-Theorie

Betriebswirtschaftliche Forschungsergebnisse

Band 125

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

Fuzzy Agency-Theorie

Anwendung von Konzepten der Fuzzy Set-Theorie auf Principal-Agent-Probleme

Von

Nils J. Balke

Duncker & Humblot · Berlin

Die wirtschaftswissenschaftliche Fakultät
der Ludwig-Maximilians-Universität München hat diese Arbeit
im Jahre 2003 als Dissertation angenommen.

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in
der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische
Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Fremddatenübernahme: Klaus-Dieter Voigt, Berlin
Druck: Berliner Buchdruckerei Union GmbH, Berlin
Printed in Germany

ISSN 0523-1027
ISBN 3-428-11281-4

Gedruckt auf alterungsbeständigem (säurefreiem) Papier
entsprechend ISO 9706 ♾
Internet: http://www.duncker-humblot.de

Geleitwort

Die Principal-Agent-Theorie hat in der Wirtschaftswissenschaft große Bedeutung erlangt und zu neuen, praktisch verwertbaren Einsichten geführt. Vor allem hat sie den Blick auf Probleme gelenkt, die bis dahin nicht ausreichend beachtet worden sind. Dazu gehören vor allem die unterschiedliche Ausstattung der Entscheidungsträger mit Informationen, die Informationsasymmetrie, und die daraus folgenden Konsequenzen für die Entscheidungsdurchführung sowie die Gestaltung zielkonformer Anreizsysteme.

Wenig beachtet worden ist bisher, welch strenge Anforderungen in dieser Theorie hinsichtlich des Informationsstandes gestellt werden, obwohl sie die Unvollkommenheit und Ungleichheit der Ausstattung mit Informationen explizit berücksichtigt. Die Unsicherheit bezieht sich in ihr jeweils nur auf ganz bestimmte Einzeltatbestände. Außer Acht bleibt die in der Realität häufig gegebene Situation, in der die handelnden Personen nur vage Informationen und keine Wahrscheinlichkeitsvorstellungen über die für ihre Entscheidungen relevanten Größen besitzen. Dabei wird dieser Sachverhalt in der Fuzzy Set-Theorie seit langem intensiv untersucht.

In der vorliegenden Schrift werden – nach meiner Kenntnis überhaupt erstmalig – beide Theoriekonzepte miteinander verbunden. Der Verfasser erweitert adverse-selection-Modelle, indem er die Teilnahmebedingungen zum Reservationsnutzen als unscharfe Restriktionen formuliert, und moral hazard-Modelle, in denen er die Produktivität, das Risiko und das Sicherheitsäquivalent über Fuzzy-Zahlen als unscharfe Größen einführt. Auf diesem Weg entdeckt er neue Effekte, die durch die Annahmen der Agency-Theorie bisher verdeckt waren. Er belegt hierdurch, daß die Verknüpfung der Agency- mit der Fuzzy Set-Theorie zu neuen, wissenschaftlich fruchtbaren Problemsichten, Ansätzen und Erkenntnissen führt. Die abgeleiteten Ergebnisse lassen sich auf eine Vielzahl betriebswirtschaftlicher Problemstellungen wie die Ermittlung von Verrechnungspreisen oder die Entlohnung von Managern anwenden.

Diese Schrift ist in hohem Maße innovativ. Sie eröffnet der Forschung eine äußerst interessante und weiterführende Perspektive, mit der man näher an die tatsächlichen Situationsbedingungen herankommt und daher zu praktisch verwertbaren Einsichten gelangt. Aus diesem Grund kann sie der Forschung und deren Umsetzung wertvolle Impulse geben.

München, im Herbst 2003 *Prof. Dr. Hans-Ulrich Küpper*

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

Vorwort

Modelle der Agency-Theorie werden häufig zur Analyse von Auftraggeber-Auftragnehmerbeziehungen eingesetzt, in denen Informationen ungleich verteilt sind. Es werden Verträge, Entlohnungs- bzw. Controllingsysteme entwickelt, die für den Auftraggeber vorteilhafte Ergebnisse erzielen. In diesen Situationen existieren Sachverhalte, die nur vage bzw. unscharf (fuzzy) beschreibbar sind, z. B. über Produktivitäten oder Markterwartungen. Diese vagen Informationen sind bisher nicht in den Analysen der Agency-Theorie berücksichtigt worden.

In den folgenden Kapiteln werden diese vagen Informationen erstmals in die Analyse der Auftraggeber-Auftragnehmerbeziehungen einbezogen. Unter Verwendung von Konzepten der Fuzzy Set-Theorie werden ökonomische Modelle entwickelt, welche die vorhandenen Informationsstände realitätsnäher abbilden, als dies mit bisherigen Modellierungsansätzen möglich war. In zwei zentralen Grundproblemen der Agency-Theorie werden die Auswirkungen von vagen Informationen analysiert. Die ermittelten Vertrags- bzw. Entlohnungssysteme zeigen, wie die vagen Informationen Entlohnungsbestandteile beeinflussen und welche zusätzlichen Aktionsmöglichkeiten sich für die Vertragspartner ergeben. Die Ergebnisse belegen, dass die Fuzzy Agency-Theorie ein vielversprechender Weg ist, neue Erkenntnisse zur Gestaltung von Anreiz- und Entlohnungssystemen zu gewinnen.

Die vorliegenden Arbeit wurde im Februar 2003 von der Fakultät für Betriebswirtschaftslehre der Ludwig-Maximilians-Universität München unter dem Titel „Unscharfe Informationen in Principal-Agent-Modellen – Anwendung von Konzepten der Fuzzy Set-Theorie auf Principal-Agent-Probleme“ als Dissertation angenommen. Sie entstand während meiner Tätigkeit am dortigen Institut für Produktionswirtschaft und Controlling. Besonders herzlich danken möchte ich meinem Doktorvater, Prof. Dr. Hans-Ulrich Küpper, für die ausgezeichnete fachliche und persönliche Betreuung. Seine zahlreichen wichtigen Anregungen trugen sehr zur Entwicklung des Dissertationsthemas und dem erfolgreichen weiteren Entstehungsprozess bei. Nicht zuletzt profitierte die Arbeit sehr von den intensiven Diskussionen in den regelmäßig stattfindenden Doktorandenseminaren. Bei diesen Ereignissen konnte ich neben meinem fachlichen Wissen auch meine bergsportlichen Fähigkeiten deutlich verbessern. Sehr herzlich danken möchte ich auch Herrn Prof. Dr. Meyer zu Selhausen für die Übernahme des Zweitgutachtens.

Meine Kollegen am Lehrstuhl haben mich neben inhaltlichen Anregungen vor allem durch ihr kameradschaftliches Verhalten unterstützt. Durch diese sehr angenehme Arbeitsatmosphäre hat das Erstellen dieser Arbeit viel Spaß gemacht. Herr Dr. Gunther Friedl hat mit seinen konstruktiven Anmerkungen zu ersten Entwürfen dieser Arbeit sehr zum Gelingen beigetragen. Auch mit Frau Manuela Roiger und Herrn Dr. Burkhard Pedell konnte ich jederzeit Inhalte der Dissertation intensiv diskutieren. Bei Ihnen allen möchte ich mich herzlich bedanken.

Eine besondere Bedeutung kommt meiner Frau Gundula zu. Die Freude auf eine gemeinsame Zukunft hat mir bei meiner Arbeit zusätzliche Kraft gegeben.

Meinen Eltern gebührt der größte Dank. Sie haben mir während meiner Studienzeit große Freiräume ermöglicht und mich bis heute in jeder Hinsicht großherzig bei der Erreichung meiner Ziele unterstützt.

Düsseldorf, im Herbst 2003 *Nils J. Balke*

Inhaltsverzeichnis

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

Tabellenverzeichnis

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

Abbildungsverzeichnis

Kapitel 1

Modellierungsdefizite in Principal-Agent-Modellen als Ansatzpunkte für den Einsatz von Konzepten der Fuzzy Set-Theorie

A. Vernachlässigung unscharfer Informationen und hohe Anforderungen an den Informationsstand des Principal

Principal-Agent-Modelle beschreiben das Verhältnis zwischen einem Auftraggeber (Principal) und einem Auftragnehmer (Agent). Grundannahme ist, dass der Agent einen Informationsvorsprung gegenüber dem Principal hat, den er zu seinem Vorteil nutzt. Der Principal versucht nun, einen Vertrag mit dem Agent abzuschließen, der dazu führt, dass der Agent in seinem Interesse handelt.[1]

Mit Ausnahme der asymmetrisch verteilten Information sind alle anderen wesentlichen Merkmale bzgl. Nutzenfunktion, Produktionsfunktion, etc. innerhalb formaler Modelle sowohl Principal als auch Agent bekannt. Mit diesem Modellierungsansatz lassen sich zahlreiche Problemstellungen analysieren[2], er bietet jedoch auch Ansatzpunkte zur *Kritik,* wie folgendes Zitat von William P. Rogerson verdeutlicht:[3]

> *In a real world, the principal's information is always somewhat „fuzzy," uncertainty occurs over more than a single dimension of information, and the principal has limited computational abilities.*

Rogerson greift hier zwei kritische Punkte auf. Er weist erstens darauf hin, dass die Informationen des Principal „fuzzy" sein werden, also unscharf bzw. vage. Diese Unsicherheit ist nicht zwangsläufig stochastischer Natur, sondern kann auch andere Eigenschaften haben.[4] Unsicherheiten in den Principal-Agent-Modellen sind bisher ausschließlich mittels Wahrscheinlichkeiten modelliert worden. Damit werden Unsicherheiten, die

---

[1] Vgl. z. B. Richter/Furubotn (1999), S. 196; Kleine (1995), S. 29 ff.; Schweizer (1999); Christensen (2002), Sp. 28; Schauenberg (1993), Sp. 4179 f.

[2] Vgl. z. B. Rasmusen (1989), S. 136; Hax (1991), S. 62 ff.; Jost (2001); Göbel (2002), S. 99.

[3] Siehe Rogerson (1997), S. 780.

[4] Vgl. Kapitel 2 F.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

nicht-stochastischer Natur sind, komplett ausgeblendet. Durch die *Vernachlässigung der nicht-stochastischen Unsicherheitsformen* entfernen sich die Modelle der Principal-Agent-Theorie von der realen Situation, denn die Beziehung zwischen Principal und Agent ist auch durch diese Unsicherheitsformen, insbesondere durch Unschärfen, geprägt. So kann der Principal vage Vorstellungen über den Typ des Agent haben (z. B. aus Bewerbungsunterlagen, Gesprächen mit ehemaligen Vorgesetzten), und er könnte somit den Reservationsnutzen und die Nutzenfunktion des Agent nur unscharf beschreiben. Der Reservationsnutzen ist z. B. von persönlichen Merkmalen des Entscheidungsträgers und dem Markt beeinflusst und somit für beide Seiten kaum eindeutig bestimmbar.[5] Der Verlauf der Nutzenfunktionen hängt ebenfalls von persönlichen und globalen Parametern ab, die nur vage bekannt sein werden, wie z. B. das Erfolgspotenial des Vorhabens, Risikoeinschätzungen, Kostenfunktionen. Ein exaktes Wissen über Reservationsnutzen und Nutzenfunktion, wie es Modelle bisher voraussetzen, wird eher selten vorliegen. Vage bzw. unscharfe Informationen lassen sich verbal oder größenordnungsmäßig angeben und nicht auf einen exakten Wert oder eine Wahrscheinlichkeitsverteilung verdichten. Es gibt also Kenntnisstufen zwischen vollständiger exakter Information und absoluter Unwissenheit, die bisher nicht in den Principal-Agent-Modellen erfasst wurden.

Die beschriebenen *Unschärfen lassen sich mit Konzepten der Fuzzy Set-Theorie*[6] *abbilden.*[7] Durch diese „präzise Theorie des Unpräzisen“[8] werden unscharfe bzw. ordinale Informationen in kardinale Daten umgewandelt. Die Unschärfe wird weiter quantifiziert und kann dann in Entscheidungsmodellen verarbeitet werden.[9] Das menschliche Entscheidungsverhalten wird so realitätsnäher dargestellt.[10]

Durch die Einbeziehung von Unschärfen in die Modellierung können die tatsächliche Problematik in Principal-Agent-Beziehungen besser abgebildet und die formale Principal-Agent-Theorie der Realität näher gebracht werden.[11] Damit kann dem Vorwurf begegnet werden, dass Principal-Agent-

---

5 Vgl. Laux / Liermann (1997), S. 513.

6 Das Konzept der „Fuzzy Sets“ wurde erstmals in Zadeh (1965) eingeführt.

7 Vgl. Zimmermann (1996); Rommelfanger (1994); Hauke (1998); Mißler-Behr / Lechner (1996) und Kapitel 2 B. I. und 2 B. II.

8 Siehe Demant (1993), S. 1.

9 Vgl. Drösser (1994), S. 9; Holzapfel (2000), S. 70; Zimmermann (1996), S. 5; Bandemer / Gottwald (1993), S. 14.

10 Vgl. v. Altrock (1997), S. 23; Kuhl / Nissen / Tietze (1998), S. III.

11 Zadeh (1973) formulierte dazu das „Inkompatibilitätsprinzip“, das besagt, dass im gleichen Maße, in dem die Komplexität eines Systems steigt, sich unsere Fähigkeit vermindert, präzise und zugleich signifikante Aussagen zu machen. Ab einer gewissen Schwelle werden Präzision und Signifikanz (Relevanz) zu fast sich gegenseitig ausschließenden Eigenschaften (vgl. Forschner (1998), S. 52).

Modelle eher analytisch interessante Fragen behandeln als Problemstellungen, die in der Praxis interessant sind.[12]

Die Verwendung von Konzepten der Fuzzy Set-Theorie stellt einen *neuen Zugang* zur Analyse von Principal-Agent-Problemen dar, der bisher nicht angewendet wurde.

Als zweiten kritischen Punkt in Principal-Agent-Modellen sieht Rogerson, dass in Standard-Modellen i. d. R. Informationsasymmetrie nur bzgl. eines einzigen Parameters herrscht, alle anderen Parameter sind vollständig bekannt. Die aus den Modellen abgeleiteten Verträge sind dann in großem Maße abhängig von den Annahmen bzgl. der Präferenzen der Akteure, bzgl. der als bekannt angenommenen Parameter und bzgl. der Natur der unterstellten Unsicherheit.[13] Kleine Änderungen an diesen Annahmen können starke Auswirkungen auf die abgeleiteten Verträge haben. Die Lösungen der Principal-Agent-Modelle scheinen deshalb oft nur wenig Licht auf reale Verhaltensweisen und Praktiken zu werfen.[14] Durch diese Modellierung entsteht eine Mischung aus Informationsbeschränkung einerseits und vollkommener Information andererseits.[15] Das Problem der asymmetrischen Information wird gewissermaßen als „blinder Fleck" modelliert, was die Modelle in ihrer Aussagekraft einschränkt.[16] Es erscheint *realistischer* anzunehmen, dass *Unsicherheit entlang mehrerer Informationsdimensionen* herrscht.

Bisher wird diese Problematik sehr selten thematisiert.[17] So werden vereinzelt Informationasymmetrien bezüglich der Risikoaversion oder der Arbeitsaversion des Agent modelliert und die Auswirkungen innerhalb spezieller Modelle auf die Vertragsgestaltung diskutiert.[18] Zudem wurden die Auswirkungen unterschiedlicher Determinantenkombinationen innerhalb der Nutzenfunktion des Agent (Erfolgspotenzial, Arbeitsleidkoeffizient, Erfolgsrisiko, Risikoaversionskoeffizient) untersucht.[19] Des Weiteren wurden die Auswirkungen von Informationsasymmetrien hinsichtlich des Erfolgs-Aktivitätszusammenhangs und der Nutzenfunktion des Agent auf die Beloh-

---

[12] Vgl. Fisher (1989), S. 123; Rubinstein (1991), S. 909 f. für eine kritische Diskussion der Praxisrelevanz von Principal-Agent-Modellen.

[13] Des Weiteren sind der Reservationsnutzen des Agent, der stochastische Einfluss der Natur auf die Ergebnisse und die Gewinnfunktionen i. d. R. als vollkommen bekannt angenommen (vgl. z. B. Sappington (1991), S. 61 f.; Kreps (1994), S. 519 ff.; Varian (1994), S. 443 ff.; Erlei / Leschke / Sauerland (1999) 166 f.).

[14] Vgl. Rogerson (1997), S.780.

[15] Vgl. Richter / Furubotn (1999), S. 215 f. und S. 241 f. und Kapitel 5 A.

[16] Vgl. Erlei / Leschke / Sauerland (1999) 166 f.

[17] Vgl. Göx / Budde / Schöndube (2002), S. 67.

[18] Vgl. Spremann (1987), S. 30 ff.; Hartmann-Wendels (1989) S. 724 ff.

[19] Vgl. Velthuis (1998), S. 136 ff.

nungssysteme betrachtet.[20] Die Konsequenzen unvollständiger Information über die Höhe des Reservationsnutzens wurden erstmals von Göx/Budde/Schöndube (2002) analysiert.[21] Alle hier beschriebenen Fälle gehen von einem moral hazard-Modell aus und analysieren die Auswirkungen der „zusätzlichen“ Informationsasymmetrien im Rahmen von LEN-Modellen.[22] Die Analyse findet demnach in einem sehr eingegrenzten Modellrahmen statt. Es besteht also noch enorme Unsicherheit bezüglich der Auswirkungen der Informationsasymmetrien entlang mehrerer Dimensionen innerhalb formaler Agency-Modelle.[23]

B. Vorgehensweise der Untersuchung

Vorliegende Arbeit bindet erstmals unscharfe Informationen in die Analyse der Principal-Agent-Problematik mittels Konzepten der Fuzzy Set-Theorie ein. Es werden Lösungsansätze und Probleme diskutiert, die durch Einbeziehung der zusätzlichen Unsicherheitsform entstehen. Auswirkungen der Unschärfe auf die Ergebnisse der Agency-Theorie werden sichtbar. Durch die Einführung unscharfer Informationen in die Analyse wird die Informationsasymmetrie nicht mehr als „blinder Fleck“ modelliert, sondern die Unsicherheit des Principal wird entlang mehrerer Dimensionen erfasst. Außerdem werden die unterschiedlichen Unsicherheitsformen (stochastische bzw. nicht-stochastische Unsicherheit) kombiniert und in die Vertragsgestaltung mit eingebunden.

Dazu werden zunächst in Kapitel 2 grundlegende Ideen und Konzepte der Fuzzy Set-Theorie dargestellt, die verwendet werden können, um Principal-Agent-Modelle weiterzuentwickeln.

In Kapitel 3 wird untersucht, wie sich unscharfe Informationen in einem adverse selection-Problem auswirken. Dazu werden ein Standard adverse selection-Modell vorgestellt und ein Modell entwickelt, das unscharfe Informationen über den Reservationsnutzen des Agent in der Analyse berück-

---

[20] Vgl. Laux (1990), S. 159 ff.; Laux (1988), S. 588 ff.

[21] Vgl. Göx/Budde/Schöndube (2002), S. 67.

[22] Vgl. z. B. Wagenhofer/Ewert (1993a), (1993b); Breuer (1993) und Kapitel 4 A. für eine allgemeine Diskussion dieses Ansatzes.

[23] In den bisherigen Ansätzen zur Modellierung „zusätzlicher“ Informationsasymmetrie wurden i. d. R. direkte Mechanismen verwendet, die den Agent dazu veranlassen, die wahren Parameter zu berichten. Es wurden also zusätzliche Anreizbedingungen in die Principal-Agent-Modelle eingeführt, also der gleiche Modellierungsansatz wie in „Standard“-Situationen verfolgt, in denen vollständige Informationsasymmetrie bzgl. eines Parameters herrschte und vollständige Information bzgl. aller anderen Größen (vgl. Kapitel 2 A.). Situationen, in denen vages Wissen bei Principal oder Agent vorhanden ist, wurden bisher nicht betrachtet.

sichtigt. Es wird untersucht, wie diese unscharfen Informationen die Entscheidungssituation des Principal und die optimale Vertragsgestaltung beeinflussen. Dabei werden zwei Situationen modelliert: Zum einen wird der Fall untersucht, in dem vage Marktinformationen über den Reservationsnutzen des Agent vorhanden sind, zum anderen wird analysiert, wie sich die Entscheidungssituation durch typabhängige vage Informationen über den Reservationsnutzen verändert. Am Ende von Kapitel 3 werden strukturelle Unterschiede zwischen Analyseergebnissen des Standard-Modells und des entwickelten Fuzzy-Modells aufgezeigt.

In Kapitel 4 wird am Beispiel eines LEN-Modells untersucht, wie unscharfe Informationen über die Nutzenfunktion von Principal und Agent in ein moral hazard-Problem integriert werden können und welche Auswirkungen dies auf Lösungsverfahren und Ergebnisse hat. Es werden insbesondere unscharfe Informationen über die Produktivität des Arbeitseinsatzes des Agent, über externe Risiken und über den Reservationsnutzen des Agent in die Analyse eingeführt.

Kapitel 5 diskutiert Perspektiven einer Fuzzy Agency-Theorie, die sich ergeben durch Fuzzyfizierung weiterer Komponenten in Principal-Agent-Modellen und durch Verwendung zusätzlicher Konzepte der Fuzzy Set-Theorie zur Analyse von Principal-Agent-Problemen. Zudem wird die Übertragbarkeit der Ergebnisse der neu entwickelten Modelle auf weitere Principal-Agent-Situationen analysiert.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

Kapitel 2

Modellierungskonzepte der Fuzzy Set-Theorie zur Weiterentwicklung von Principal-Agent-Modellen

A. Formale Grundstruktur von Standard Principal-Agent-Modellen

Zur Charakterisierung der in Principal-Agent-Modellen erfassten Problematik hat sich die Unterteilung in adverse selection- und moral hazard-Probleme weitgehend durchgesetzt.[1]

In einem *adverse selection-Modell* ist der Typ des Agent vor Vertragsabschluss unbekannt, was mit hidden characteristics gekennzeichnet wird. In einem *moral hazard-Problem* entsteht die Informationsasymmetrie nach Vertragsabschluss. Es werden dabei die Fälle hidden action und hidden information unterschieden. Im hidden action-Fall kann die Handlung des Agent nach Vertragsabschluss nicht beobachtet werden. In einer hidden information-Situation erlangt der Agent nach Vertragsabschluss private Information, die er zu seinem Vorteil verwenden kann.[2]

Tabelle 1[3] skizziert die *Komponenten von Standard Principal-Agent-Modellen* und verdeutlicht die zeitliche Abfolge der erfassten Ereignisse.

Im adverse selection-Modell kennen Principal und Agent exakt die Nutzenfunktion G des Principal und H des Agent, den Aktionsraum $\mathcal{A}$ sowie

---

[1] Vgl. z.B. Arrow (1985), S. 38; Rasmusen (1989), S. 133 ff.; Richter/Furubotn (1999), S. 196.

[2] Vgl. z.B. Picot (1991), S. 151; Rasmusen (1989), S. 133 ff. und S. 159 ff.; Küpper (2001), S. 48 ff. Die Einteilung und Bezeichnung der Formen der Informationsasymmetrie ist innerhalb der Literatur der Principal-Agent-Theorie jedoch nicht einheitlich (vgl. Kleine (1995), S. 44). Während die hidden action Situation i.d.R. wie beschrieben definiert wird, verwenden einige Autoren anstatt des Ausdrucks hidden characteristics den Begriff hidden information für ein adverse selection-Problem (vgl. Arrow (1985); Kleine (1995); Schweizer (1999)). Zudem wird z.T. als weiterer Fall eine hidden intention-Situation untersucht, der jedoch nur in der Theorie der unvollständigen Verträge neue Aspekte liefert (vgl. Küpper (2001), S. 50 f.; Göbel (2002), S. 103).

[3] In Anlehnung an Küpper (2001), S. 50. Graphische Darstellungen der Zeitstruktur vgl. Rasmusen (1989), S. 135; Richter/Furubotn (1999), S. 217; Erlei/Leschke/Sauerland (1999), S. 112 f.

Tabelle 1

Zeitstruktur und Informationsstände bei verschiedenen Formen der Informationsasymmetrie

Zeitpunkt	0	1	2	3	4
moral hazard: hidden action	Principal P bietet Vertrag s	Agent A entscheidet über Annahme	A wählt Aktion a	Ergebnis x, Auszahlung $s(x)$ für A, Auszahlung $(x-s)$ für P	
Informationsstand P	$G, H, \overline{H},\ f(x\|a), \mathcal{A}$			x	
Informationsstand A	$G, H, \overline{H},\ f(x\|a), \mathcal{A}$		Aktion a aus $\mathcal{A}$	x	
moral hazard: hidden information	Principal P bietet Vertrag s	Agent A entscheidet über Annahme	A erhält Information e	A wählt a, z. T. Bericht von Information e	Ergebnis x, Auszahlung $s(x)$ für A, Auszahlung $(x-s)$ für P
Informationsstand P	$G, H, \overline{H},\ f(x\|a,e), \mathcal{A}$, Informationsraum E			z. T. Aktion a	x
Informationsstand A	$G, H, \overline{H},\ f(x\|a,e)$, $\mathcal{A}$, E		Information e aus E	Aktion a aus $\mathcal{A}$	x
adverse selection: hidden characteristics	A erhält Information c aus C	Principal P bietet Vertrag s	Agent A entscheidet über Annahme	A wählt a	Ergebnis x, Auszahlung $s(x)$ für A, Auszahlung $(x-s)$ für P
Informationsstand P	$G, H, \overline{H},\ f(x\|a,c), \mathcal{A}$, Typenraum C			Aktion a	x
Informationsstand A	$G, H, \overline{H},\ f(x\|a,c), \mathcal{A}$, Typ c, C			Aktion a aus $\mathcal{A}$	x

den Reservationsnutzen $\overline{H}$ des Agent. Zudem wissen beide, welche Agent-Typen C existieren und wie sich Typ c und die Aktion a auf das Ergebnis x auswirken.[4] Das Modell enthält als zu maximierende Zielfunktion die Nutzenfunktion G des Principal. Zudem gewährleistet eine Teilnahmebedingung, dass der Agent mindestens seinen Reservationsnutzen erhält ($H \geq \overline{H}$). Eine Anreizbedingung sichert im Modell die wahrheitsgemäße Berichterstattung des Agent.[5]

Bei einem moral hazard-Modell sind für den hidden action-Fall G, H, $\overline{H}$, und $\mathcal{A}$ wiederum gemeinsamer exakter Informationsstand von Principal und Agent. Außerdem ist beiden der Einfluss des Arbeitseinsatzes a des Agent auf das Ergebnis x, also die Wahrscheinlichkeitsverteilung $f(x|a)$ bekannt. Informationsasymmetrie besteht lediglich über die vom Agent gewählte Aktion. Das zugehörige Modell bildet die Problematik durch eine Anreizbedingung ab, in der die Aktion so gewählt wird, dass der Agent seinen Nutzen H maximiert. Als Zielfunktion maximiert der Principal wiederum seinen Nutzen G unter Beachtung der Teilnahmebedingung des Agent.[6]

Im hidden information-Fall haben Principal und Agent ebenfalls genaue Information über G, H, $\overline{H}$, und $\mathcal{A}$. Außerdem wissen beide, welche zusätzliche Informationen E der Agent nach Vertragsabschluss erhalten könnte und wie sich diese zusammen mit der Aktion a auf das Ergebnis x auswirkt. Dies wird durch die Wahrscheinlichkeitsdichte $f(x|a, e)$ modelliert. Die Information e kann jedoch nur der Agent beobachten. Die Aktion a ist i. d. R. vom Principal beobachtbar.[7] In manchen Modellformulierungen ist jedoch die Handlung des Agent ebenfalls private Information des Agent.[8] Neben der Zielfunktion des Principal und der Teilnahmebedingung des Agent enthält das Modell Anreizbedingungen[9], die für eine wahrheitsgemäße Berichterstattung des Agent sorgen. Ist die Aktion des Agent ebenfalls private Information, enthält das Modell zudem eine Anreizbedingung analog zum hidden action-Fall.

---

[4] Vgl. Kapitel 3 für eine konkrete Modellformulierung eines adverse selection-Problems.

[5] Dabei findet das sogenannte Revelationsprinzip Anwendung (vgl. dazu Schweizer (1999), S. 38 ff. und grundlegend Myerson (1979); Harris/Townsend (1981)). Dieses besagt, dass jedes überhaupt vertraglich erreichbare Ergebnis durch einen direkten Mechanismus, bei dem der Agent seinen Typ offenbart, implementiert werden kann.

[6] Vgl. z. B. Grossman/Hart (1983) und Kapitel 4 für eine konkrete Ausformulierung eines moral hazard-Modells in einer hidden action-Situation.

[7] Vgl. z. B. Hart (1983); Rasmusen (1989), S. 159 f.; Kah (1994), S. 23 und S. 42 f.; Göbel (2002), S. 102.

[8] Vgl. z. B. Hofmann (2001), S. 111.

[9] Auch „truth telling constraints“ genannt (vgl. Hart (1983), S. 8).

Diese Ausführungen zeigen die *hohen Informationsanforderungen an Principal und Agent in formalen Principal-Agent Modellen.* Die Nutzenfunktion des Principal und des Agent (G bzw. H), der Reservationsnutzen $\overline{H}$, der Aktionsraum A sowie bedingte Wahrscheinlichkeitsverteilungen ($f(x|a)$, $f(x|a,c)$, $f(x|a,e)$) des Ergebnisses x basierend auf der Aktion a, dem Typ c des Agent bzw. seiner nach Vertragsabschluss erhaltenen Information e, werden als exakt bekannt angenommen.[10]

In der realen Situation werden einzelne *Komponenten* innerhalb der Nutzenfunktionen G und H, der Reservationsnutzen $\overline{H}$ oder der Zusammenhang der Aktion a und dem Ergebnis x *nur vage bekannt* sein. Im Folgenden werden grundlegende Konzepte und Modellierungsmöglichkeiten der Fuzzy Set-Theorie dargestellt, die es ermöglichen, diese vagen Informationen in der Beziehung zwischen Principal und Agent abzubilden und die unscharfen Komponenten in Zielfunktion und Nebenbedingungen der formalen Entscheidungsmodelle einzubinden. In den in Kapitel 3 und Kapitel 4 entwickelten Principal-Agent-Modellen werden diese Konzepte in konkreten Agency-Problemen angewendet.

B. Modellierung von unscharfen Informationen mittels Fuzzy Sets

I. Charakterisierung der erfassten Unschärfe

Der *Begriff „unscharf"* wird in vielen Kontexten mit schwankendem Bedeutungsumfang auch mit „vage", „verschwommen", „vieldeutig" u.a.m. umschrieben.[11] Häufig werden der Begriff der „Unschärfe" in Anwendungen der Fuzzy Set-Theorie auch gar nicht weiter erläutert und ein intuitives Verständnis des Lesers vorausgesetzt.[12]

Es ist jedoch wichtig festzustellen, dass Fuzzy Sets nur eine besondere Unschärfe abbilden, nämlich eine quantifizierbare Unschärfe. Diese beschreibt, dass ein Objekt einen Aspekt zu einem gewissen Grade erfüllt[13]

[10] Einige Autoren kombinieren eine hidden action- und hidden information-Situation (vgl. z.B. Kleine (1995), S. 120 ff.; Hofmann (2001)), setzen jedoch ebenfalls die Kenntnis aller weiteren verwendeten Parameter voraus. Auch sogenannte „signalling"-Modelle, in denen der Agent durch Signale Hinweise über seine private Information an den Principal sendet (vgl. z.B. Caillaud/Hermalin (1993)), verwenden analoge Modellstrukturen.

[11] Vgl. z.B. Demant (1993), S. 5. Im Folgenden werden die Begriffe „unscharf", „vage" und „fuzzy" mit gleichem Bedeutungsumfang synonym verwendet.

[12] Vgl. Bosch (1993), S. 77.

[13] Vgl. Demant (1993), S. 5; Lowen (1996), S. 22.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

und entsteht, wenn der beschriebene Aspekt ein „mehr oder weniger“, also numerisch vergleichbares, erkennen lässt. Es muss ein Konsens hinsichtlich der Quantifizierbarkeit des Aspektes bestehen.[14]

Die analysierten *Unschärfen* lassen sich noch weiter in *drei Formen* untergliedern: die Intrinsische Unschärfe, die Informationale Unschärfe und die Relationale Unschärfe.[15] Die *Intrinsische Unschärfe* beschreibt die Unschärfe menschlicher Empfindung. Sie wird auch als verbale, lexikale oder sprachliche Unschärfe bezeichnet.[16] Ausdrücke wie „hoher Reservationsnutzen“, „vertretbarer Arbeitsaufwand“, etc. sind nicht scharf abgrenzbar, da nicht eindeutig festgelegt werden kann, ab welchem Wert der Reservationsnutzen „hoch“ ist oder der Arbeitsaufwand „vertretbar“ ist. Erfolgt eine scharfe Abgrenzung, ergibt sich immer ein Erklärungsproblem, warum ein Wert knapp unterhalb der festgelegten Grenze nicht mehr in die Kategorie wie z. B. „hoher Reservationsnutzen“ fällt.[17]

Informationale Unschärfe entsteht dann, wenn ein Begriff zwar exakt definiert werden kann, er aber in der Praxis nicht leicht operationalisierbar ist, weil die vielen dazugehörigen Informationen kaum zu einem klaren Gesamturteil aggregiert werden können. Ein Beispiel für diese Unschärfeform ist der Begriff „Kreditwürdigkeit“.[18] Nach einer betriebswirtschaftlich üblichen Definition ist eine Unternehmung kreditwürdig, wenn sie den Kredit wie vereinbart zurückzahlt. Ex ante ist es kaum möglich, aus der Vielzahl an benötigten Informationen exakt zu sagen, ob die Unternehmung diese Eigenschaft besitzt.

Des Weiteren können auch Relationen mit Unschärfen behaftet sein, wie Ausdrücke „ungefähr gleich“, „nicht viel größer als“ etc., was als *Relationale Unschärfe* bezeichnet wird.[19]

In Principal-Agent-Beziehungen werden insbesondere Intrinsische und Relationale Unschärfen vorliegen. So wird z. B. der Principal eine Vorstellung haben, ob der Agent einen „hohen Reservationsnutzen“ oder einen „niedrigen Reservationsnutzen“ hat. Er wird aber keinen exakten Wert an-

[14] Neben der quantifizierbaren Unschärfe kann auch eine strukturelle Unschärfe bestehen, die nicht konsensfähig quantifizierbar ist. Diese Unschärfe ist nicht Gegenstand von Analysen der Fuzzy Set-Theorie (vgl. Demant (1993), S. 4 f.).

[15] Vgl. z.B. Rommelfanger (1994), S. 4 f.; Kuhl (1996), S. 9 ff.; Zimmermann (1996), S. 4. Vgl. Hönerloh (1997), S. 30 ff. für eine weitergehende Klassifikation der Unschärfe.

[16] Vgl. z.B. Bosch (1993), S. 84; Kahlert/Frank (1994), S. 7; Kuhl (1996), S. 10.

[17] Vgl. z.B. Cox (1994), S. 27 ff. für eine Illustration der Problematik der scharfen Abgrenzung des Begriffs „schnelles Auto“.

[18] Vgl. Rommelfanger (1994), S. 4; Hönerloh (1997), S. 32.

[19] Vgl. Forschner (1998), S. 5; Kahlert/Frank (1994), S. 28 ff.

geben können, ab dem er einen Reservationsnutzen als hoch oder niedrig beurteilt. Setzt er z. B. die Grenze für einen hohen Reservationsnutzen monetär bei 50000 Euro, kann kaum sinnvoll argumentiert werden, dass 49999 Euro keinen hohen Reservationsnutzen darstellt. Ähnliche Abgrenzungsprobleme ergeben sich bei vertragsrelevanten, nur größenordnungsmäßig bekannten Informationen über Produktivität, Risikoeinstellungen, etc. In der Principal-Agent-Beziehung liegen demnach viele Intrinsische Unschärfen vor. In seiner Vertragsgestaltung muss der Principal Bedingungen für die Teilnahme des Agent und dessen Anreize berücksichtigen. Er wird diese verbal beschreiben können. Zum Beispiel kann er fordern, dass die Entlohnung bei vertragsgemäßem Arbeitseinsatz „etwas größer" sein soll als bei einem geringerem Arbeitseinsatz. Eine exakte Darstellung der Nebenbedingung erscheint hingegen schwierig. Die Beziehungen in der Principal-Agent-Situation sind also i. d. R. nur vage beschreibbar. Entscheidungen über die Annahme und Gestaltung von Verträgen werden auf Basis von unscharf beschreibbaren Informationen über Nutzenfunktionen und Restriktionsgrenzen getroffen. Es entsteht ein unscharfes Entscheidungsproblem.[20]

II. Definition und Darstellung von Fuzzy Sets

Fuzzy Sets[21] eignen sich zur Beschreibung bzw. mathematischen Formalisierung dieser Unschärfeformen. Basierend auf der Mengenlehre ermöglichen sie zunächst die Erfassung nicht-dichotoner Problemstrukturen.[22] Durch die Definition von *Fuzzy Sets* wird die Eindeutigkeit der Mengenzugehörigkeit aufgehoben, d. h. neben den Zugehörigkeiten 0 (nicht zugehörig zu einer Menge) und 1 (zugehörig zu einer Menge) werden auch Zwischenstufen zugelassen.[23] Folgende Definition von Fuzzy Sets verdeutlicht diese Sichtweise:[24]

---

[20] Vgl. Hönerloh (1997), S. 38 f.; Zimmermann (1989), S. 343 f. für eine Abgrenzung unscharfer Entscheidungsprobleme.

[21] Der Begriff Fuzzy Set wurde erstmals von Zadeh (1965) eingeführt. Sein Aufsatz gilt als Begründung der Fuzzy Set-Theorie.

[22] Vgl. Dederichs (1993), S. 31 ff.; Zimmermann (1989), S. 354 ff.; Hönerloh (1997), S. 39 f.

[23] Für eine graphische Veranschaulichung der Zugehörigkeitsgrade in Form von Graustufen vgl. Hönerloh (1997), S. 40.

[24] Vgl. z. B. Zadeh (1965), S. 339; Kahlert / Frank (1994), S. 10; Rommelfanger (1994), S. 8; Mißler-Behr / Lechner (1996), S. 5; Zimmermann (1996), S. 11 f.; Werners (1984), S. 12. Für eine weniger mathematisch orientierte Einführung in die Fuzzy Set-Theorie vgl. Forschner (1998), S. 51 ff.

Definition 1

Ist X eine Menge von Objekten, die hinsichtlich einer unscharfen Aussage zu bewerten ist, so heißt $\tilde{F} = \{(x, \mu_{\tilde{F}}(x)) | x \in X\}$ *mit* $\mu_{\tilde{F}} : X \to [0,1]$ *unscharfe Menge (Fuzzy Set) auf X. Die Bewertungsfunktion* $\mu_{\tilde{F}}$ *wird Zugehörigkeitsfunktion (membership function) genannt.* $\exists x$, *so dass* $\mu(x) = 1$, *dann heißt* $\tilde{F}$ *normal.*

Unscharfe Mengen sind also über ihre *Zugehörigkeitsfunktion* definiert, die je nach Problemstellung und Wissensstand formuliert werden kann. Jedem Element wird ein Zugehörigkeitsgrad im Intervall $[0,1]$ zugeordnet, der das Wissen bzw. die Einschätzung des Entscheiders am besten wiedergibt.[25] Ein Element ist zu einem gewissen Grade zwischen 0 und 1 Teil des Fuzzy Sets. Experimente haben gezeigt, dass diese unscharfe Abgrenzung von Mengen eher der menschlichen Wahrnehmung entspricht als die klassische Definition von Mengen.[26] Da es keine allgemeingültigen Regeln für die Auswahl der Zugehörigkeitsfunktion gibt,[27] muss die Auswahl gemäß den Charakteristika der erfassten Unschärfe erfolgen.[28] Dabei können drei Vorgehensweisen unterschieden werden: axiomatische Ansätze, die als Ausgangspunkt mathematische Eigenschaften der Zugehörigkeitsfunktionen haben, statistische Ansätze, die erhobene Daten nutzen, um die Zugehörigkeitsfunktion zu bestimmen, oder „direkte“ Ansätze, bei denen die Zugehörigkeitsfunktionen gemäß den subjektiven Eigenschätzungen der Entscheider bestimmt werden.[29] Insbesondere bei den direkten Ansätzen kann das Wissen des Entscheiders weitgehend ohne Informationsverlust umgesetzt werden.

Zugehörigkeitsfunktionen werden i.d.R. durch Kennlinien veranschaulicht.[30] In den bisherigen Anwendungen der Fuzzy Set-Theorie[31] haben sich insbesondere die *Darstellungen* als Dreiecksfunktion, Trapezfunktion, LR-

---

[25] Im Folgenden wird angenommen, dass es immer ein Element in der unscharfen Menge gibt, das den Zugehörigkeitsgrad eins hat. Die hier betrachteten Mengen sind also hinsichtlich der Definition 1 „normal“. Dies stellt keine Einschränkung dar, da jede „nicht normale“ unscharfe Menge mittels Division durch den maximalen Zugehörigkeitsgrad „normalisiert“ werden kann.

[26] Vgl. Mißler-Behr / Lechner (1996) S. 1; Hauke (1998), S. 27.

[27] Vgl. Dederichs (1993), S. 52 f.; Bosch (1993), S. 115 ff.

[28] Vgl. Kuhl (1996), S. 21; Bandemer / Gottwald (1993), S. 28.

[29] Vgl. Hauke (1998), S. 27 ff.; Turksen (1991), S. 26 ff.; Rabetge (1991), S. 52 ff. für eine ausführliche Diskussion dieser Ansätze, sowie Spies (1993), S. 218 ff., der Zugehörigkeitsgrade als Intensität, Ähnlichkeit, Abstufung und Approximation operationalisiert.

[30] Vgl. z.B. Kuhl (1996), S. 15 ff.; Kahlert / Frank (1994), S. 11 f.

[31] Für einen Überblick über die betriebswirtschaftlichen Anwendungen der Fuzzy Set-Theorie vgl. Biethahn et al. (1997).

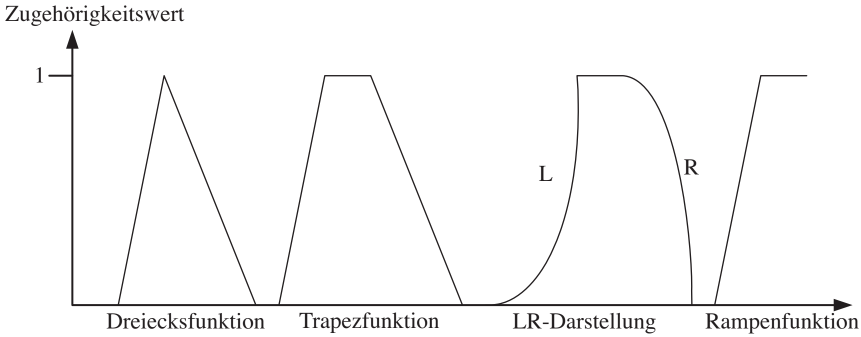

Abbildung 1: Zugehörigkeitsfunktionen

Darstellungen und Rampenfunktionen bewährt.[32] Abbildung 1 skizziert diese Funktionstypen.

Die Dreiecksfunktion repräsentiert den Fall, in dem einem Element die Zugehörigkeit 1 zugeordnet werden kann, bei der Trapezfunktion und der LR-Darstellung ist jeweils ein Intervall mit dem Zugehörigkeitsgrad 1 Teil des Fuzzy Sets. Bei der LR-Darstellung können die Zugehörigkeitsgrade kleiner als eins durch beliebige Funktionen links (L) und rechts (R) des Intervalls, das den Zugehörigkeitsgrad 1 zugewiesen bekommt, dargestellt werden. Offensichtlich ist die Trapezfunktion ein Spezialfall einer LR-Darstellung mit linearen Funktionen (L) und (R). Bei einer Rampenfunktion besitzen alle Werte ab einer bestimmten Grenze den Zugehörigkeitswert 1. Werte unterhalb einer minimalen Grenze gehören gar nicht zum Fuzzy Set. Dazwischen wird ein linearer Verlauf unterstellt. Mit diesen Zugehörigkeitsfunktionstypen lässt sich i. d. R. die reale, mit Unschärfen behaftete Situation erfassen. Die Funktionen können über die Angabe weniger Parameter durch den Entscheider bestimmt werden.[33]

Von besonderer Bedeutung für die weitere Analyse sind Zugehörigkeitsfunktionen in Dreiecksdarstellung (zur Modellierung unscharfer Parameter innerhalb der Nutzenfunktionen von Agent und Principal)[34] und Rampen-

[32] Vgl. z. B. Kahlert/Frank (1994), S. 13; Hauke (1998), S. 39 ff.; Rommelfanger (1994), S. 72; Hönerloh (1997), S. 42 ff.; Zimmermann (1996), S. 62 ff.

[33] Vgl. z. B. Rommelfanger (1994), S. 72 f. und S. 176; Rommelfanger (1996) S. 516 f.; Werners (1994) S. 246 f. Vgl. Turksen (1991); Zimmermann (1996), S. 379 ff.; Bilgic/Turksen (2000), S. 195 ff., für eine empirische Diskussion der Bestimmung von Zugehörigkeitsgraden.

[34] Vgl. Kapitel 4 C.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

funktionen (zur Modellierung unscharfer Restriktionsgrenzen).[35] Mit diesen Darstellungen kann die Unschärfe in den in Kapitel 3 und 4 entwickelten Principal-Agent-Situationen abgebildet werden.

In Anwendungen werden bei Ergebnisdarstellung und -interpretation oft Ausschnitte aus Zugehörigkeitsfunktionen, sogenannte *α-Niveaumengen* bzw. α-Schnitte verwendet. Diese enthalten alle Werte, die einen bestimmten Zugehörigkeitswert überschreiten.[36] Durch Vorgabe eines α-Niveaus kann der Entscheider ein Mindestanforderungsniveau definieren. Zudem kann die zu berücksichtigende Spannweite eines Fuzzy Sets durch Vorgabe eines α-Niveaus eingeschränkt werden. Folgende Definition und Abbildung 2 verdeutlicht die Vorgehensweise:

Definition 2

Sei $\mu_{\tilde{F}} : X \rightarrow [0, 1]$ die Zugehörigkeitsfunktion einer unscharfen Menge $\tilde{F}$ in X und $\alpha \in [0, 1]$. Dann wird die konventionelle Menge $X_{\geq \alpha} := \{x \in X : \mu(x) \geq \alpha\}$ als α-Niveaumenge bezeichnet.

Die in Abbildung 2 fett dargestellte α-Niveaumenge hat definitionsgemäß nur die Zugehörigkeitswerte 0 und 1. Es gibt eine eindeutige Zuordnung der Elemente zu dieser Menge. Eine α-Niveaumenge stellt demnach eine klassische Menge dar. Die Einführung von α-Schnitten in das unscharfe Entscheidungsproblem transformiert dieses in ein scharfes auf dem

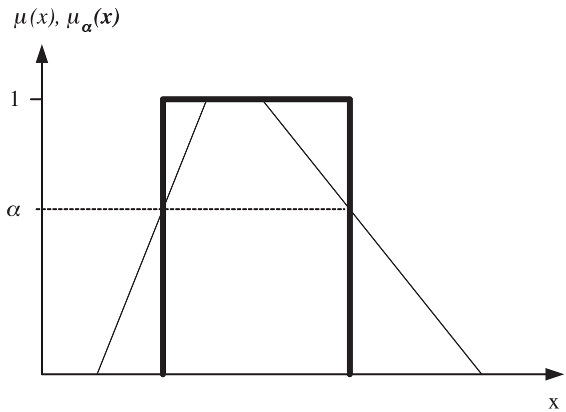

Abbildung 2: Darstellung von α-Niveaumengen

[35] Vgl. Kapitel 3 B.

[36] Vgl. z. B. Zimmermann (1996), S. 14; Rommelfanger (1994), S. 12; Mißler-Behr/Lechner (1996), S. 9; Hauke (1998), S. 21; Dederichs (1993), S. 36.

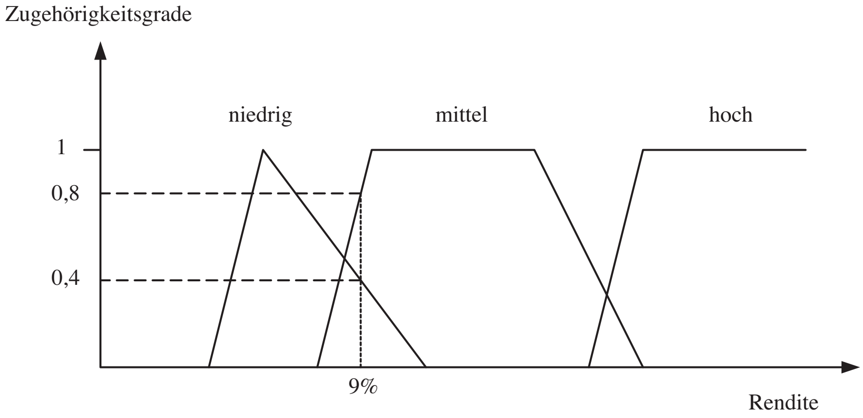

Abbildung 3: Linguistische Variable „Rendite“

entsprechenden α-Niveau, welches leichter lösbar ist. Durch Vorgabe eines Anspruchsniveaus α kann der Modellierer das Problem also innerhalb bestimmter α-Niveaus analysieren und die Auswirkungen einer Variation des Niveaus testen.[37]

Häufig werden zur Charakterisierung von Unschärfen ganze Sätze von Fuzzy-Sets benötigt, z. B. zur Erfassung von Ausdrücken wie „niedrige, mittlere bzw. hohe Rendite“. Hierfür werden *Linguistische Variablen* definiert, bei denen ein Wert unterschiedliche Zugehörigkeitsgrade zu unterschiedlichen Ausprägungen der Linguistischen Variablen haben kann. Abbildung 3 skizziert eine mögliche Darstellung der Linguistischen Variablen „Rendite“ mit den Ausprägungen „niedrig“, „mittel“, „hoch“.[38]

In dieser Darstellung hat der Modellierer zunächst nach seiner Abschätzung Fuzzy Sets für eine „hohe“, „mittlere“ und „niedrige“ Rendite festgelegt. Für einen scharfen Renditewert kann er nun mit Hilfe der Zugehörigkeitsfunktionen angeben, zu welchem Grad er diesen als „hoch“, „mittel“ oder „niedrig“ betrachet. In Abbildung 3 hat eine Rendite von 9% den Zugehörigkeitgrad 0,4 zu „niedrig“ und den Zugehörigkeitsgrad 0,8 zu „mittel“.

---

[37] Vgl. Analyse der Modells mit unscharfen Reservationsnutzen in Kapitel 3.

[38] Vgl. z. B. Kahlert/Frank (1994), S. 52 ff.; Mißler-Behr/Leschke (1996), S. 25 ff.; Kuhl (1996), S. 33 ff.; Rommelfanger (1994), S. 66 ff.; Höhnerloh (1997), S. 63; Zimmermann (1996), S. 129 ff.; Werners (1994), S. 244 ff. für Definition und Anwendung von Linguistischen Variablen bzw. Scheffels (1996), S. 68 ff. für einen Ansatz, Zugehörigkeitswerte für Linguistische Variablen zu bestimmen.

Des Weiteren können mit Zugehörigkeitsfunktionen auch *unscharfe Zahlen* wie „etwa 3“ oder unscharfe Intervalle wie „ungefähr zwei bis drei“ abgebildet werden, die mit spezieller Fuzzy-Arithmetik in mathematischen Modellen weiterverarbeitet werden können.[39] Da die Arithmetik mit unscharfen Zahlen recht schnell komplex wird, werden i.d.R. Dreiecks- bzw. Trapezfunktionen verwendet. Bei diesen Darstellungen kann die Arithmetik mit „geschlossenen“ Rechenregeln durchgeführt werden.[40]

C. Modellierung von unscharfen Restriktionen und Möglichkeiten mittels Fuzzy Sets

In Principal-Agent-Modellen werden Nebenbedingungen z.B. in Form von Teilnahmebedingungen und Anreizbedingungen verwendet. Sind die zugehörigen Grenzen (z.B. Reservationsnutzen) nur vage beschreibbar, kann diese Situation mittels unscharfer Nebenbedingungen erfasst werden. Diese sind zudem weiter interpretierbar als Möglichkeiten, dass Verträge vom Agent angenommen werden. Mittels Fuzzy-Nebenbedingungen und Interpretationen der Möglichkeitstheorie[41] ist diese Situation mathematisch abbildbar.[42]

Scharfe Restriktionen sind dadurch gekennzeichnet, dass sie ab einem exakt definierten Wert als erfüllt bzw. nicht erfüllt gelten. Möchte man den Fall modellieren, dass eine Grenze nicht exakt festgelegt werden kann, sondern in einem gewissen Rahmen über- bzw. unterschritten werden darf, liegt eine unscharfe Restriktion vor. Diese wird wie folgt definiert:[43]

Definition 3

Sei $\tilde{F}$ ein Fuzzy Set im Wertebereich U, das durch seine Zugehörigkeitsfunktion $\mu_{\tilde{F}}(u)$ charakterisiert wird. $\tilde{F}$ ist eine unscharfe (Fuzzy-)Nebenbedingung bzgl. der Variablen X, wenn sich $\tilde{F}$ wie eine elastische Bedingung für die Werte von X verhält, in der Hinsicht, dass die Zuordnung der Werte u zu X die folgende Form hat: $X = u : \mu_{\tilde{F}}(u)$.

$\mu_{\tilde{F}}(u)$ ist der Grad, zu dem die durch $\tilde{F}$ repräsentierte Bedingung erfüllt wird, wenn der Wert u der Variablen X zugeordnet wird. Analog ist 1-$\mu_{\tilde{F}}(u)$ der Grad, zu dem die Bedingung gedehnt werden muss, um eine Zuordnung des Wertes u zur Variablen X zu erlauben.

[39] Vgl. Hauke (1998), S. 39 ff.; Dederichs (1993), S. 45; Mißler-Behr/Lechner (1996), S. 14 ff.; Rommelfanger (1994), S. 13 ff.; Nauck/Kruse (1998), S. 39 f.

[40] Vgl. Kapitel 2 E. I.

[41] Vgl. Zadeh (1978).

[42] Vgl. Kapitel 3 und Kapitel 4 für eine konkrete Anwendung dieser Konzepte in einem Principal-Agent-Modell.

[43] Vgl. Zadeh (1978), S. 5; Zimmermann (1996), S. 111; Derichs (1997), S. 27.

Für *eine unscharfe Restriktion wird also mittels Zugehörigkeitsfunktion beschrieben, zu welchem Grade sie als erfüllt betrachtet werden kann.* Durch Verwendung von unscharfen Restriktionen wird eine Über- bzw. Unterschreitung einer nur vage bekannten Grenze möglich und bewertbar.

Zur Visualisierung einer unscharfen Nebenbedingung kann der Vergleich eines Hartschalenkoffers und eines Koffers aus elastischen Material dienen.[44] Nimmt man das Volumen V beider Koffer als Kapazitätsbeschränkung für ihre Inhalte I, kann das Volumen des Hartschalenkoffers durch eine exakte Zahl beschrieben werden. Bei einem elastischen Koffer kann das Volumen im entspannten Zustand direkt angegeben werden. Darüberhinaus kann unter Kraftaufwand das Volumen erhöht werden, die Restriktion ist somit dehnbar, es liegt eine unscharfe Nebenbedingung vor. Die Restriktionsgrenze kann als Fuzzy Set $\mu_V(V)$ modelliert werden, wobei $\mu_V(V) = 1$ für das Volumen im entspannten Zustand steht und $\mu_V(V) = 0$ ein Volumen repräsentiert, dass selbst bei höchster Anstrengung nicht erreicht wird. Die Zugehörigkeitswerte zwischen diesen Grenzen können den Grad der Leichtigkeit angeben, mit dem der Koffer bis zu diesem Volumen gedehnt werden kann. Für jeden Inhalt I mit dem Volumen V gibt nun 1-$\mu_V(V)$ den Dehnungsaufwand des Koffers an.

Zudem können die Zugehörigkeitsfunktionen von unscharfen Nebenbedingungen interpretiert werden als die Möglichkeit, dass ein bestimmter Wert die Grenze (bzw. Kapazität) über- bzw. unterschreitet oder nicht. Dabei liegt der Fokus nicht mehr auf der Frage, wie weit eine Nebenbedingung gedehnt werden muss, sondern es wird untersucht, inwieweit es möglich ist, dass ein Wert diese Nebenbedingung erfüllt. Nach diesem Denkansatz *bilden unscharfe Restriktionen in Form von Fuzzy Sets den Ausgangspunkt für die Verwendung der Konzepte der Möglichkeitstheorie.*[45] Innerhalb der Möglichkeitstheorie werden die Werte der Zugehörigkeitsfunktion als Einschätzung der Möglichkeit interpretiert, dass ein bestimmter Wert x aus einer Menge X angenommen werden kann.[46] Damit kann die Zugehörigkeitsfunktion auch als „Möglichkeitsfunktion" definiert werden.[47]

Definition 4

Sei $\tilde{F}$ ein Fuzzy Set auf dem Wertebereich U, das durch die Zugehörigkeitsfunktion $\mu_{\tilde{F}}(u)$ charakterisiert ist. Die Zugehörigkeitsfunktion $\mu_{\tilde{F}}(u)$

[44] Vgl. Zimmermann (1996), S. 110 f.

[45] Vgl. Zadeh (1978), S. 3 ff.

[46] Vgl. Dederichs (1993), S. 43 f.; Holzapfel (2000), S. 82.

[47] Vgl. z. B. Zimmermann (1996), S. 112; Zadeh (1978), S. 6; Dederichs (1993), S. 44; Rommelfanger (1988) S. 50 ff.; Wolf (1988), S. 96 ff.; Bandemer/Gottwald (1993), S. 90 ff.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

kann interpretiert werden als die Kompatibilität von $u \in U$ mit dem als $\tilde{F}$ bezeichneten Konzept.

Sei X eine Variable, die Werte in U annimmt, und $\tilde{F}$ agiert als Fuzzy-Restriktion $\tilde{R}(X)$ bzgl. der Variablen X. Durch die Annahme „X ist $\tilde{F}$“, die übersetzt wird mit $\tilde{R}(X) = \tilde{F}$, wird eine Möglichkeitsfunktion π_X erzeugt.

Die Möglichkeitsfunktion $\pi_X(u)$ ist numerisch identisch mit der Zugehörigkeitsfunktion $\mu_{\tilde{F}}(u)$.

Trotz numerischer Identität sind Fuzzy Sets und Möglichkeitsfunktionen inhaltlich unterschiedlich. Während ein Fuzzy Set interpretiert wird als ein vager Wert, der einer Variablen zugeordnet wird, gibt die Möglichkeitsfunktion Aussagen über die Möglichkeit, dass sich ein Element einer klassischen Menge realisiert.[48]

Zur Illustration der Möglichkeitsverteilung kann folgendes Beispiel dienen:[49] Sei U der Wertebereich für die Körpergröße im cm mit $U = \{1, ..., 250\}$ und $\tilde{F}$ ein Fuzzy Set „Größe von John“, welches das unscharfe Wissen über Johns Körpergröße gemäß Abbildung 4 symbolisiert.

Dann erzeugt die Annahme „X ist die Körpergröße von John“ die Möglichkeitsverteilung $\pi_X = \tilde{F}$. Aufgrund des durch $\tilde{F}$ beschriebenen unscharfen Wissens über die „Größe von John“ ist z. B. die Möglichkeit, dass die tatsächliche Größe von John 190 cm ist, mit 0,7 anzugeben.[50]

Im Gegensatz zu einer Wahrscheinlichkeitsverteilung drückt die Möglichkeitsfunktion keine Häufigkeiten des Auftretens eines Wertes aus, sondern lediglich die subjektive Einschätzung der Möglichkeit, dass der Wert angenommen werden kann.[51] Ein unmögliches Ereignis bekommt den Möglichkeitsgrad 0, ein Ereignis, das uneingeschränkt möglich ist, den Möglichkeitsgrad 1. Ereignissen, die eingeschränkt möglich sind, werden Grade zwischen 0 und 1 zugeordnet.[52] Nach ihrer Grunddefinition müssen Möglichkeitsgrade lediglich ordinal skaliert sein.[53] Der Unterschied zwischen Möglichkeits- und Wahrscheinlichkeitsgraden wird in einem in Zadeh (1978) verwendetem Beispiel deutlich:[54] Die Aussage „Hans isst x Eier

---

[48] Vgl. Rommerlfanger (1994), S. 54; Zadeh (1978), S. 7; Kruse/Nauck (1992), S. 113, Kruse/Gebhard/Klawonn (1995), S. 85.

[49] Vgl. Kruse/Nauck (1992), S. 112 f.

[50] Für weitere Beispiele vgl. z. B. Fedrizzi (1987), S. 23 f.; Spies (1993), S. 233 f., Derichs (1997), S. 29.

[51] Vgl. Rommelfanger (1988), S. 53; Zimmermann (1996), S. 112 für eine Abgrenzung der Möglichkeit von der Wahrscheinlichkeit.

[52] Vgl. z. B. Demant (1993), S. 96 f.; Kruse/Nauck (1992), S. 111 ff.; Kruse/Gebhard/Klawonn (1995), S. 84 ff.

[53] Vgl. Rommelfanger (1994), S. 54; Spies (1993), S. 234.

[54] Vgl. Zadeh (1978), S. 8.

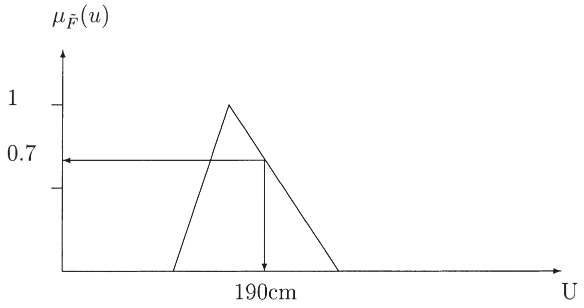

Abbildung 4: Interpretation einer Möglichkeitsfunktion

zum Frühstück“ kann einmal nach dem Grad der Leichtigkeit beurteilt werden, mit der Hans x Eier isst (dies entspricht der Möglichkeit) und zum anderen darauf untersucht werden, wie viele Eier Hans in den letzten 100 Tagen gegessen hat (daraus ergeben sich Häufgkeits- bzw. Wahrscheinlichkeitsverteilungen).

Ein Ereignis, das möglich ist, muss nicht wahrscheinlich sein. Ein Ereignis, dem eine positive Wahrscheinlichkeit eingeräumt wird, muss jedoch möglich sein. Möglichkeit ist demnach eine schwächere Bedingung als Wahrscheinlichkeit.[55]

D. Einbindung unscharfer Informationen in Optimierungsmodelle

Führt man die in Abschnitt C. dargestellten unscharfen Nebenbedingungen in ein Optimierungsproblem ein, ergibt sich ein unscharfes Entscheidungsmodell. Außer den Nebenbedingungen können in diesem auch Zielfunktionen unscharf, also als Fuzzy Set, formuliert sein. Die abgeleiteten Lösungen stellen unscharfe Entscheidungen dar. Es ergibt sich also auch als Lösung eine unscharfe Menge. Eine optimale Entscheidung kann dann das Element mit dem höchsten Zugehörigkeitsgrad darstellen.[56]

Bei der analytischen Lösung unscharfer Optimierungsprobleme lassen sich zwei Verfahren unterscheiden: parametrische Verfahren und Verfahren, die auf dem Enscheidungsansatz von Bellman / Zadeh (1970) beruhen.[57]

[55] Vgl. Zadeh (1978); Demant (1993), S. 98 ff.; Rommelfanger (1994), S. 55. Vgl. auch Kapitel 2 F. für Überlegungen zum Verhältnis der Fuzzy Set-Theorie zur Wahrscheinlichkeitstheorie.

[56] Vgl. Hauke (1998), S. 47.

[57] Vgl. Hauke (1998), S. 78 ff.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

I. Lösungsverfahren basierend auf dem Entscheidungsmodell von Bellman und Zadeh

Viele Lösungsverfahren für unscharfe Optimierungsprobleme basieren auf dem von Bellman und Zadeh (1970) modifizierten Entscheidungsmodell.[58] Dieser Ansatz geht von der Interpretation der Lösung eines klassischen Entscheidungsproblems als Schnittmenge der Menge der „zulässigen Lösungen“ und der Menge der Alternativen mit dem unter den Beschränkungen realisierbaren „höchsten Nutzen“ aus.[59] Analog bestimmen Bellman und Zadeh (1970) die *unscharfe Entscheidung als Schnittmenge der unscharfen Ziele und der unscharfen Nebenbedingungen.*[60] Die als Fuzzy Sets dargestellten Ziele werden mit den unscharfen Restriktionen i. d. R. mittels Minimumoperator verknüpft und so die unscharfe Lösung abgeleitet. Als optimale Lösung kann die Alternative mit dem höchsten Zugehörigkeitsgrad bezeichnet werden.[61] Bei diesem Ansatz wird die Entscheidung getroffen, die nach einer Maximin-Regel den höchsten Zugehörigkeitswert erreicht. Diese Verknüpfung von Zielfunktion und Nebenbedingungen behandelt diese gleich und *verlangt somit die Vergleichbarbeit von Zielen und Restriktionen.*[62]

Abbildung 5 verdeutlicht die Vorgehensweise für ein unscharfes Ziel und eine unscharfe Nebenbedingung.

Im dargestellten Fall ergibt sich die unscharfe Entscheidung (in Abbildung 5 fett gedruckt) für jeden Variablenwert durch die Wahl des minimalen Zugehörigkeitsgrades zu den Fuzzy Sets „Ziel“ und „Nebenbedingung“. Nach Bellman/Zadeh ist nun der Wert für die Entscheidungsvariable zu wählen, der den maximalen Zugehörigkeitswert zum Fuzzy Set der unscharfen Entscheidung hat.

Optimierungsprobleme mit mehreren Zielen und Nebenbedingungen, die diesen Optimierungsansatz zugrunde legen, definieren Zugehörigkeitsfunktionen für unscharfe Ziele[63] und bestimmen als optimale Lösung diejenige,

[58] Vgl. Bellman/Zadeh (1970); Bosch (1993), S. 128 ff.

[59] Bei eindeutiger optimaler Lösung wird im klassischen Fall die Lösung dadurch gefunden, dass in der Menge der zulässigen Lösungen die mit dem höchsten Nutzen gesucht wird.

[60] Vgl. Zimmermann (1989), S. 352 f.

[61] Vgl. Bellman/Zadeh (1970), S. 149 f.

[62] Vgl. Hauke (1998), S. 79; Bosch (1993), S. 130 und S. 134.

[63] Diese Zugehörigkeitsfunktion kann entweder aus den unscharfen Nebenbedingungen erzeugt werden (vgl. z. B. Werners (1984), S. 44 f.; Rommelfanger (1994), S. 184 ff.) oder direkt vom Entscheidungsträger angegeben werden (vgl. Zimmermann (1978), S. 48).

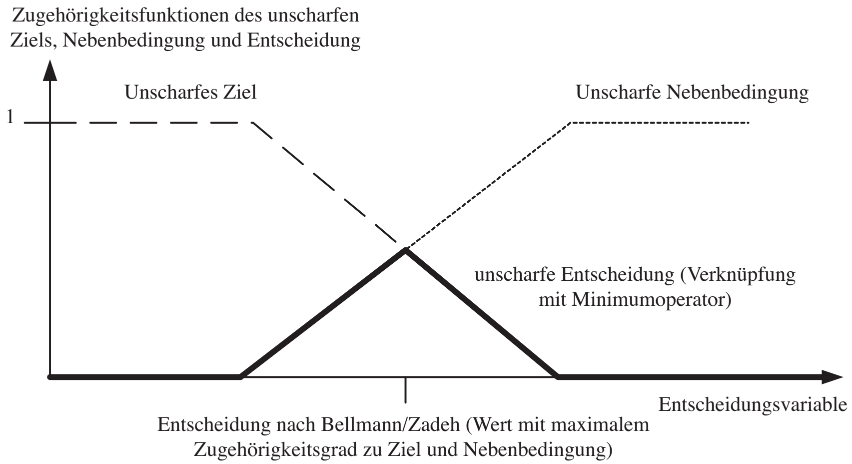

Abbildung 5: Lösung eines unscharfen Entscheidungsproblems nach Bellman/Zadeh

die den größten Zugehörigkeitsgrad über den Durchschnitt aller Ziele und Nebenbedingungen erzeugt. Dieses Verfahren wird insbesondere in Fuzzy-Ansätzen zur linearen Optimierung verwendet.[64]

Kritisch ist bei diesem Ansatz jedoch die Auswahl der Verknüpfungsoperatoren, die das scharfe Ergebnis beeinflussen. Der Minimumoperator lässt offensichtlich keine Kompensation zwischen den Zugehörigkeitsfunktionen zu. Ein „mehr" an Zugehörigkeit zu einem Ziel bzw. Nebenbedingung kann ein „weniger" an Zugehörigkeit zu einem anderen Ziel bzw. Nebenbedingung nicht ausgleichen. Neben dem Minimumoperator sind auch andere Operatoren zur Schnittmengenbildung von Fuzzy Sets vorgeschlagen worden.[65] Zur Schnittmengenbildung existiert eine große Anzahl an nicht-kompensatorischen Operatoren (sogenannter T-Normen)[66] und kompensatori-

---

[64] Vgl. Rommelfanger (1994), S. 187 ff.; Rommelfanger (1996) S. 514 ff.; Wolf (1988), S. 28 ff.; Holzapfel (2000), S. 77 ff.; Zimmermann (1996), S. 281 ff.; Werners (1984), S. 20 ff.; Bandemer/Gottwald (1993), S. 96 ff. Ein auf diesem Ansatz beruhender iterativer Lösungsalgorithmus (FULPAL) ist von Rommelfanger entwickelt worden (vgl. Rommelfanger (1995); Rommelfanger (1999); Urban (1998), S. 184). Außerdem ist Bellman/Zadeh (1970) Ausgangspunkt für Ansätze zur fuzzy dynamischen Programmierung (vgl. Yoshida (2001)).

[65] Vgl. z.B. Thole/Zimmermann/Zysno (1979); Hönerloh (1997), S. 44 ff.; Hauke (1998), S. 49 ff. und insbesondere Lowen (1996), S. 65 ff. für einen graphischen Vergleich unterschiedlicher Operatoren.

[66] Für eine Übersicht über T-Normen vgl. Piegat (2001), S. 121; Zimmermann (1996), S. 39; Hauke (1998), S. 52.

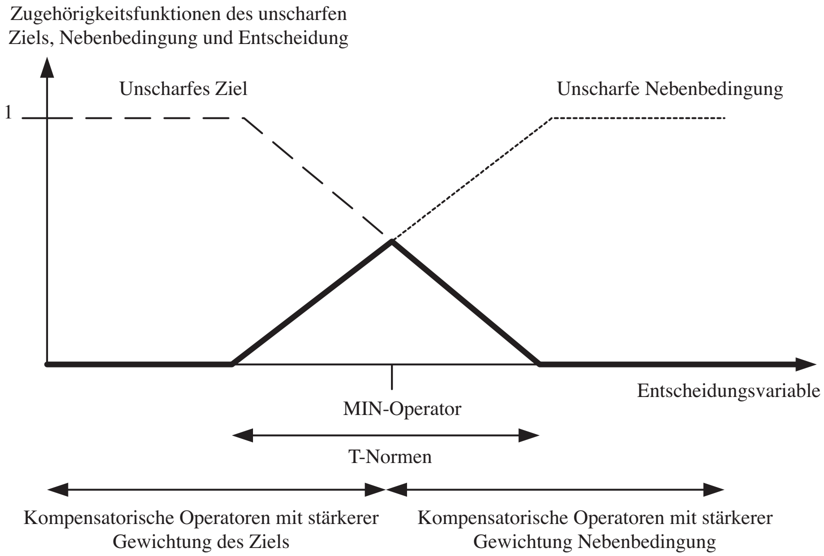

Abbildung 6: Auswirkung der Wahl unterschiedlicher Verknüpfungsoperatoren im Entscheidungsmodell von Bellman/Zadeh

schen Operatoren[67]. Offensichtlich hängt die nach Bellman/Zadeh abgeleitete scharfe Lösung von der Wahl des Operators zur Schnittmengenbildung ab. Abbildung 6 verdeutlicht diese Problematik.[68]

In Abbildung 6 ist die Lösung eingezeichnet, die sich bei der Wahl des Minimumoperatores für die Schnittmengenbildung ergibt. Zudem sind Bereiche skizziert, in denen die Lösung liegen kann, wenn andere kompensatorische bzw. nicht-kompensatorische Operatoren für die Schnittmengenbildung gewählt werden. Es wird deutlich, wie sehr die Wahl des Verknüpfungsoperators das Ergebnis beeinflusst.

Die Auswahl eines geeigneten Verknüpfungsoperators stellt ein viel diskutiertes Problem in der Fuzzy Set-Theorie dar und orientiert sich an allgemeinen Kriterien wie: Anpassbarkeit an den jeweiligen Kontext (empirische Richtigkeit), rechnerische Effizienz, Kompensation, etc.[69] Eine Verwendung

[67] Für eine Übersicht über kompensatorische Operatoren vgl. Zimmermann (1996), S. 39; Hauke (1998), S. 56.

[68] Für analoge schematische Darstellungen über die Wirkungsweise unterschiedlicher Verknüpfungsoperatoren vgl. Zimmermann (1996), S. 38; Hönerloh (1997), S. 49 und Hauke (1998) S. 59.

[69] Vgl. z. B. Zimmermann (1996), S. 38 ff.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

von Verknüpfungsoperatoren in Agency-Modellen erfordert deren ökonomische Begründung und erzeugt zusätzliche Annahmen. Die Gültigkeit der Ergebnisse wird dadurch eingeschränkt.

II. Parametrische Verfahren zur Lösung unscharfer Optimierungsmodelle

Bei parametrischen Verfahren[70] *wird das Optimierungsproblem für unterschiedliche α-Niveaus gelöst.* Durch Einführung eines α-Schnittes entsteht ein scharfes Optimierungsproblem, das mit „Standard-Optimierungsmethoden" lösbar ist. Auf jedem α-Niveau kann so eine optimale scharfe Lösung abgeleitet werden. Das α-Niveau bestimmt hier den minimalen Zugehörigkeits- bzw. Erfüllungsgrad aller unscharfen Restrikionen bzw. Parameter. Der Wert α kann zudem als Möglichkeit, dass das Ergebnis erzielt werden kann, interpretiert werden. Der Entscheider erhält als Ergebnis der parametrischen Optimierung eine Gewinnfunktion in Abhängigkeit von dem gewählten α-Niveau. Er kann diese als Möglichkeit-/Gewinnfunktion interpretieren. Ein parametrisches Verfahren liefert demnach kein eindeutiges Optimum, sondern überlässt dem Entscheider die Auswahl der für ihn optimalen Gewinn-/Möglichkeitkombination. Er erhält ein detaillierteres bzw. realistischeres Abbild der Entscheidungssituation.

Innerhalb des parametrischen Verfahrens ergibt sich also keine Auswahlproblematik der zu wählenden Operatoren. Auch ein weiteres Problem des Ansatzes von Bellman/Zadeh, die unterstellte inhaltliche Vergleichbarkeit der Ziele und Nebenbedingungen, wird vermieden. Diese ist häufig nicht gegeben. So wird im Modell aus Kapitel 3 eine unscharfe Teilnahmebedingung für den Agent eingeführt, die inhaltlich nicht vergleichbar ist mit der (scharfen) Zielfunktion des Principal, der seinen erwarteten Gewinn maximiert. Ein Optimierungsverfahren, basierend auf dem Entscheidungskriterium nach Bellman/Zadeh, würde diese inhaltlich unterschiedlichen Kriterien numerisch verknüpfen und erscheint in diesem Modell nicht sinnvoll.

Insgesamt bietet sich für Principal-Agent-Modelle zunächst eine Anwendung des parametrischen Verfahrens zur Lösung unscharfer Agency-Modelle an. Dieses wird demzufolge in den Modellen in Kapitel 3 und 4 verwendet. Eine Anwendung des Ansatzes von Bellmann/Zadeh wirft zusätzliche inhaltliche Probleme auf, die durch das parametrische Verfahren umgangen werden können.

---

[70] Vgl. z.B. Orlovksi (1977), S. 197 ff.; Verdegay (1982), S. 231 ff.; Chanas (1983), S. 244 f.; Chanas (1989), S. 107 ff.; Hauke (1998), S. 78 f.

E. Ansätze zur Modellierung unscharfer Nutzenbewertungen

Betrachtet man die Nutzenfunktionen des Agent bzw. des Principal als nur annähernd bekannt, können unterschiedliche Informationsstände berücksichtigt werden. Es kann unscharfes Wissen bzgl. der Parameter einer Nutzenfunktion bestehen, oder allgemeine Nutzenbewertungen sind nur vage bekannt, ohne dass ein funktioneller Zusammenhang gegeben ist.

I. Berücksichtigung unscharfer Informationen über einzelne Parameter in Nutzenfunktionen

Sind zumindest die *Struktur der Nutzenfunktion bekannt und vage Informationen über einzelne Parameter* (z. B. innerhalb der Kostenfunktion) *vorhanden,* so können diese Parameter durch Fuzzy Sets erfasst werden. Unter Verwendung einer Fuzzy-Arithmetik für Fuzzy-Parameter bzw. Fuzzy-Zahlen[71] kann dieses unscharfe Wissen in die Entscheidungsmodelle eingearbeitet werden.

Die für die Weiterverarbeitung der unscharfen Information verwendete *Fuzzy-Arithmetik* basiert auf dem „Erweiterungsprinzip"[72], mit dessen Hilfe beliebige funktionale Zusammenhänge fuzzyfiziert werden können. In seiner allgemeinen Form kann es wie folgt beschrieben werden:[73]

Erweiterungsprinzip

Gegeben seien die (klassischen) Mengen $X_1, ..., X_n$ *sowie* Y*, n unscharfe Mengen* $\tilde{U}_1, ..., \tilde{U}_n$ *mit den Zugehörigkeitsfunktionen* $\mu_i : X_i \rightarrow [0, 1]$, $i = 1, ..., n$ *und eine Abbildung* $g : X_1 \times ... \times X_n \rightarrow Y$*. Nach dem Erweiterungsprinzip wird durch die Abbildung g eine unscharfe Menge* $\tilde{U}$ *auf* Y *mit der Zugehörigkeitsfunktion:*

$$\mu(y) = sup\{min\{\mu_1(x_1), ..., \mu_n(x_n)\} : (x_1, ..., x_n) \in X_1 \times ... \times X_n \wedge y = g(x_1, ..., x_n)\}$$

induziert, wobei $sup\ \emptyset = 0$ *vereinbart wird.*

Es wird also jedem Funktionswert $y = g(x_1, ..., x_n)$ der höchste Zugehörigkeitsgrad zugewiesen, der unter allen Minima $min\{\mu_1(x_1), ..., \mu_n(x_n)\}$ mit $y = g(x_1, ..., x_n)$ auftritt. Die exakte Berechnung der Zugehörigkeits-

[71] Vgl. z. B. Piegat (2001), S. 59 ff.; Zimmermann (1996), S. 57 ff.; Hauke (1998), S. 60 ff.; Mansur (1995), S. 13 ff., Rommelfanger (1994), S. 41 ff.; Terano/Asai/Sugeno (1991), S. 34 ff. für eine Einführung in die Fuzzy-Arithmetik.

[72] Dieses Prinzip wurde von Zadeh (1975) eingeführt.

[73] Vgl. z. B. Hauke (1998), S. 63.

Tabelle 2

Erweiterte Addition, Subtraktion und Multiplikation für LR-Fuzzy-Zahlen

Operation	Ergebnis
$(m,\ \alpha,\ \beta)_{LR} \oplus (n,\ \gamma,\ \delta)_{LR}$	$= (m+n,\ \alpha+\gamma,\ \beta+\delta)_{LR}$
$(m,\ \alpha,\ \beta)_{LR} \ominus (n,\ \gamma,\ \delta)_{LR}$	$= (m-n,\ \alpha+\delta,\ \beta+\gamma)_{LR}$
$(m,\ \alpha,\ \beta)_{LR} \otimes (n,\ \gamma,\ \delta)_{LR}$	$\approx (m \cdot n,\ m \cdot \gamma +\ n \cdot \alpha,\ m \cdot \delta +\ n \cdot \beta)_{LR}$ für positive LR-Fuzzy-Zahlen
$(m,\ \alpha,\ \beta)_{LR} \oslash (n,\ \gamma,\ \delta)_{LR}$	$\approx \left(\frac{m}{n},\ \frac{n \cdot \beta +\ m \cdot \gamma}{m^2},\ \frac{n \cdot \alpha +\ m \cdot \delta}{m^2}\right)_{LR}$ für positive LR-Fuzzy-Zahlen
$\lambda \cdot (m,\ \alpha,\ \beta)_{LR}$	$= (\lambda \cdot m,\ \lambda \cdot \alpha,\ \lambda \cdot \beta)$ für $\lambda \in \mathcal{R}_{,}^{+}$ $= (\lambda \cdot m,\ -\lambda \cdot \beta,\ -\lambda \cdot \alpha)$ für $\lambda \in \mathcal{R}^{-}$

funktion ist im Allgemeinen sehr umfangreich.[74] Für LR-Fuzzy-Zahlen[75] ergibt sich jedoch eine spezielle einfachere Arithmetik, die in Tabelle 2 dargestellt ist.[76]

Während die Ausdrücke für die Erweiterte Addition $\oplus$, die Erweiterte Subtraktion $\ominus$ und die Multiplikation mit einem Skalar λ exakte Lösungen darstellen, sind die Formeln für die Erweiterte Multiplikation $\otimes$ und die Erweiterte Division $\oslash$ Näherungsformeln. Diese sind gültig, wenn das Verhältnis der Spannweiten zum Mittelwert nicht zu groß ist.[77] In Kapitel 4

---

[74] Vgl. z.B. Hauke (1998), S. 63 f.

[75] Vgl. S. 27.

[76] Es wird eine Kurzschreibweise für LR-Fuzzy-Zahlen verwendet: (Punkt mit Zugehörigkeitsgrad 1, linke Spannweite, rechte Spannweite)$_{LR}$. Zur Herleitung der Rechenregeln vgl. z.B. Dubois/Prade (1980), S. 54 ff.; Rommelfanger (1994), S. 41 ff. Bei der Ableitung der Rechenregeln wird auf den Satz von Nguyen (1978) zurückgegriffen, der das Erweiterungsprinzip durch Verwendung von α-Schnitten operationalisiert (vgl. Nguyen (1978); Fuller/Keresztfalvi (1991)). In Kapitel 4 D. I. 1. wird die Fuzzy-Artihmetik für LR-Fuzzy-Zahlen angewendet.

[77] Vgl. Dubois/Prade (1980), S. 55 für eine weitere Näherungsformel, falls die Spannweiten im Verhältnis zum Mittelwert groß sind. Erweiterte Multiplikation und Division ist hier nur für positive LR-Zahlen angegeben, für negative LR-Zahlen lassen sich analoge Näherungsformeln ableiten.

wird diese Form der Fuzzy-Arithmetik benutzt, um unscharfe Informationen in den Nutzenfunktionen von Principal und Agent zu modellieren.

II. Modellierung unscharfer Nutzenbewertungen ohne Kenntnis der Nutzenfunktion in entscheidungs- und spieltheoretischen Modellen

Ist auch die *Struktur der Nutzenfunktion unbekannt,* können *Fuzzy-Präferenzen*[78] *und Fuzzy-Nutzenbewertungen*[79] *zur Abbildung dieses unscharfen Wissens* verwendet werden. Diese Konzepte sind bisher insbesondere in entscheidungstheoretischen Modellen und in spieltheoretischen Ansätzen angewendet worden.

Innerhalb der Entscheidungstheorie wird mit Fuzzy Sets eine Situation modelliert, in welcher der Entscheider den *Nutzen einer Aktion nur näherungsweise angeben kann.*[80] Auf Basis der unscharfen Nutzenbewertung können Fuzzy-Erwartungswerte für jede Aktion berechnet und als unscharfe Menge abgebildet werden.[81] Die Vorgehensweise ist also insgesamt analog zu einem klassischen Entscheidungsmodell, das als Spezialfall des Fuzzy-Entscheidungsmodell betrachtet werden kann. Der Ansatz erweist sich als praktikables Verfahren, um optimale Handlungsalternativen auch in Situationen zu ermitteln, bei denen der Entscheidungsträger die zustandsspezifischen Konsequenzen nicht eindeutig, sondern nur größenordnungsmäßig in Form unscharfer Mengen angeben kann. Das Realproblem kann so in einem operablen Modell abgebildet werden, wie der Entscheidungsträger es sieht.[82] Eine zentrale Problematik dabei ist die *Festlegung der Rangfolge der unscharfen Erwartungswerte,* die in der Regel Überschneidungen aufweisen. Es existiert eine Vielzahl von Rangordnungsverfahren für unscharfe Mengen[83], die zu unterschiedlichen Ergebnissen führen können. So kann es z. B. vom gewählten α-Niveau abhängen, welche unscharf bewertete Alter-

---

[78] Vgl. Perny / Roubens (1998), S. 3 ff.; Grabisch / Orlovsky / Yager (1998), S. 31 ff.

[79] Vgl. Orlovski (1980), S. 312 f.; Rommelfanger (1994), S. 94 ff. und S. 130 ff.

[80] Vgl. Rommelfanger (1994), S. 90 ff. Für eine umfassende Diskussion der Verknüpfung von Fuzzy Set-Theorie und Entscheidungstheorie vgl. Rommelfanger / Eickemeier (2002).

[81] Bei der Verwendung linearer Funktionen zur Abbildung des unscharfen Wissens können Fuzzy-Erwartungswerte einfach berechnet werden. Andere Funktionsverläufe verursachen einen erheblichen Berechnungsaufwand. (vgl. Rommelfanger (1994), S. 95). Bei diesem Ansatz werden Konzepte der Wahrscheinlichkeitstheorie und der Fuzzy Set-Theorie kombiniert eingesetzt. Dies wird auch bei den in Kapitel 3 und 4 entwickelten Modellen der Fall sein (vgl. auch Kapitel 2 F.).

[82] Vgl. Rommelfanger (1994), S. 118.

[83] Vgl. z. B. Goetschel / Voxman (1991); Rommelfanger (1994), S. 78 ff.

native vorgezogen wird.[84] Es muss somit im Einzelfall geprüft werden, welches Verfahren das tatsächliche Entscheidungsverhalten am besten erfasst.[85]

In spieltheoretischen Modellen werden Fuzzy Sets eingesetzt, um *unscharfe Ziele und nur vage bekannte Auszahlungen zu modellieren.*[86] Die Zielfunktion wird als Fuzzy Set definiert, das die Zufriedenheit des Spielers mit den Auszahlungen angibt. Auch die Elemente von Zahlungsmatrizen, also die Auswirkungen von gespielten Strategien, werden mittels Fuzzy Sets modelliert. Analog zu den „klassischen" Modellen[87] können unter Verwendung von Fuzzy Sets die optimalen Strategien für die Spieler abgeleitet werden. Die Bestimmung der optimalen Strategie erfolgt mittels Verknüpfungsoperatoren. Zur Lösung der Modelle kann für lineare Zugehörigkeitsfunktionen ein lineares Optimierungsproblem formuliert werden, das äquivalent zu dem spieltheoretischen Modell ist und die optimale Strategie liefert.[88] Innerhalb der Lösung von fuzzy-spieltheoretischen Modellen werden inhaltlich die gleichen Optimierungskalküle angewendet wie in „klassischen" Modellen, z. B. „Minimax"-Strategien bzw. „Maximin"-Strategien. Es werden z. B. die Strategiekombinationen gewählt, die den höchsten minimalen Zugehörigkeitsgrad bzw. Zufriedenheitsgrad bei einer unscharfen Zielsetzung erreichen.[89] Gleichgewichtseigenschaften der Lösung gehen im Vergleich zu „klassischen" Modellen z. T. verloren,[90] es werden also neue Lösungsstrukturen sichtbar. Bisher wurden sowohl nicht-kooperative Spiele für zwei und mehr Personen als auch kooperative Spiele analysiert.[91]

III. Unscharfe Nutzenbewertungen in Principal-Agent-Modellen als Ausdruck „eingeschränkter Rationalität"

„Eingeschränkte Rationalität" bringt zum Ausdruck, dass die Akteure außer Stande sind, perfektes Wissen über die Welt zu erlangen. Dies führt

[84] Vgl. Rommelfanger (1994), S. 72 ff.

[85] Das Problem der Rangordnungsverfahren für unscharfe Nutzenbewertungen ergibt sich zudem bei der Definition von unscharfen Nebenbedingungen, wenn sowohl Restriktionsgrenze als auch Nebenbedingungsfunktion unscharfe Information enthalten. In Kapitel 4 D. I. 2. wird diese Problematik innerhalb eines LEN-Modells diskutiert.

[86] Vgl. Butnariu (1978); Nishizaki / Sakawa (2001); Mares (2001).

[87] Vgl. für eine Einführung in die Spieltheorie z. B. Varian (1994), S. 260 ff.; Holler / Illing (1993) oder Güth (1992).

[88] Vgl. z. B. Nishizaki / Sakawa (2001), S. 37 und S. 56. Es können in diesem Fall die in Kap. 2 D. dargestellten Verfahren angewendet werden.

[89] Vgl. Nishizaki / Sakawa (2001), S. 37.

[90] Vgl. Nishizaki / Sakawa (2001), S. 72. Für eine umfassende Diskussion unscharfer Gleichgewichte vgl. Billot (1995).

[91] Vgl. Mares (2001); Nishizaki / Sakawa (2001).

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

dazu, dass Entscheidungsobjekte nicht in der Lage sind, konsistente Präferenzurteile zu fällen, sie sind somit als „eingeschränkt rational“ zu betrachten.[92] Der Grund dafür liegt darin, dass die Informationen nicht kostenlos und ohne Zeitaufwand vom Entscheidungsobjekt beschafft bzw. ausgewertet werden können.[93] Teilaspekte bzw. Parameter der Entscheidungssituation sind nicht vollständig bekannt.

Aufgrund der Kosten der Informationsbeschaffung und eingeschränkten Möglichkeiten bei der Verarbeitung der Information kann der Akteur gezwungen sein, Teile seiner Präferenzen unscharf zu formulieren. Ein nach diesem Verständnis „eingeschränkt rationaler“ Entscheider kann mit Konzepten der Fuzzy Sets erfasst werden. Durch Fuzzy Sets ist es möglich, unscharfe Nutzenbewertungen der Akteure abzubilden und in Modellen auszuwerten. Die Unschärfe menschlicher Entscheidungen ist dadurch erfassbar.[94] Es kann eine Situation modelliert werden, in der eine Person nicht in der Lage ist, eindeutige Präferenzen für Alternativen anzugeben. So wird eine Situation analysierbar, in der Nutzenbewertungen wechselseitig nur vage bekannt sind. *Die Verwendung von Fuzzy-Präferenzen bzw. Fuzzy-Nutzenbewertungen in Principal-Agent-Modellen trägt somit im Vergleich zu Standard-Modellen*[95] *dem Gedanken der „eingeschränkten Rationalität“ verstärkt Rechnung.*[96]

In Kapitel 4 werden erstmals unscharfe Informationen in den Nutzenfunktionen in ein LEN-Modell eingeführt. Es werden Lösungswege für die Verarbeitung der unscharfen Informationen und der entstehenden Probleme (z. B. Rangfolge von unscharfen Mengen) aufgezeigt. In diesem Modell sind die Akteure in der Hinsicht „eingeschränkt rational“, dass sie die Produktivität des Arbeitseinsatzes nicht genau bestimmen können und die externen Risiken nicht exakt kennen. Sie müssen Ihre Präferenzen auf Basis

---

[92] Vgl. Selten (2000), S. 129 f. Für eine Diskussion des Konzepts der „beschränkten Rationalität“ vgl. Rommelfanger / Eickemeier (2002), S. 5 ff.

[93] Vgl. Richter / Furubotn (1999), S. 4 und S. 187 sowie S. 190 f. für einen Literaturüberblick zur „eingeschränkten Rationalität“.

[94] Vgl. Nishizaki / Sakawa (2001), S. 34.

[95] In normativen Principal-Agent-Modellen wird „eingeschränkte Rationalität“ bisher lediglich durch unvollständige Information auf Seiten des Principal bzgl. des Agent-Typs oder dessen Aktivitätsniveau zum Ausdruck gebracht (vgl. Picot (1991), S. 150.) Allerdings verwendet der Principal dabei alle *objektiv verfügbaren* Informationen, so dass er auch als rationaler Entscheider betrachtet werden könnte (vgl. Pedell (2000), S. 29 f.).

[96] Vgl. Billot (1995), S. XIII, Mansur (1995), S. 76. Zur Ableitung einer exakten Lösung aus einer unscharfen Entscheidung muss ein Mindestanspruchsniveau für den Zielerreichungsgrad definiert werden. Dies kann als Modellierung des Satisfizierungskonzepts für einen begrenzt rationalen Entscheider interpretiert werden (vgl. Rommelfanger / Eickemeier (2002), S. 5).

dieser unscharfen Information auswerten. Eine Beschaffung exakter Informationen ist in diesem Fall z. B. aus Kostengründen bzw. aufgrund der Komplexität der Bestimmung nicht möglich.

F. Verhältnis von Fuzzy Set-Theorie und Wahrscheinlichkeitstheorie

Seit den Anfängen der Theorie unscharfer Mengen wird immer wieder die Frage diskutiert, worin die Unterschiede und die Gemeinsamkeiten der Fuzzy Set-Theorie und Wahrscheinlichkeitstheorie liegen.[97] Die Positionen reichen von der Aussage, dass die Wahrscheinlichkeitstheorie lediglich ein Spezialfall der Fuzzy Set-Theorie ist, bis zu der Beschreibung der Unschärfe als getarnte Wahrscheinlichkeit.[98] In seinem grundlegenden Artikel beschreibt Zadeh Fuzzy Sets als „completely non statistical in nature".[99]

Der für die in dieser Arbeit entwickelten Modelle wesentliche Unterschied zwischen diesen beiden Konzepten liegt darin, dass *Fuzzy Set-Theorie und Wahrscheinlichkeitstheorie unterschiedliche Formen der Unsicherheit modellieren:* Die Wahrscheinlichkeitstheorie liefert eher Aussagen über die Häufigkeit von Ereignissen, während die Unschärfe misst, wie genau die Ereignisse beschrieben werden können.[100]

Wahrscheinlichkeiten modellieren zufallsbedingte Unsicherheiten. Sie werden gemäß einer stringenten Axiomatik festgelegt.[101] Objektive Wahrscheinlichkeiten spiegeln relative Häufigkeiten wieder. Zu ihrer Ermittlung sind Vergangenheitsdaten notwendig und die mit ihnen beschriebenen Vorgänge müssen beliebig oft wiederholbar sein. Subjektive Wahrscheinlichkeiten werden basierend auf den Einschätzungen von Entscheidungsträgern bestimmt. Sie müssen i. d. R. an die Axiomatik der Wahrscheinlichkeitstheorie angepasst werden.[102] Subjektive Wahrscheinlichkeiten täuschen in gewissem Sinne eine Scheingenauigkeit vor, denn obwohl subjektive Wahrscheinlichkeiten nicht auf Daten basieren, geben sie für ein Ereignis einen exakten Wert an, der u. U. als empirisch richtig interpretiert wird.[103]

---

[97] Vgl. Hauke (1998), S. 72; Rabetge (1991), S. 24 ff.; Lehmann / Weber / Zimmermann (1992), S. 3.

[98] Vgl. Forschner (1998), S. 59 f.

[99] Siehe Zadeh (1965), S. 340.

[100] Vgl. Napiwotzki (1997), S. 96 f.; Terano / Asai / Sugeno (1991), S. 8; Cox (1994), S. 19.

[101] Vgl. Zimmermann (1996), S. 124; Bol (1994), S. 19.

[102] Vgl. Bosch (1993), S. 54 ff. Für eine Übersicht über objektive und subjektive Interpretationen des Wahrscheinlichkeitsbegriffes vgl. Koch (1994), S. 109.

[103] Vgl. Bosch (1993), S. 59 f.

Wahrscheinlichkeiten	**Zugehörigkeitsgrade der FST**
Objektive Wahrscheinlichkeiten – spiegeln relative Häufigkeiten der Ereignisse wider – zu ihrer Ermittlung sind Vergangenheitsdaten notwendig – Vorgang muss beliebig oft wiederholbar sein	– drücken keine relativen Häufigkeiten aus – keine Vergangenheitsdaten notwendig – Modellierungsmöglichkeit, wenn Wiederholbarkeit der Ereignisse nicht gegeben ist – modellieren Unsicherheiten, die nicht-stochastischen Charakter haben: – **intrinsische Unschärfe**: Unschärfe menschlicher Empfindung (z.B. hoher Gewinn) – **informationale Unschärfe:** Begriff ist exakt definierbar, kann aber nicht leicht operationalisiert werden (z.B. Kreditwürdigkeit) – **relationale Unschärfe**: Beziehung zwischen Elementen nicht scharf beschreibbar (z.B. nicht viel größer als)
Subjektive Wahrscheinlichkeiten – basieren auf Überzeugungen und Erwartungen des Entscheidungsträgers und nicht auf realen Ereignissen – können als bedingte Wahrscheinlichkeiten interpretiert werden – Problem: täuschen Scheingenauigkeit vor – Problem: müssen an Axiome der Wahrscheinlichkeitstheorie angepasst werden	
Modellieren **zufallsbedingte Unsicherheiten** über Ereignisse in der Zukunft	

Abbildung 7: Abgrenzung Fuzzy Set-Theorie (FST) vs. Wahrscheinlichkeitstheorie

Wie in Abschnitt B. beschrieben, drücken die *Zugehörigkeitsgrade* eines Fuzzy Sets keine relativen Häufigkeiten aus. Zu ihrer Bestimmung sind keine Vergangenheitsdaten notwendig. Sie repräsentieren vielmehr nicht-stochastische Unsicherheiten, die durch unscharfes Wissen entstehen. Fuzzy Sets sind also inhaltlich grundsätzlich unterschiedlich zu Wahrscheinlichkeiten.[104] Abbildung 7 stellt zusammenfassend grundlegende Aspekte der Wahrscheinlichkeitstheorie und der Fuzzy Set-Theorie einander gegenüber.[105]

Die vorliegende Arbeit versucht also nicht, durch die Ansätze der Fuzzy Set-Theorie die wahrscheinlichkeitstheoretischen Modellierungen in den Principal-Agent-Modellen zu ersetzen, sondern ergänzend zu diesen einzu-

[104] Neben der von manchen Autoren kritisch betrachteten inhaltlichen Abgrenzung (vgl. z.B. Bosch (1993), S. 123) lassen sich Fuzzy Sets leicht formal von der Wahrscheinlichkeitstheorie abgrenzen. So werden an Fuzzy Sets weniger stringente Anforderungen gestellt wie an Wahrscheinlichkeiten (z.B. muss die Summe über alle Zugehörigkeitsgrade nicht eins ergeben). Die Modellierung mittels Fuzzy Sets bietet formal gesehen also mehr „Freiheitsgrade" als die Verwendung von Wahrscheinlichkeiten (vgl. Zimmermann (1996), S. 125).

[105] Vgl. Napiwotzki (1997), S. 106; Zadeh (1995); Hauke (1998), S. 72 ff.; Zimmermann (1996), S. 109 ff.; Wolf (1988), S. 157 ff.; Dubois/Nguyen/Prade (2000), S. 343 ff. für eine umfassende Diskussion des Verhältnisses der Fuzzy Set-Theorie zur Wahrscheinlichkeitstheorie.

setzen. Denn *in realen Situationen liegen die einzelnen Formen der Unsicherheit häufig kombiniert vor und müssen zusammen in Entscheidungsmodellen erfasst werden.* Fuzzy Sets können dort eingesetzt werden, wo die Modellierung mittels Wahrscheinlichkeitsverteilungen der praktischen Situation nicht entspricht.[106] Die Entscheidungsvorgänge können so besser abgebildet werden.[107]

Zum Beispiel kann folgende Aussage 1 ein Principal-Agent-Problem umschreiben:

> *„In 70% der Fälle ist ein Agent bei der Erfüllung einer bestimmten Aufgabe effizient, in 30% ineffizient. Jeder Agent-Typ hat einen hohen Reservationsnutzen. Der Principal möchte einen Vertrag gestalten, der einen hohen Gewinn bringt. Er kennt aber nicht den Typ des Agent.“*

Aussage 1 beschreibt ein adverse selection-Problem. Der Principal kennt vor Vertragsabschluss den Agent-Typ nicht. Die Situation ist zum einen durch Unsicherheiten geprägt, die sich mit Wahrscheinlichkeiten modellieren lassen („70% bzw. 30% der Fälle“). Zum anderen enthält sie Unsicherheiten, die eher vagen bzw. unscharfen Charakter haben („hoher Reservationsnutzen“, „hoher Gewinn“), die sich mit Fuzzy Sets in ein Entscheidungsmodell einbinden lassen. Ein Modell, dass dieses Problem analysiert und dabei diese Unsicherheitsformen kombiniert, wird in Kapitel 3 entwickelt.

Auch folgende Aussage 2 enthält stochastische und nicht-stochastische Unsicherheit:

> *„Der Principal kann die Handlungen des Agent nicht beobachten, wohl aber das Ergebnis. Er weiß, dass die Umwelteinflüsse normalverteilt das Ergebnis beeinflussen. Die Produktivität des Arbeitseinsatzes ist etwa 10.000, und die externen Einflüsse können eine Streuung von ca. 200.000 USD im Ergebnis verursachen. Der Principal möchte ein optimales lineares Entlohnungsschema für den Agent bestimmen.“*

Hier liegt ein moral hazard-Problem vor. Der Principal kann die Handlung des Agent nicht beobachten. Er weiss, dass der Einfluss der Umwelt stochastischen Charakter hat. Zentrale Parameter wie die Produktivität des Arbeitseinsatzes des Agent sowie möglicher Umfang externer Einflüsse kennt er aber nur vage. Bei dem Design des Entlohnungsschemas muss er diese beiden Formen der Unsicherheit bzgl. des Ergebnisses beachten. In Kapitel 4 wird diese Situation modelliert und mögliche Verträge abgeleitet.[108]

---

[106] Vgl. z.B. Rubinstein (1991), S. 913 ff. für eine Diskussion von Fällen, in denen eine Modellierung mit Wahrscheinlichkeiten in spieltheoretischen Modellen nicht der realen Situation entspricht.

[107] Für eine Forderung nach detaillierterer Abbildung der Entscheidungsvorgänge vgl. Rubinstein (1991), S. 923.

[108] Für weitere beispielhafte Aussagen, die stochastische und nicht-stochastische Unsicherheiten enthalten, vgl. v. Altrock (1997), S. 24 f.

Kapitel 3

Analyse eines adverse selection-Problems unter Berücksichtigung unscharfer Informationen über den Reservationsnutzen mittels Fuzzy Sets

Ein *adverse selection-Problem* entsteht, wenn Principal und Agent vor Vertragsabschluss asymmetrisch informiert sind.[1] Der Agent hat eine private Information, die den Gewinn des Principal beeinflusst. Dieser läuft somit Gefahr, einen ungeeigneten Vertragspartner auszuwählen. Adverse selection-Modelle ermitteln eine Vertragsgestaltung, welche die Auswahlproblematik für den Principal optimal löst. Die Grundstruktur lässt sich auf eine Vielzahl betriebswirtschaftlich relevanter Fragestellungen anwenden.[2] So kann ein adverse selection-Problem bei der Auswahl eines Produzenten entstehen, dessen Kostenfunktion unbekannt ist, bei dem Kauf eines Gebrauchtwagens, wenn nur der Verkäufer die Qualität des Fahrzeugs weiß, bei der Einstellung eines Managers, der private Information bezüglich der Rentabilität eines Investitionsprojektes oder seiner Leistungsfähigkeit hat, oder beim Abschluss eines Versicherungsvertrages, bei dem nur der Versicherungsnehmer seine Schadenswahrscheinlichkeit einschätzen kann. Mit seiner Vertragsgestaltung möchte der Principal erreichen, dass sein Nutzen unter Beachtung der Informationsasymmetrie maximiert wird.

Im Folgenden wird zunächst die Grundstruktur eines adverse selection-Modells dargestellt. Dann werden in einem ersten Fuzzy Agency-Modell unscharfe Marktinformationen über den Reservationsnutzen eingeführt, bevor in einem zweiten Modell typabhängige unscharfe Informationen modelliert werden. Die Ausführungen zeigen, wie unscharfe Informationen über den Reservationsnutzen mittels Fuzzy Sets in die Analyse einbezogen werden können und welche Auswirkungen dies auf die Entscheidungssituation des Principal hat.

[1] In diesem Fall liegt eine hidden characteristics-Situation vor. Vgl. z.B. Picot (1991), S. 152.

[2] Vgl. Rasmusen (1989), S. 136, Schweizer (1999), S. 35 ff.; Erlei/Leschke/Sauerland (1999), S. 145; Richter/Furubotn (1999), S. 274 f.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

A. Analyse eines Standard adverse selection-Modells der Agency-Theorie

I. Komponenten und Annahmen des Standard adverse selection-Modells

Das hier betrachtete Standard-Modell[3] ist ein *Arbeitgeber-Arbeitnehmer-Modell,* bei dem der Principal (der Arbeitgeber) *mit zwei unterschiedlichen Arbeitnehmer-Typen (Agent)* mit unterschiedlichen Kostenfunktionen konfrontiert ist. Der Principal kennt die unterschiedlichen Kostenfunktionen, weiß aber nicht, welchem Agent-Typ er jeweils gegenübersteht. Er kann aber den Output und die Handlungen des Agent vollständig beobachten. Nach Vertragsabschluss besteht also symmetrische Information. Der Agent handelt nicht bei Unsicherheit[4], er kennt seinen Typ bei Vertragsabschluss.

Sei x der wertmäßige Output aus Sicht des Principal und $c_i(x)$ die konvexe Kostenfunktion des Arbeitnehmers i, der als Lohn den Betrag s_i erhält. Der Nutzen des Agent ergibt sich aus der Differenz zwischen Lohn und Kosten und lässt sich durch $s_i - c_i(x)$ berechnen. Ferner sei angenommen, dass die Kosten des effizienteren Arbeitnehmers (Index 1) für alle x kleiner sind als die Kosten des ineffizienteren Arbeitnehmers (Index 2), es gilt also $c_1(x) < c_2(x) \forall x$.

Zudem seien die Grenzkosten von Typ 1 ebenfalls immer kleiner als die Grenzkosten von Typ 2 (also $c_1'(x) < c_2'(x) \forall x$). Diese Annahme sichert die in adverse selection-Modellen üblicherweise geforderte *„single crossing property“,* die garantiert, dass sich beliebige Indifferenzkurven des Agent 1 und 2 höchstens einmal schneiden.[5] Dann gilt für jedes Outputpaar y und z:

$$z > y \rightarrow c_2(z) - c_2(y) > c_1(z) - c_1(y)$$

bzw.

$$z > y \rightarrow c_2(z) - c_1(z) > c_2(y) - c_1(y)$$

[3] Dieser Modellansatz wird in vielen verschiedenen Kontexten angewendet, vgl. z.B. Varian (1994), S. 461 ff.; Erlei/Leschke/Sauerland (1999) S. 145 ff.; Richter/Furubotn (1999) S. 217 ff.; Laffont/Tirole (1993), S. 57 ff.

[4] Man unterstellt, dass der Output x eine Funktion des Arbeitseinsatzes a ist und nicht durch einen Störterm überlagert wird. Oft wird angenommen, dass $x = a$, vgl. Erlei/Leschke/Sauerland (1999) S. 146; Richter/Furubotn (1999) S. 218. Die Risikoeinstellung des Agent ist in diesem Modell also irrelevant. Der Principal wird als risikoneutral angenommen.

[5] Vgl. z.B. Varian (1994), S. 461.

II. Analyse der Ergebnisse des Standard adverse selection-Modells

Der Principal möchte nun die für ihn optimalen Verträge (x_1, s_1) bzw. (x_2, s_2) bestimmen. Dabei ist x_1 der wertmäßige Output des Agent-Typ 1, der dafür die Entlohnung s_1 erhält. Der Output des Agent-Typ 2 wird mit x_2 bewertet und sein Lohn beträgt s_2. Für jeden Agent-Typ wird also ein separater Vertrag bestimmt. Dabei sollen die Agents wahrheitsgemäß ihre private Information berichten (Anreizbedingung) und am Vorhaben des Principal teilnehmen (Teilnahmebedingung).

Um die Auswirkungen der Informationsasymmetrie bewerten zu können, sei zunächst angenommen, dass der Principal den Typ des Agent kennt, also vollständige Information vorliegt. In diesem *first best-Fall* muss er keine Anreizbedingungen beachten, sondern nur die Teilnahmebedingungen erfüllen. Diese garantieren, dass die Agents den Reservationsnutzen erhalten und den Vertrag annehmen. Der Reservationsnutzen wird als konstant angenommen und auf Null gesetzt.[6] Der Arbeitgeber kann den Vertrag so gestalten, dass die Teilnahmebedingung für beide Arbeitnehmer bindend ist, und so den maximalen Gewinn erreichen. Es gilt also $s_1 - c_1(x_1) = s_2 - c_2(x_2) = 0$. Für die Zielfunktion des Principal ergibt sich $x_1 + x_2 - s_1 - s_2$ bzw. aufgrund der Teilnahmebedingung $x_1 + x_2 - c_1(x_1) - c_2(x_2)$. Die optimale Lösung ist demnach charakterisiert durch $\frac{\partial c_1(x_1^*)}{\partial x_1} = \frac{\partial c_2(x_2^*)}{\partial x_2} = 1$.

Im *Fall der asymmetrischen Information* weiß der Principal nicht, welchem Typ er gegenübersteht, er nimmt jedoch eine Wahrscheinlichkeit Θ an, dass es sich um Typ 1 handelt. Würde er weiterhin die Verträge aus dem first best-Fall anbieten, so wird Agent-Typ 1 vortäuschen, ein Agent vom Typ 2 zu sein, da er so ein Nutzenniveau oberhalb seines Reservationsnutzens erreichen kann, also eine positive Rente erzielt.[7] Der first best-Vertrag ist nicht mehr optimal für den Principal. Durch die Lösung des folgenden Optimierungsproblems *Standard-SB* kann er ein besseres Ergebnis erzielen:[8]

$$(3.1) \qquad \max_{x_1,\, x_2,\, s_1,\, s_2} G = \Theta(x_1 - s_1) + (1 - \Theta)(x_2 - s_2)$$

[6] Vgl. Varian (1994), S. 461; Richter/Furubotn (1999), S. 218.

[7] Vgl. z.B. Varian (1994), S. 462 f. für eine graphische Beschreibung dieser Problematik.

[8] Vgl. z.B. Varian (1994), S. 464; Erlei/Leschke/Sauerland (1999), S. 149; Richter/Furubotn (1999), S. 222 für eine Darstellung und Lösung äquivalenter Problemstellungen.

unter den Teilnahmebedingungen

$$s_1 - c_1(x_1) \geq 0 \tag{3.2}$$

$$s_2 - c_2(x_2) \geq 0 \tag{3.3}$$

und den Anreizbedingungen

$$s_1 - c_1(x_1) \geq s_2 - c_1(x_2) \tag{3.4}$$

$$s_2 - c_2(x_2) \geq s_1 - c_2(x_1) \tag{3.5}$$

Hier maximiert der Principal seinen Erwartungsnutzen (3.1) unter den Partizipationsbedingungen für Agent 1 (3.2) und Agent 2 (3.3). Die Anreizbedingung (3.4) für Agent 1 und die Anreizbedingung (3.5) für Agent 2 sichern, dass es sich für keinen der beiden Typen von Arbeitnehmern lohnt, den jeweils anderen Typen „vorzutäuschen“.[9]

Die Lösung des Problems ist durch folgende Gleichungen charakterisiert:

$$\frac{\partial c_1(x_1^*)}{\partial x_1} = 1 \tag{3.6}$$

$$\frac{\partial c_2(x_2^*)}{\partial x_2} = 1 + \frac{\Theta}{1 - \Theta}\left(c_1'(x_2^*) - c_2'(x_2^*)\right) \tag{3.7}$$

Aus Gleichung (3.6) folgt, dass der Arbeitnehmer vom *Typ 1 die gleiche Menge produziert, die er auch im first best-Fall produziert hätte.* Er erstellt die gleiche Menge, die er produzieren würde, wenn es nur Arbeitnehmer seines Typs geben würde. (3.7) zeigt, dass der *Arbeitnehmer mit den höheren Kosten weniger* produziert als im first best-Fall. Als Auszahlungsfunktionen ergeben sich:

$$s_1^* = s_2^* - c_1(x_2^*) + c_1(x_1^*) \tag{3.8}$$

$$s_2^* = c_2(x_2^*) \tag{3.9}$$

Der Arbeitnehmer mit den höheren Kosten erhält im Optimum also gerade seine Kosten erstattet $(s_2^* - c_2(x_2^*) = 0)$ und damit seinen Reservations-

[9] Diese Formulierung entspricht einem direkten Mechanismus, bei dem der Agent nach seinem Typ gefragt wird. Aufgrund des Revelationsprinzips (vgl. Kapitel 2 A.) führt eine solche Vorgehensweise zum optimalen Vertrag.

nutzen. Er ist also gerade indifferent zwischen Teilnahme und Nichtteilnahme. Der *Arbeitnehmer mit den niedrigeren Kosten* bekommt jedoch zusätzlich zu seinem Reservationsnutzen noch eine *Informationsrente.*[10] Diese hält ihn davon ab, sich wie ein Arbeitnehmer mit hohen Kosten zu verhalten. Diese strukturellen Eigenschaften der Lösung werden auch in adverse selection-Modellen mit einem Kontinuum an Typen deutlich.[11] Das Ergebnis des Optimierungsproblems Standard-SB kann der Principal dazu nutzen, Verträge zu gestalten, welche beide Agent-Typen gemäß den Modellannahmen in jedem Fall akzeptieren, und seinen erwarteten Gewinn berechnen.

Bei näherer Analyse dieses Standard-Modells werden die hohen Voraussetzungen an den Informationsstand des Principal deutlich. Die einzige Unbekannte ist der Typ des Agent, alle weiteren Informationen sind exakt bekannt: Reservationsnutzen, Nutzenfunktion des Agent, Auswahl an Typen mit dazugehörigen Wahrscheinlichkeiten. Das Wissen des Arbeitgebers wird auch bezüglich dieser Informationen eher vage sein. Insbesondere die *einfache Modellierung des Reservationsnutzens erscheint unrealistisch.*[12] Der Principal wird durch Umfeldinformationen vage Informationen über den Reservationsnutzen, den man auch als „Outside-Option“ bzw. „Outside-Opportunity“ interpretieren kann[13], haben.

In Principal-Agent-Modellen wird die Frage der asymmetrischen Informationsverteilung hinsichtlich des Agent-Nutzens bisher lediglich in Ansätzen behandelt. Die Konsequenzen unvollständiger Information über die Höhe des Reservationsnutzens wurden nur in Ausnahmefällen untersucht.[14] Unscharfe Informationen sind bis jetzt nicht in die Analyse mit einbezogen worden.

B. Modellierung unscharfer Information über den Reservationsnutzen mittels Fuzzy Sets

Informationen zur Bestimmung des Reservationsnutzens eines Arbeitnehmers kann der Arbeitgeber aus der Analyse bisher eingenommener Positionen oder vollendeter Projekte, aus Gesprächen mit ehemaligen Auftragge-

---

[10] Vgl. Varian (1994), S. 466 ff.; Erlei/Leschke/Sauerland (1999) S. 151 ff.; Richter/Furubotn (1999), S. 224 für eine graphische Interpretation der Ergebnisse.

[11] Vgl. z.B. Laffont/Tirole (1993), S. 57 ff. und S. 63 ff.

[12] Er wird „der Einfachheit halber auf Null gesetzt“ (siehe Varian (1994), S. 461). Vgl. Meinhövel (1999), S. 127 ff. und S. 137 ff. für eine kritische Diskussion der Standard-Modellierung des Reservationsnutzens.

[13] Vgl. Wolff (1999), S. 109 f.; Moore (1985).

[14] Vgl. Göx/Budde/Schöndube (2002). In diesem Paper wird erstmals eine Informationsasymmetrie bzgl. des Reservationsnutzens in einer moral hazard-Problematik mittels Wahrscheinlichkeitsverteilung modelliert.

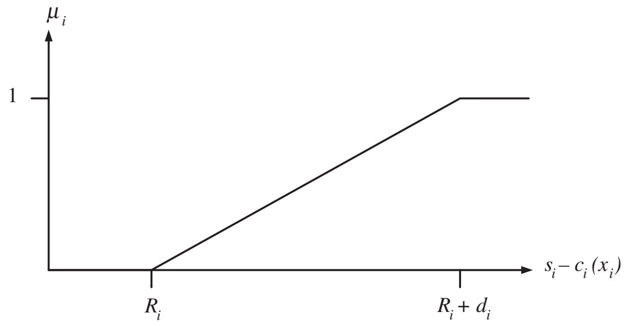

Abbildung 8: Darstellung unscharfer Information über den Reservationsnutzen mittels Fuzzy Set

bern oder allgemeinen Marktstudien etc. erhalten. Er bekommt einen vagen Eindruck von der Höhe der „Outside Option" des Agent, also von der Höhe des Nutzens, ab welcher der Agent den Vertrag annehmen wird. Er wird zwar keinen exakten Wert ermitteln, jedoch wird er einen Bereich angeben können, in dem der Reservationsnutzen liegt, und eine vage Vorstellung über die mögliche Höhe des Reservationsnutzens zwischen diesen Grenzen haben. Demzufolge wird er in der Lage sein, einen minimalen Wert anzugeben, den sein Angebot für Agent i nicht unterschreiten darf (R_i) und einen Wert, ab dem der Agent das Angebot wohl in jedem Fall annehmen wird ($R_i + d_i$). Damit lassen sich die *Teilnahmebedingungen der Agents nur noch als unscharfe Restriktionen formulieren.*[15] Der Vertrag (x_i, s_i) wird die Teilnahmebedingung jeweils zu einem bestimmten Grad erfüllen. Diese Grade lassen sich mit folgendem Fuzzy Set μ_i darstellen $(R_i, d_i > 0,\ i \in \{1, 2\})$:

$$(3.10) \qquad \mu_i = \begin{cases} 0 & : \quad s_i - c_i(x_i) < R_i \\ \dfrac{s_i - c_i(x_i) - R_i}{d_i} & : \quad R_i \leq s_i - c_i(x_i) \leq R_i + d_i \\ 1 & : \quad s_i - c_i(x_i) > R_i + d_i \end{cases}$$

Eine graphische Darstellung dieser Zugehörigkeitsfunktion liefert Abbildung 8.

Für den Verlauf der „Erfüllungsgrade" im Intervall $[R_i, R_i + d_i]$ wurde hier eine lineare Funktion unterstellt. Es sind auch andere funktionale Verläufe möglich. Der Principal wird jene Funktion unterstellen, die seinem

[15] Vgl. Rommelfanger (1995), S. 3 ff.; Rommelfanger (1996), S. 514 ff.; Orlovsky (1977), S. 197 ff.; Chanas (1983), S. 244 ff.; Werners (1984), S. 22 ff. und Kapitel 2 C. für eine Diskussion unscharfer Nebenbedingungen.

Wissen am ehesten entspricht.[16] Diese Erfüllungsgrade können auch als Zufriedenheitsgrade des Principal mit dem Angebot interpretiert werden. Da sich die Höhe des Reservationsnutzens in der Vertragsgestaltung widerspiegelt[17], d.h. der „gewährte" Reservationsnutzen den Gewinn des Principal reduziert, wird die Zufriedenheit des Principal mit steigendem Erfüllungsgrad der Teilnahmerestriktion abnehmen. Der *Auftraggeber wird abwägen, wie groß die Möglichkeit ist, dass der Agent sein Angebot annimmt und wie sein zugehöriger Gewinn dabei aussieht.* Der Principal wird also die Fuzzy-Restriktion im Sinne der Möglichkeitstheorie[18] interpretieren als die Möglichkeit, dass der beim Agent i durch den Vertrag (x_i, s_i) erzielte Nutzen dem Reservationsnutzen entspricht bzw. diesen übersteigt. Bei einem Möglichkeitsgrad in Höhe von 1 kann er davon ausgehen, dass der Vertrag in jedem Fall zustande kommt. Es bleibt bei ihm abzuwägen, bis zu welchem Möglichkeitswert das Geschäft für ihn vorteilhaft ist. Unter der Annahme, dass der Principal beide Agents unter Vertrag nehmen möchte, sind mögliche Verträge dadurch gekennzeichnet, dass $\mu_1 > 0$ und $\mu_2 > 0$. Durch Vorgabe eines Möglichkeitswertes $\alpha_i \in (0,1]$, $i \in \{1,2\}$, kann er durch die Bedingungen $\mu_1 \geq \alpha_1$ und $\mu_2 \geq \alpha_2$ Mindestmöglichkeitswerte für die Teilnahme beider Agent-Typen vorgeben.

Bei der hier getroffenen stückweise linearen Definition der Zugehörigkeitsfunktion für die Fuzzy-Restriktion können diese Nebenbedingungen wie folgt dargestellt werden:

$$s_1 - c_1(x_1) \geq R_1 + \alpha_1 d_1 \tag{3.11}$$

$$s_2 - c_2(x_2) \geq R_2 + \alpha_2 d_2 \tag{3.12}$$

Da hier keine Kompensation zwischen den beiden Nebenbedingungen möglich ist, werden die Nebenbedingungen sinnvoll mit dem Minimumoperator ausgewertet[19], und es gilt für die Möglichkeit α, dass der Vertrag mit beiden Agents zustande kommt, $\alpha = min\{\alpha_1, \alpha_2\}$.

---

[16] Im Folgenden wird stets ein linearer Verlauf unterstellt. Die abgeleiteten strukturellen Ergebnisse behalten jedoch auch bei anderen Funktionsverläufen Gültigkeit, so lange die unterstellten Funktionen monoton steigend sind. Vgl. Rommelfanger (1996), S. 514 für eine Darstellung anderer Verläufe und Hauke (1998) S. 82 für eine Diskussion von Transformationsmöglichkeiten nicht-linearer Funktionen in den Nebenbedingungen in lineare Funktionen.

[17] Vgl. Abschnitt A. II.

[18] Vgl. Zadeh (1978), Zimmermann (1996), S. 110 ff.; Derichs (1997), S. 27 f.; Holzapfel (2000), S. 82; Wolf (1988), S. 96 ff.; Bandemer/Gottwald (1993), S. 90 ff. und Kapitel 2 C.

[19] Vgl. Verdegay (1982), S. 231 f., Rommelfanger (1994), S. 178.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

C. Analyse eines adverse selection-Modells mit unscharfen Marktinformationen über den Reservationsnutzen

I. First best- und second best-Lösung des adverse selection-Modells mit unscharfen Marktinformationen über den Reservationsnutzen

Nun kann der Principal für jeden Agent-Typ ein α-Niveau für die Möglichkeit (bzw. den Reservationsnutzen) vorgeben, dass der Vertrag angenommen wird, und sein Problem auf diesem festgelegten Niveau optimieren. Damit wird eine Möglichkeitsfunktion für den realisierbaren Gewinn erzeugt. Diese Optimierungsform entspricht einer *parametrischen Optimierung.*[20]

Im Folgenden wird das Problem für den Fall gelöst, dass nur allgemeine Marktinformationen über den Reservationsnutzen der Agents unabhängig vom Typ vorhanden sind. Es wird also angenommen, dass der *Principal vage Informationen über den Reservationsnutzen hat, den der Agent unabhängig vom Typ am Markt erzielen kann.* Die daraus resultierende unscharfe Lösung für den Principal wird dargestellt und seine Entscheidungssituation analysiert. In diesem Modell ist $\mu_1 = \mu_2$, d.h. die Grenzen R_i und $R_i + d_i$ sind identisch für beide Agents und können mit R und $R + d$ beschrieben werden. Die Zugehörigkeitsfunktionen μ_i für die unscharfe Restriktion ergibt sich gemäß (3.10) für $i \in \{1, 2\}$:

$$\mu_i = \begin{cases} 0 & : \quad s_i - c_i(x_i) < R \\ \dfrac{s_i - c_i(x_i) - R}{d} & : \quad R \leq s_i - c_i(x_i) \leq R + d \\ 1 & : \quad s_i - c_i(x_i) > R + d \end{cases}$$

Im Fall vollständiger Information muss der Principal lediglich die Teilnahmebedingungen beachten. Es ergibt sich also für ihn das folgende Problem:

$$\max_{x_1,\, x_2,\, s_1,\, s_2} G = (x_1 - s_1) + (x_2 - s_2)$$

$$s_1 - c_1(x_1) \geq R + \alpha d$$

$$s_2 - c_2(x_2) \geq R + \alpha d$$

[20] Vgl. Hauke (1998), S. 78 f.; Verdegay (1982); Orlovsky (1977) S. 197 ff.; Zimmermann (1996), S. 294 f.; Chanas (1983); Chanas (1989) und Kapitel 2 D.

Beide Teilnahmebedingungen werden im Optimum binden. Es gilt also:

$$s_1 = R + \alpha d + c_1(x_1)$$

$$s_2 = R + \alpha d + c_2(x_2)$$

Nach Einsetzen der Nebenbedingungen in die Zielfunktion ergibt sich durch Ableitung nach x_1 bzw. x_2 die Optimalitätsbedingung $\frac{\partial c_1(x_1^*)}{\partial x_1} = \frac{\partial c_2(x_2^*)}{\partial x_2} = 1$. Für den *first best-Fall* unter Beachtung unscharfer Informationen über den Reservationsnutzen ergeben sich also die *gleichen Mengen x_1^* und x_2^* wie in dem Standard-Modell.* Die *unscharfe Information* muss jedoch *bei den Zahlungen berücksichtigt* werden. Die *Möglichkeit, dass der Agent den Vertrag akzeptiert, ist unabhängig vom Typ mit α festgelegt.*

Im *Fall der asymmetrisch verteilten Information* sind die first best-Verträge nicht anreizkompatibel. Agent 1 würde vortäuschen, ein Agent vom Typ 2 zu sein, da er so ein Nutzenniveau erreicht, das größer ist als $R + \alpha d$.[21] Der Principal kann sich wiederum besser stellen, wenn er die Anreizkompatibilitätsbedingungen beachtet und folgendes *Optimierungsproblem ASF1 löst:*

$$\max_{x_1,\, x_2,\, s_1,\, s_2} G = \Theta(x_1 - s_1) + (1 - \Theta)(x_2 - s_2) \tag{3.13}$$

unter den Teilnahmebedingungen

$$s_1 - c_1(x_1) \geq R + \alpha d \tag{3.14}$$

$$s_2 - c_2(x_2) \geq R + \alpha d \tag{3.15}$$

und den Anreizbedingungen

$$s_1 - c_1(x_1) \geq s_2 - c_1(x_2) \tag{3.16}$$

$$s_2 - c_2(x_2) \geq s_1 - c_2(x_1) \tag{3.17}$$

Gemäß den Ausführungen in Kapitel 2 D. wird durch die parametrische Optimierung eine *„unscharfe Entscheidung“ in Form eines Fuzzy Sets er-*

[21] Für den Nutzen des Agent 1 gilt bei der Wahl des first best-Vertrages (x_2^*, s_2^*): $s_2^* - c_1(x_2^*) = R + \alpha d + c_2(x_2^*) - c_1(x_2^*) > R + \alpha d$.

zeugt.[22] Diese Lösung kann als *Möglichkeits-/Gewinnfunktion* interpretiert werden. Folgender Satz beschreibt die abgeleitete Möglichkeits-/Gewinnverteilung:[23]

Satz 3.1

Die Möglichkeitsverteilung des Gewinns G des Principal für das Optimierungsproblem ASF1 ist gegeben mit

$$\mu_p(G) = \begin{cases} 1 & : \quad G < K - d \\ \alpha & : \quad K - d \leq G \leq K \\ 0 & : \quad G > K \end{cases}$$

wobei

$$\begin{aligned} K &= \Theta(x_1^* - c_2(x_2^*) + c_1(x_2^*) - c_1(x_1^*)) + (1 - \Theta)(x_2^* - c_2(x_2^*)) - R \\ \alpha &= \frac{K - G}{d} \\ c_1'(x_1^*) &= 1 \\ c_2'(x_2^*) &= 1 + \frac{\Theta}{1 - \Theta}\,[c_1'(x_2^*) - c_2'(x_2^*)] \\ s_1^* &= R + \alpha d - c_1(x_2^*) + c_1(x_1^*) + c_2(x_2^*) \\ s_2^* &= R + \alpha d + c_2(x_2^*) \end{aligned}$$

Satz 3.1 kann *wie folgt bewiesen* werden:[24]

Bevor man das Optimum des Problems bestimmt, können einige grundsätzliche Überlegungen zur Struktur des Problems die Lösung vereinfachen:

---

[22] Eine scharfe Entscheidung wäre nur dann erreichbar, wenn der Principal eine Zufriedenheitsfunktion bezüglich des Gewinns angeben könnte. Aus der Verknüpfung der Möglichkeitsfunktion mit dieser Zufriedenheitsfunktion ist dann analog des Optimierungskriteriums von Bellman/Zadeh (1970) eine Entscheidung ableitbar. In der bisherigen Formulierung des adverse selection-Modells erscheint eine Optimierung nach Bellman/Zadeh ungeeignet, da das unscharfe Wissen über den Reservationsnutzen des Agent und die Zielfunktion des Principal inhaltlich nicht vergleichbar sind und so nicht sinnvoll mittels Verknüpfungsoperatoren zu einer Lösung verdichtet werden können (vgl. Kapitel 2 D.).

[23] Der Verlauf der Möglichkeitsfunktion für den Gewinn hängt natürlich von der unterstellten Zugehörigkeitsfunktion für den Reservationsnutzen ab. Die Grenzen für die Zugehörigkeitsgrade 1 und 0 bleiben jedoch unverändert, solange die betrachteten Funktionen monoton steigend sind.

[24] Für eine Beweisführung ohne unscharfe Information über den Reservationsnutzen vgl. Varian (1994), S. 464 ff.

Aus den Anreizverträglichkeitsbedingungen folgt zunächst, dass die Produktionsmenge des Agent 2 höchstens so groß sein kann, wie die Produktionsmenge des Agent 1: Aus (3.16) und (3.17) erhält man:

$$s_2 \leq s_1 - c_1(x_1) + c_1(x_2) \tag{3.18}$$

$$s_2 \geq s_1 - c_2(x_1) + c_2(x_2) \tag{3.19}$$

und damit:

$$c_1(x_2) - c_1(x_1) \geq c_2(x_2) - c_2(x_1) \tag{3.20}$$

Da für das hier betrachtete Problem die „single crossing property“[25] gilt, folgt, dass $x_2 \leq x_1$.

Betrachtet man die Teilnahmebedingungen beider Agent-Typen, so erkennt man, dass die Teilnahmebedingung des Agent 1 (3.14) redundant ist, da gilt:

$$s_1 - c_1(x_1) \geq s_2 - c_1(x_2) > s_2 - c_2(x_2) \geq R + \alpha d \tag{3.21}$$

Ist also die Teilnahmebedingung für Agent 2 erfüllt, gilt dies auch für Agent 1.

Die Teilnahmebedingung des Agent 2 muss im Optimum bindend sein, da man sonst s_1 und s_2 reduzieren könnte, ohne eine der Nebenbedingungen zu verletzen. Somit könnte der Principal besser gestellt werden. Es gilt also:

$$s_2 = R + \alpha d + c_2(x_2) \tag{3.22}$$

Betrachtet man die Anreizbedingung (3.16) des Agent 1, so wird deutlich, dass diese im Optimum bindend sein muss. Ansonsten könnte man s_1 reduzieren, ohne eine Nebenbedingung zu verletzen, was das Ergebnis des Principal verbessern würde. Demnach gilt:

$$s_1 = s_2 - c_1(x_2) + c_1(x_1) \tag{3.23}$$

Dies kann auch mittels folgender Isoquantenbetrachtung illustriert werden.

[25] Vgl. Kapitel 3 A. I.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

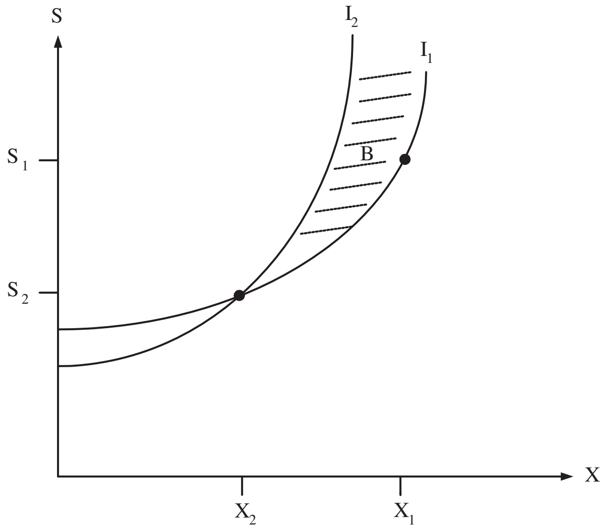

Abbildung 9: Isoquanten der Agents

Die Isoquante vom Typ i lässt sich beschreiben mit $s_i - c_i(x_i) = I_i$ bzw. $s_i = I_i + c_i(x_i)$. Durch die „single crossing property" ist garantiert, dass die Isoquanten genau einen Schnittpunkt haben. In Abbildung 9 sei (x_2, s_2) der Vertrag, der Agent 2 angeboten wird. Betrachtet man nun die Isoquante I_1 des Agent 1 durch diesen Punkt, wird deutlich, dass der Vertrag (x_1, s_1) nicht rechts unterhalb von I_1 liegen kann, da Agent 1 sonst (x_2, s_2) wählen würde. Er kann auch nicht links oberhalb von I_2 liegen, da es ansonsten für den Agent 2 vorteilhaft wäre, den Agent 1 „vorzutäuschen" (bzw. (x_1, s_1) zu wählen). Der Vertrag liegt also im Bereich B. Läge (x_1, s_1) streng oberhalb von I_1 könnte der Principal die Zahlung an Agent 1 reduzieren, ohne eine Nebenbedingung zu verletzen, und seinen Gewinn erhöhen, was im Optimum nicht möglich ist. Der Vertrag liegt auf I_1 und Anreizbedingung (3.16) ist bindend.

Aus Abbildung 9 wird außerdem deutlich, dass die Anreizbedingung für Agent 2 für $x_1 > x_2$ nicht bindend sein kann. Somit lässt sich folgendes Ersatzproblem aufstellen und lösen:

$$\text{(3.24)} \qquad \max_{x_1,\,x_2} G = \Theta(x_1 - \overbrace{R - \alpha d - c_2(x_2) + c_1(x_2) - c_1(x_1)}^{s_1}) + (1-\Theta)(x_2 - \overbrace{R - \alpha d - c_2(x_2)}^{s_2})$$

unter der Nebenbedingung $x_1 > x_2$.

Ignoriert man zunächst die Nebenbedingung und optimiert die Zielfunktion, so erhält man als notwendige Bedingungen für das Optimum:

$$\text{(3.25)} \qquad \frac{\partial G}{\partial x_1} = \Theta(1 - c_1'(x_1)) = 0$$

$$\text{(3.26)} \qquad \frac{\partial G}{\partial x_2} = \Theta(c_1'(x_2) - c_2'(x_2)) + (1-\Theta)[1 - c_2'(x_2)] = 0$$

Durch Umformung erhält man nun die in Satz 3.1 angegebenen Bedingungen für $c_1'(x_1^*)$ und $c_2'(x_2^*)$. Da $c_1'(x_1^*) = 1 > c_2'(x_2^*)$ folgt aus der Konvexität der Kostenfunktionen und aus $c_1'(x) < c_2'(x) \forall x$, dass $x_1^* > x_2^*$. Die Nebenbedingung $x_1 > x_2$ ist also erfüllt. Die Zahlungen für Agent 1 und Agent 2 können damit angegeben werden als:

$$s_1 = \begin{cases} R + \alpha d + c_2(x_2^*) - c_1(x_2^*) + c_1(x_1^*) & : \quad x_1 = x_1^* \\ -\infty & : \quad sonst \end{cases}$$

$$s_2 = \begin{cases} R + \alpha d + c_2(x_2^*) & : \quad x_2 = x_2^* \\ -\infty & : \quad sonst \end{cases}$$

Der Erwartungswert des Gewinns des Principal ergibt sich nun als:

$$\begin{aligned} G &= \Theta(x_1^* - s_1^*) + (1-\Theta)(x_2^* - s_2^*) \\ &= \Theta(x_1^* - R - \alpha d - c_2(x_2^*) + c_1(x_2^*) - c_1(x_1^*)) + (1-\Theta)(x_2^* - R - \alpha d - c_2(x_2^*)) \\ &= \Theta(x_1^* - c_2(x_2^*) + c_1(x_2^*) - c_1(x_1^*)) + (1-\Theta)(x_2^* - c_2(x_2^*)) - (R + \alpha d) \\ &= K - \alpha d \end{aligned}$$

Für $\alpha = 0$ ergibt sich die Grenze K für den Gewinn, der als „unmöglich" angesehen wird, ab $\alpha = 1$ beginnt der Bereich bei $K - d$, der mit der Möglichkeit 1 angenommen werden kann. Daraus ergibt sich die in Satz 3.1 angegebene Möglichkeitsfunktion für den Gewinn des Principal, die in Abbildung 10 dargestellt ist.

Ende Beweis Satz 3.1.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

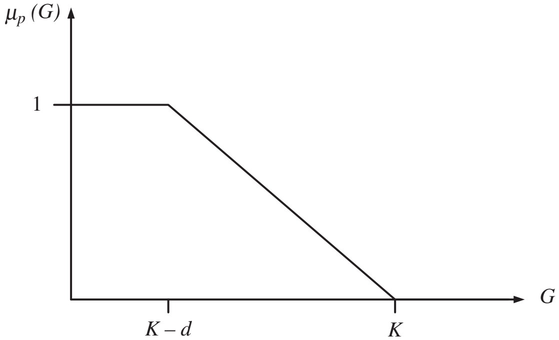

Abbildung 10: Möglichkeits-/Gewinnfunktion des Principal bei unscharfem Marktreservationsnutzen

II. Analyse der Ergebnisse des adverse selection-Modells mit unscharfen Marktinformationen über den Reservationsnutzen

Bei Betrachtung der optimalen Verträge (x_1^*, s_1^*) und (x_2^*, s_2^*) aus Satz 3.1 fällt zunächst auf, dass die *optimalen Mengen* x_1^* *und* x_2^* *unabhängig von der zugrundeliegenden Möglichkeit* α *für die Annahme der Verträge sind.* Nur die *Zahlungen* an die Agents und damit die Aufteilung des erzielten Gesamtgewinns sind *von der Höhe des im Vertrag zugrundegelegten Reservationsnutzens abhängig.* Agent 2 erhält nach Satz 1 nur den angenommenen Reservationsnutzen erstattet, während Agent 1 zusätzlich eine Informationsrente in Höhe von $c_2(x_2^*) - c_1(x_2^*)$ erhält.

Die Möglichkeitsfunktion liefert keine „scharfe" Entscheidung. Der *Principal* muss vielmehr *abwägen, wie er das Verhältnis Gewinn vs. Möglichkeit, dass die Kooperation zustande kommt, einschätzt.* Er kann entweder Verträge vorschlagen, bei denen die Möglichkeit gemäß seines Wissensstandes eins ist, und damit beide Agent-Typen sicher das Angebot akzeptieren werden. Damit realisiert er den geringsten Gewinn, dem ein positiver Möglichkeitswert zugewiesen wird. Oder er legt einen Reservationsnutzen zugrunde, der einen Möglichkeitswert kleiner eins hat und zu einem für ihn höheren Gewinn führt. Er riskiert dabei allerdings, dass nicht mehr beide Agent-Typen oder keiner der beiden Agent-Typen den Vertrag annehmen. Dabei ist jedoch Folgendes zu beachten: Im Optimum ist nur die Teilnahmebedingung des Agent 2 bindend. Agent 1 erhält zusätzlich zum Reservationsnutzen eine Informationsrente. Akzeptiert Agent 2 das Angebot, so wird Agent 1 ebenfalls dem Vertrag zustimmen. Damit gibt α die Möglichkeit wieder, dass der Vertrag den Reservationsnutzen von Agent-Typ 2 erfüllt und beide Agent-Typen verpflichtet werden können. Der *Vertrag*

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

(x_1^*, s_1^*) *wird hingegen mit der Möglichkeit* $\alpha_1 = \alpha + \frac{c_2(x_2^*) - c_1(x_2^*)}{d} > \alpha$ *von Agent-Typ 1 angenommen,* wie folgende Überlegung zeigt:

$$s_1^* = R + \alpha d - c_1(x_2^*) + c_1(x_1^*) + c_2(x_2^*)$$

$$\begin{aligned}
\mu_1 &= \frac{s_1^* - c_1(x_1^*) - R}{d} \\
&= \frac{R + \alpha d - c_1(x_2^*) + c_1(x_1^*) + c_2(x_2^*) - c_1(x_1^*) - R}{d} \\
&= \alpha + \frac{c_2(x_2^*) - c_1(x_2^*)}{d} \\
&= \alpha_1
\end{aligned}$$

Der mit der Möglichkeit α_1 realisierbare Gewinn beträgt

$$G_1 = \Theta(x_1^* - R - \alpha d - c_2(x_2^*) + c_1(x_2^*) - c_1(x_1^*)) < G$$

In seiner Vertragsgestaltung kann der Principal demzufolge den Gesamtgewinn G, den er mit der Möglichkeit α realisiert, gegen den Gewinn, den er mit Agent-Typ 1 mit der Möglichkeit α_1 allein erzielen kann, abwägen. Zudem kann er die Möglichkeit, dass gar keine Kooperation zustande kommt, mit $(1 - \alpha_1)$ abschätzen. Einen entscheidenden Parameter stellt dabei die Wahrscheinlichkeit Θ für Agent 1 dar. Er bestimmt, wie groß das Verhältnis G_1/G ist. Ist Θ groß, wird sich der Principal eher dafür entscheiden, einen Vertrag mit $\alpha < 1$ anzubieten, um damit den möglichen Gewinn bei Teilnahme beider Agent-Typen zu erhöhen. Diese *Diskriminierung der Möglichkeitsgrade zwischen den Agent-Typen* ist ein Ergebnis der Berücksichtigung der Anreizbedingungen und war *im first best-Fall nicht enthalten.*

D. Adverse selection-Modell mit unscharfen Informationen über den Reservationsnutzen einzelner Agent-Typen

I. First best- und second best-Lösung des adverse selection-Modells mit unscharfer Information über den Reservationsnutzen einzelner Agent-Typen

Nun wird der Fall betrachtet, dass der Principal vage Informationen über den Reservationsnutzen der einzelnen Agent-Typen hat, es liegen *unterschiedliche „Outside-Opportunities" für Agent 1 und 2* vor. Der Arbeitgeber kann also die Teilnahmebedingungen weiter spezifizieren. Innerhalb der

Zugehörigkeitsfunktionen der unscharfen Restriktion kann jetzt gelten, dass $R_1 \neq R_2, d_1 \neq d_2, \alpha_1 \neq \alpha_2$.

Im *Fall vollständiger Information* ergibt sich dann für den Principal folgendes Optimierungsproblem:

$$\max_{x_1,\, x_2,\, s_1,\, s_2} \Theta(x_1 - s_1) + (1 - \Theta)(x_2 - s_2)$$

unter den Teilnahmebedingungen

$$s_1 - c_1(x_1) \geq R_1 + \alpha_1 d_1$$
$$s_2 - c_2(x_2) \geq R_2 + \alpha_2 d_2$$

Im Optimum werden beide Teilnahmebedingungen binden. Es gilt also $s_1 = R_1 + \alpha_1 d_1 + c_1(x_1)$ und $s_2 = R_2 + \alpha_2 d_2 + c_2(x_2)$. Eingesetzt in die Zielfunktion des Principal ergibt sich damit:

$$\max_{x_1,\, x_2} \Theta(x_1 - R_1 - \alpha_1 d_1 - c_1(x_1)) + (1 - \Theta)(x_2 - R_2 - \alpha_2 d_2 - c_2(x_2))$$

Als Bedingungen erster Ordnung erhält man:

$$\frac{\partial}{\partial x_1} = \Theta(1 - c_1'(x_1)) = 0$$
$$\frac{\partial}{\partial x_2} = (1 - \Theta)(1 - c_2'(x_2)) = 0$$

Daraus folgt, dass $c_1'(x_1^*) = c_2'(x_2^*) = 1$ und aufgrund der „single crossing property" $x_2^* < x_1^*$. Die optimalen Mengen sind unabhängig von der unscharfen Information über den Reservationsnutzen.

Als Gewinn ergibt sich $G = \Theta(x_1 - c_1(x_1^*) - R_1 - \alpha_1 d_1)) + (1 - \Theta) \cdot (x_2 - c_2(x_2^*) - R_2 - \alpha_2 d_2)$ mit der Möglichkeit $\alpha = min\{\alpha_1, \alpha_2\}$, dass beide Agents teilnehmen. Für jeden Agent kann nun zusätzlich die Möglichkeit, dass er den Vertrag annimmt, separat angegeben werden. Es wird also $G_1 = \Theta(x_1 - c_1(x_1^*) - R_1 - \alpha_1 d_1)$ mit der Möglichkeit α_1 und $G_2 = (1 - \Theta)(x_2 - c_2(x_2^*) - R_2 - \alpha_2 d_2)$ mit der Möglichkeit α_2 realisiert.

Im *Fall asymmetrischer Information* sind die für den first best-Fall ermittelten Allokationen nicht zwangsläufig anreizkompatibel. So wird Agent 2 vortäuschen, Agent 1 zu sein, wenn gilt:

$$R_1 + \alpha_1 d_1 + c_1(x_1^*) - c_2(x_1^*) \quad > \quad R_2 + \alpha_2 d_2$$
$$bzw.$$
$$\underbrace{R_1 + \alpha_1 d_1 - (R_2 + \alpha_2 d_2)}_{\Delta R} \quad > \quad \underbrace{c_2(x_1^*) - c_1(x_1^*)}_{\Delta K_1}$$

Es hängt also von der Differenz der Reservationsnutzen und der Kostenfunktionen ab, ob es sich für den Agent 2 lohnt, den anderen Typ vorzutäuschen.

Agent 1 wird angeben, vom Typ 2 zu sein, wenn

$$R_1 + \alpha_1 d_1 \quad < \quad R_2 + \alpha_2 d_2 + c_2(x_2^*) - c_1(x_2^*)$$
$$bzw.$$
$$\underbrace{R_1 + \alpha_1 d_1 - (R_2 + \alpha_2 d_2)}_{\Delta R} \quad < \quad \underbrace{c_2(x_2^*) - c_1(x_2^*)}_{\Delta K_2}$$

Es sieht also so aus, dass die *Differenz der für möglich gehaltenen Reservationsnutzen ΔR entscheidet, wie die Anreize verteilt sind, den jeweils falschen Typ anzugeben.* Diese Differenz lässt sich vom Principal durch die Zuordnung der Möglichkeitswerte α_i in gewissem Umfang steuern.

Da in der first best-Allokation $x_1^* > x_2^*$ gilt, ist aufgrund der „single crossing property“ $\Delta K_1 > \Delta K_2$. Es kann für die first best-Verträge nur jeweils für einen Agent-Typ vorteilhaft sein, den anderen vorzutäuschen.

Schon die hier angestellten Überlegungen zeigen, dass die Lösung des Optimierungsproblems bei asymmetrischer Information andere Charakteristika aufweist als in der Situation aus Kapitel 3 C., bei dem es nur für Agent 1 vorteilhaft sein konnte, Agent 2 vorzutäuschen.

Bevor nun das Problem für asymmetrische Information gelöst wird, sei noch kurz untersucht, ob es für den Principal besser sein kann, einen „Poolingvertrag“ (x_P, s_P) anzubieten, der von beiden Agents die gleiche Menge zu dem gleichen Preis verlangt. Der Vertrag (x_P, s_P) müsste beide Teilnahmebedingungen erfüllen. Der dann gewährte minimale Nutzen für beide Agents ergibt sich aus $R = max\{R_1 + \alpha_1 d_1, R_2 + \alpha_2 d_2\}$.[26] Durch diese Anhebung des „Gesamtnutzenniveaus“ der Agents stellt sich der Principal schlechter, als wenn er diskriminierende Verträge anbietet.[27]

[26] Es muss gelten: $s_p - c_1(x_p) \geq R_1 + \alpha_1 d_1$ und $s_p - c_1(x_p) \geq s_p - c_2(x_p) \geq R_2 + \alpha_2 d_2$. Der Vertrag (x_p, s_p) muss also mindestens das Nutzenniveau $R = max\{R_1 + \alpha_1 d_1, R_2 + \alpha_2 d_2\}$ garantieren.

[27] Für beide Agent-Typen ergibt sich dann die höchst mögliche Zahlung $s_p = R + c_2(x_p)$.

Deshalb wird nun analysiert, wie der Principal basierend auf seiner vagen Information diskriminierende Verträge für Agent 1 und Agent 2 gestalten sollte. Insgesamt ergibt sich jetzt für den Principal das *Optimierungsproblem ASF2:*

$$\max_{x_1,\, x_2,\, s_1,\, s_2} \Theta(x_1 - s_1) + (1 - \Theta)(x_2 - s_2) \tag{3.27}$$

unter den Teilnahmebedingungen

$$s_1 - c_1(x_1) \geq R_1 + \alpha_1 d_1 \tag{3.28}$$

$$s_2 - c_2(x_2) \geq R_2 + \alpha_2 d_2 \tag{3.29}$$

und den Anreizbedingungen

$$s_1 - c_1(x_1) \geq s_2 - c_1(x_2) \tag{3.30}$$

$$s_2 - c_2(x_2) \geq s_1 - c_2(x_1) \tag{3.31}$$

Dieses Problem lässt sich gemäß folgendem Satz 3.2 *in 3 Regime bzw. Teilprobleme aufteilen.*[28]

Satz 3.2

Das Optimierungsproblem ASF2 des Principal lässt sich durch folgende Regime charakterisieren:

(R1) Beide Teilnahmebedingungen sind bindend.

(R2) Teilnahmebedingung von Agent 1 und Anreizbedingung von Agent 2 sind bindend.

(R3) Teilnahmebedingung von Agent 2 und Anreizbedingung von Agent 1 sind bindend.

Zur *Herleitung von Satz 3.2* lässt sich analog zu den Überlegungen zu Satz 3.1 zunächst feststellen, dass die Menge, die Agent 1 produziert, immer mindestens so groß sein muss wie die Menge, die Agent 2 produziert. Es gilt also $x_2 \leq x_1$.[29] Außerdem gilt:

Lemma A

Bei diskriminierenden Verträgen können nie beide Anreizbedingungen gleichzeitig bindend sein.

[28] Ohne diese Aufteilung könnten prinzipiell jetzt alle Nebenbedingungen des Optimierungsproblems ASF2 als bindend angesehen werden. Ein Lösungsweg zur Ableitung notwendiger Bedingungen für die optimalen Verträge würde dann über die Kuhn-Tucker-Bedingungen führen (vgl. Beweis Satz 4.1).

[29] Vgl. Beweis Satz 3.1 S. 55 f.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

Das Gleichsetzen beider Anreizbedingungen liefert die Bedingung $x_1 = x_2$. Damit ist kein diskriminierender Vertrag mehr möglich. Die Überlegungen zum Ergebnis des first best-Falls haben außerdem gezeigt, dass es jeweils nur für einen Agent-Typ vorteilhaft sein kann, den anderen Typen vorzutäuschen. Es kann also nur eine Anreizbedingung bindend sein.

Weiter reduzieren auf die in Satz 3.2 aufgeführten Teilprobleme lässt sich das Optimierungsproblem ASF2 durch folgendes Lemma B.

Lemma B

Für jeden Agent-Typ ist im Optimum mindestens eine von beiden Bedingungen (Teilnahmebedingung oder Anreizbedingung) bindend.

Die Gültigkeit von Lemma B ergibt sich aus folgenden Überlegungen:

Aus der Teilnahmebedingung und der Anreizbedingung für Agent 1 folgt:

$$s_1 \geq R_1 + \alpha_1 d_1 + c_1(x_1)$$
$$s_1 \geq s_2 - c_1(x_2) + c_1(x_1)$$

Eine von obigen Gleichungen muss im Optimum bindend sein, sonst könnte man s_1 reduzieren, ohne eine Nebenbedingung zu verletzen und den Principal so besser stellen. Zudem ergibt sich, dass die Teilnahmebedingung (Anreizbedingung) für Agent 1 bindend ist, falls $R_1 + \alpha_1 d_1 > (<)\ s_2 - c_1(x_2)$.

Für Agent 2 erhält man:

$$s_2 \geq R_2 + \alpha_2 d_2 + c_2(x_2)$$
$$s_2 \geq s_1 - c_2(x_1) + c_2(x_2)$$

Auch hier muss eine der beiden Bedingungen bindend sein und man erkennt, dass die Teilnahmebedingung (Anreizbedingung) für Agent 2 bindend ist, falls $R_2 + \alpha_2 d_2 > (<)\ s_1 - c_2(x_1)$.

Aus Lemma A und Lemma B folgt, dass nur die in Satz 3.2 dargestellten Regime betrachtet werden müssen.[30]

Ende Beweis Satz 3.2

[30] Für den Fall, dass für einen Agent-Typ sowohl Anreizbedingung als auch Teilnahmebedingung bindend sind, entspricht der Reservationsnutzen gerade dem Wert des „Vortäuschens" des jeweils anderen Typs. Es würde für Typ 1 gelten: $R_1 + \alpha_1 d_1 = s_2 - c_1(x_2)$ bzw. für Typ 2 $R_2 + \alpha_2 d_2 = s_1 - c_2(x_1)$. In diesem Fall erhält der Agent keinen Nutzengewinn durch die Angabe des falschen Typs und für diesen Fall wird angenommen, dass er richtig berichtet. Die Lösung entspricht dann Regime 1.

Die Überlegungen zu Lemma B zeigen, dass es von der vagen Information und der Möglichkeit α_1 bzw. α_2, dass die Verträge akzeptiert werden, abhängt, welche Teilnahmebedingungen und Anreizbedingungen bindend sind. *Das unscharfe Wissen bestimmt also, welches Teilproblem betrachtet werden muss.* Diese Abhängigkeit der Lösung von dem unscharfen Wissen über den Reservationsnutzen der Agents spiegelt sich in den Lösungssätzen 3.3, 3.4 und 3.5 für Regime 1, Regime 2 und Regime 3 wider.[31]

Satz 3.3

Für Regime 1 wird die first best-Allokation erreicht, es gilt also $c_1'(x_{1R1}^*) = c_2'(x_{2R1}^*) = 1$. *Zudem gilt:*

$$\overbrace{R_1 + \alpha_1 d_1 - (R_2 + \alpha_2 d_2)}^{\Delta R} > \overbrace{c_2(x_{2R1}^*) - c_1(x_{2R1}^*)}^{\Delta K_{2R1}}$$
$$R_1 + \alpha_1 d_1 - (R_2 + \alpha_2 d_2) < \underbrace{c_2(x_{1R1}^*) - c_1(x_{1R1}^*)}_{\Delta K_{1R1}}$$

Satz 3.4

Für Regime 2 gilt:

$$\underbrace{R_1 + \alpha_1 d_1 - (R_2 + \alpha_2 d_2)}_{\Delta R} > \underbrace{c_2(x_{1R2}^*) - c_1(x_{1R2}^*)}_{\Delta K_{1R2}}$$

und die zugehörigen Allokationen sind:

$$c_1'(x_{1R2}^*) = 1 + \frac{1-\Theta}{\Theta}\left(c_2'(x_{1R2}^*) - c_1'(x_{1R2^*})\right) > 1$$
$$c_2'(x_{2R2}^*) = 1$$

Satz 3.5

Für Regime 3 gilt:

$$\underbrace{R_1 + \alpha_1 d_1 - (R_2 + \alpha_2 d_2)}_{\Delta R} < \underbrace{c_2(x_{2R3}^*) - c_1(x_{2R3}^*)}_{\Delta K_{2R3}}$$

und die zugehörigen Allokationen sind:

$$c_1'(x_{1R3}^*) = 1$$
$$c_2'(x_{2R3}^*) = 1 + \frac{\Theta}{1-\Theta}\left(c_1'(x_{2R3}^*) - c_2'(x_{2R3}^*)\right) < 1$$

---

[31] Beweis für Satz 3.3–3.5 siehe Anhang A, S. 130 ff. In den Sätzen 3.3–3.5 ist x_{iRj}^* die Menge, die von Agent-Typ i im Regime j erzeugt wird.

In *Regime 1* entsprechen die produzierten Mengen also den Mengen, die auch im first best-Fall erzeugt würden. Beide Agents erhalten den angenommenen Reservationsnutzen, der jeweils größer ist als der Wert des „Vortäuschens“. Innerhalb des Regimes gilt, dass die Differenz zwischen den Reservationsnutzen ΔR größer ist als die Kostendifferenz der beiden Agents bei der Menge x^*_{2R1}, ΔK_{2R1}, und kleiner als die Kostendifferenz bei der Menge x^*_{1R1}, ΔK_{1R1}. Aus $x^*_{1R1} > x^*_{2R1}$ folgt zudem $\Delta K_{1R1} > \Delta K_{2R1}$.

In *Regime 2* produziert Agent 1 mehr als unter first best-Bedingungen und erhält im Gegenzug eine höhere Zahlung. Er erreicht insgesamt das gleiche Nutzenniveau. Agent 2 produziert die gleiche Menge wie im first best-Fall. Er erhält einen im Vergleich zu Regime 1 höheren Lohn. Dieses Regime ist gültig, falls für die ermittelte optimale Menge x^*_{1R2} die Kostendifferenz ΔK_{1R2} der beiden Agents kleiner ist als die Differenz der angenommenen Reservationsnutzen.

Die Mengen x^*_{1R3} und x^*_{2R3}, die in *Regime 3* produziert werden, sind identisch zu den Mengen aus dem Modell, bei dem nur vage Information über den Marktreservationsnutzen unabhängig vom Agent-Typ bekannt war.[32] Regime 3 hat Gültigkeit, wenn die Differenz der angenommenen Reservationsnutzen ΔR kleiner ist als die Kostendifferenz der Agents ΔK_{2R3} bei der Menge x^*_{2R3}.

II. Analyse der Ergebnisse des adverse selection-Modells mit unscharfen Informationen über den Reservationsnutzen einzelner Agent-Typen

Gemäß den Lösungssätzen 3.3–3.5 sollte der *Principal basierend auf der vagen Information über den Reservationsnutzen* und der von ihm gewählten Möglichkeit, dass die Kooperation zustande kommt, *unterschiedliche Verträge* anbieten. Über die mögliche Differenz der Reservationsnutzen des Agent-Typs 1 und Agent-Typs 2 erkennt er, welches Regime für ihn relevant ist. Die *Lösung dieses Modells ist somit strukturell unterschiedlich zum Modell aus Kapitel 3 C.,* bei dem keine separaten vagen Informationen über den Reservationsnutzen für jeden Agent-Typ vorlagen. Unter der Annahme, dass er beide Agent-Typen unter Vertrag nehmen möchte, ist die Möglichkeit des realisierbaren Gewinns gegeben mit $\mu_P = min\{\alpha_1, \alpha_2\}$.

Durch einen Vergleich der optimalen Mengen und der daraus resultierenden kritischen Kostendifferenzen der einzelnen Regime lässt sich die *Entscheidungssituation des Principal nun weiter spezifizieren.*

[32] Vgl. Satz 3.1.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

Die *optimalen Mengen* sind innerhalb der Regime unabhängig von der vagen Information über den Reservationsnutzen, also unabhängig von ΔR. Es gilt für alle Regime j $\in\{1,2,3\}$, dass *Agent-Typ 1* mehr produziert als Agent-Typ 2 (also $x^*_{1Rj} > x^*_{2Rj}$) und damit für die relevanten Kostendifferenzen $\Delta K_{1Rj} > \Delta K_{2Rj}$.[33] Außerdem ist die Menge, die Agent 1 in Regime 1 produziert, identisch mit der Menge, die er in Regime 3 produziert. Diese Mengen sind wiederum kleiner als die Menge in Regime 2. Es gilt demnach $x^*_{1R1} = x^*_{1R3} < x^*_{1R2}$. Bei niedrigen und mittleren Differenzen der möglichen Reservationsnutzen produziert Agent 1 die gleiche Menge, die er auch im first best-Fall herstellen würde. Ist die Differenz groß, kann es für den Principal auch vorteilhaft sein, Agent 1 mehr produzieren zu lassen, um Agent 2 davon abzuhalten, sich für Typ 1 auszugeben.

Agent-Typ 2 produziert in Regime 3 die kleinste Menge. In Regime 1 und 2 produziert er größere identische Mengen. Für ihn ist also $x^*_{2R3} < x^*_{2R1} = x^*_{2R2}$. In Regime 3 produziert er weniger als die effiziente Menge, in Regime 1 und Regime 2 kann erreicht werden, dass er die first best-Menge produziert.

Daraus folgt aufgrund der „single crossing property" für die „kritischen" Kostendifferenzen $\Delta K_{1R3} = \Delta K_{1R1} < \Delta K_{1R2}$ und $\Delta K_{2R3} < \Delta K_{2R1} = \Delta K_{2R2}$. *Mit zunehmender Differenz der Reservationsnutzen ΔR sollte der Principal zunächst die Verträge aus Regime 3, dann aus Regime 1 und schließlich aus Regime 2 anbieten.*

Abbildung 11 zeigt die Regime in Abhängigkeit von ΔR. Bei geringem ΔR wäre es für Agent 1 vorteilhaft, den falschen Agent-Typ vorzutäuschen. Seine Anreizbedingung ist bindend. Bei einer mittleren Differenz der Reservationsnutzen sind beide Agents über ihre Teilnahmebedingung festgelegt, hier hat keiner von beiden einen Anreiz, falsche Angaben bezüglich seines Typs zu machen. Bei relativ großer Differenz ΔR steigt der Anreiz für Agent 2, Agent 1 „vorzutäuschen", seine Anreizbedingung wird bindend. Demzufolge erhält in Regime 3 Agent 1 eine Informationsrente, in Regime 1 arbeiten beide Agents auf dem Niveau ihres Reservationsnutzens und in Regime 2 erhält Agent 2 eine Informationsrente.

In Abbildung 11 werden auch *Bereiche für ΔR* deutlich, in denen der *Arbeitgeber differenzierter vorgehen muss.* So gilt für den Bereich zwischen ΔK_{2R1} und ΔK_{2R3}, dass weder der Vertrag aus Regime 1, noch der Vertrag aus Regime 3 sofort als optimal anzusehen sind. Bietet der Principal den Vertrag aus Regime 1 an, so gilt $\Delta R < \Delta K_{2R1}$ und $\Delta R < \Delta K_{1R1}$. Agent 1 kann sich durch die falsche Angabe des Typs 2 besser stellen.[34] Den Verlust durch den niedrigeren vom Principal beachteten Reservationsnutzen

[33] Hier ist $\Delta K_{zRj} = c_2(x^*_{zRj}) - c_1(x^*_{zRj})$, vgl. Sätze 3.3–3.5.
[34] Vgl. Ausführungen in Kap. 3 D. I. (S. 61 ff.).

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

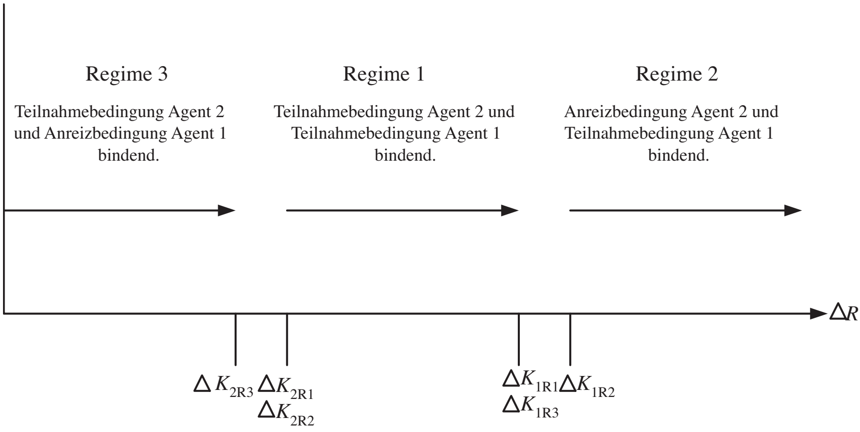

Abbildung 11: Regime in Abhängigkeit von möglicher Differenz der Reservationsnutzen

kann er durch seine niedrigeren Produktionskosten kompensieren. Agent 2 hat keinen Anreiz, falsche Angaben zu machen. Unabhängig vom Typ werden alle Agents den Vertrag $\left(x^*_{2R1}, s^*_{2R1}\right)$ wählen.[35] Die Vertragsgestaltung von Regime 1 ist also nicht diskriminierend. Bietet der Principal die Verträge aus Regime 3 an, so sind aufgrund $\Delta R > \Delta K_{2R3}$ und $\Delta R < \Delta K_{1R3}$ keine Anreize zur Täuschung für Agent 1 oder Agent 2 vorhanden. In Regime 3 erhält Agent 1 zusätzlich zu seinem Reservationsnutzen eine Informationsrente, in Regime 1 lediglich seinen Reservationsnutzen. Da er aufgrund $\Delta R < \Delta K_{1R3}$ keinen Anreiz zum Vortäuschen des Agent 2 hat, bräuchte man diese Rente eigentlich nicht zahlen. Das Angebot gemäß Regime 3 werden beide Agents gemäß ihres Typs akzeptieren. Insgesamt wird deutlich, dass Agent 1 im ΔR-Bereich zwischen ΔK_{2R1} und ΔK_{2R3} sowohl bei den Verträgen aus Regime 3 als auch bei der Vertragsgestaltung nach Regime 1 eine Informationsrente erhält. Die Entscheidung, welchen Vertrag der Principal in dem Bereich zwischen ΔK_{2R1} und ΔK_{2R3} anbieten soll, richtet sich nach den im konkreten Fall realisierbaren Gewinnen, also der Höhe der Informationsrenten für Agent-Typ 1. Der diskriminierende Vertrag aus Regime 1 wird vorteilhaft sein.[36]

Für den Bereich zwischen ΔK_{1R1} und ΔK_{1R2} lassen sich analoge Überlegungen anstellen. Hier erscheint zunächst weder der Vertrag aus Regime 1

[35] Hier und im Folgenden ist s^*_{iRj} die Zahlung, die Agent i im Regime j erhalten soll.

[36] Vgl. Ausführungen auf S. 62.

noch der aus Regime 2 optimal zu sein. Falls der Principal den Vertrag aus Regime 1 anbietet, ist die Differenz der möglichen Reservationsnutzen ΔR größer als die „kritische Kostendifferenz" ΔK_{1R1} und ΔK_{2R1}. Agent 2 kann sich also durch „Vortäuschen" von Typ 1 besser stellen, Agent 1 hat keine Anreize zur Angabe des falschen Typs. Beide Agents wählen den nun nicht mehr diskriminierenden Vertrag (x^*_{1R1}, s^*_{1R1}). Agent 2 erzielt eine Informationsrente. Bietet der Principal die Verträge aus Regime 2 an, ist ΔR kleiner als die „kritische" Kostendifferenz ΔK_{1R2} und größer als ΔK_{2R2}. Es ist also kein Anreiz zur Täuschung bei Agent 1 bzw. Agent 2 vorhanden. Die in Regime 2 gewährte Informationsrente für Agent 2 ist demnach nicht nötig. Die Verträge aus Regime 2 sind jedoch diskriminierend. Wiederum ergibt sich durch Abwägen der Informationsrenten, diesmal für Agent 2, die optimale Vertragsgestaltung.[37]

Der *Principal kann also zunächst die kritischen Kostendifferenzen berechnen und dann gemäß seiner vagen Information über den Reservationsnutzen das für ihn relevante Regime bestimmen.* Über die von ihm gesetzten Möglichkeitsgrade kann er daraufhin den *Gewinn berechnen,* wenn beide Agents teilnehmen. Diesen kann er mit der Möglichkeit $\mu_P = min\{\alpha_1, \alpha_2\}$ erzielen. Zudem kennt er die Gewinne, die er mit jedem Agent mit der Möglichkeit α_1 bzw. α_2 erreichen kann.

E. Vergleich der Erkenntnisse des adverse selection-Modells mit unscharfen Informationen über den Reservationsnutzen mit den Ergebnissen des Standard-Modells

Die bisherigen Ausführungen haben gezeigt, dass die Einführung unscharfer Informationen in adverse selection-Modelle ein differenzierteres und *realitätsnäheres Bild* der Entscheidungssituation des Principal liefert.

Der Entscheider ist nicht gezwungen, unsichere Informationen zu einem exakten Wert zu verdichten, sondern kann sie mit der von ihm empfundenen Genauigkeit einbinden. Eine zu stark vereinfachende Beschreibung des Problems wird dadurch vermieden.[38] Die unscharfe Problemstellung bietet den Vorteil, dass weniger gedankliche Möglichkeiten ausgeschlossen werden.[39]

[37] Der diskriminierende Vertrag wird nach Ausführungen auf S. 62 vorteilhaft sein.

[38] Vgl. Flemming (1977), S. 11; Carlsson (1984), S. 26 f.; Lehmann/Weber/Zimmermann (1992), S. 4, Rommelfanger/Eickemeier (2002), S. 9.

[39] Vgl. Bosch (1993), S. 208 ff. für eine kritische Diskussion der Realitätsnähe der Fuzzy Set-Theorie und Zimmermann/Zysno (1982), S. 403 ff.; Zimmermann (1987), S. 51 ff.; Zimmermann/Werners (1989), Sp. 2058 f. für empirisch gestützte Studien zur Überprüfung der Realitätsnähe von Fuzzy-Entscheidungsmodellen.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

Im Vergleich zu den Ergebnissen des Standard adverse selection-Modells sind durch die Berücksichtigung von unscharfen Informationen in den Modellen aus Kapitel 3 C. und 3 D. neue Problem- und Lösungsstrukturen sichtbar geworden.

I. Analyse neuer Problem- und Lösungsstrukturen

Durch die Verwendung von Fuzzy Sets zur Beschreibung unscharfer Informationen konnte neben der stochastischen Unsicherheit über den Agent-Typ *auch nicht-stochastische Unsicherheit über den Reservationsnutzen in die Analyse der Principal-Agent-Problematik einbezogen* werden. Die Unschärfe in der Principal-Agent-Beziehung konnte somit modellanalytisch betrachtet werden.

Als Ergebnis konnte für den Principal als „unscharfe Entscheidung" eine *Möglichkeit-Nutzenfunktion* abgeleitet werden, mit deren Hilfe der Principal abschätzen kann, wie sich sein Gewinn in Abhängigkeit von der Möglichkeit verhält, dass die Kooperation zustande kommt.[40] Dabei gibt es *keine strenge Trennung zwischen möglichen und unmöglichen Verträgen,* wie sie Standard-Modelle enthalten, es ist vielmehr ein gradueller Übergang vorhanden. Diese Sichtweise beschreibt reale Entscheidungsprozesse treffender als eine „scharfe" Abgrenzung.[41] Eine unscharfe Lösung erscheint situationsgerechter als eine scharfe Lösung, welche die vorhandene Unschärfe in der Situation nicht erfasst.[42]

Die Möglichkeit-Nutzenfunktion ist ein *neues Element in der Analyse von Principal-Agent-Problemen.* Bisherige Principal-Agent-Modelle verwenden Risikonutzenfunktionen[43], die jedoch stochastische Unsicherheiten umfassen und somit inhaltlich und formal unterschiedlich zu den abgeleiteten Möglichkeit-Nutzenfunktionen sind.[44]

Ein weiterer zusätzlicher Aspekt der Modellergebnisse ist, dass der *Wert von mehreren Informationsarten bestimmbar* bzw. die Auswirkung der Unschärfe in den Ergebnissen deutlich wird. Die aus der Möglichkeit-Nutzenfunktion abgeleitete „Spannweite" der möglichen Gewinne hängt sehr von der Unschärfe der Informationen des Principal über den Reservationsnutzen ab. Ist die Spannweite nach seinem Empfinden zu groß, um eine Entscheidung treffen zu können, erhält er durch die Ergebnisse des Modells einen

[40] Vgl. z. B. Rommelfanger (1994), S. 141 ff. für eine Diskussion von Entscheidungsmodellen unter Verwendung von Möglichkeitsgraden.

[41] Vgl. Hägg (1978), S. 81 ff.; Zimmermann (1987), S. 46.

[42] Vgl. Rommelfanger (1994), S. 118.

[43] Vgl. z. B. Laux (1998), S. 178 ff. für eine Darstellung der Gestalt unterschiedlicher Risikonutzenfunktionen.

[44] Vgl. Kapitel 2 F.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

Hinweis, wie sich seine Situation verändern würde, wenn er detailliertere Informationen hätte und sein Wissen „schärfer“ wäre. Er kann somit den Wert zusätzlicher Informationen abschätzen, die er z. B. durch Testverfahren oder zusätzliche Vorstellungsgespräche bekommt. Die dargestellten Gewinn- und Möglichkeitsvergleiche zeigen ihm an, ob sich der zusätzliche Aufwand auszahlen könnte, was ein Standard-Modell nicht leistet.

Die Lösung der Fuzzy Agency-Modelle hat deutlich gemacht, dass zur Ableitung der Verträge *komplexere Lösungswege* beschritten werden müssen als im Standard-Modell. Die Lösung der Modelle in den Abschnitten 3 C. und 3 D. zeigte jedoch, dass sich durch Anwendung einer parametrischen Optimierung die Komplexität der Fuzzy Agency-Modelle reduzieren lässt und auch unter Berücksichtigung der Unschärfe Verträge abgeleitet werden können. Je mehr unscharfe Informationen in das Modell mit aufgenommen werden, desto komplexer werden allerdings die Lösung und das Ergebnis.[45]

Des Weiteren wurden durch die Modellierung von Komponenten des Standard-Modells mit Fuzzy Sets Anforderungen der Modelle an den Informationsstand des Principal reduziert. Somit wurde die *Robustheit der Ergebnisse des Standard-Modells überprüft* und untersucht, inwieweit die Ergebnisse durch „scharfe“ Anforderungen bzw. Voraussetzungen beeinflusst werden.[46] Die Lösung des Fuzzy-Modells hat gezeigt, inwiefern die abgeleiteten Verträge von den Voraussetzungen abhängen. Die aus dem Standard-Modell abgeleiteten Ergebnisse für Zahlungen und Mengen sind nach Berücksichtigung der Unschärfe in der Principal-Agent-Situation nur noch eingeschränkt gültig.[47]

II. Neue Erkenntnisse bezüglich der Vertragsgestaltung für den Principal

Neben den oben beschriebenen strukturellen Unterschieden ergeben sich auch neue konkrete Hinweise für die Vertragsgestaltung des Principal, die aus dem Standard-Modell nicht direkt ablesbar sind.

Der Standard-Ansatz, der einen exakt bekannten Reservationsnutzen voraussetzt, liefert einen optimalen Vertrag für jeden Agent-Typ, der von beiden Agents mit Sicherheit akzeptiert wird. Ein nur leicht abweichender Vertrag wird von den Agents abgelehnt oder ist nicht als optimal zu betrachten.

---

[45] Vgl. Lösung des Modells aus Kap. 3 C. mit der Lösung des Modells aus Kap. 3 D.

[46] Vgl. Fisher (1989) S. 119; Stiglitz (1984), S. 21 für eine Diskussion der Abhängigkeit der Modellergebnisse von den Modellanahmen bei Principal-Agent-Modellen.

[47] Vgl. Lösungssätze 3.1 bis 3.5.

Durch Berücksichtigung der Tatsache, dass in der Regel nur vage Marktinformationen über den Reservationsnutzen vorliegen werden[48], ergibt sich ein differenzierteres Bild. Die in den Verträgen festgeschriebenen Mengen bleiben unverändert, die vagen Informationen müssen jedoch in der Zahlung an den Agent berücksichtigt werden. *Für den Principal ergibt sich daraus ein Menü an möglichen Verträgen für jeden Agent-Typ.* Im Standard-Modell ergab sich genau ein Vertrag für jeden Agent-Typ. Jetzt kann der Auftraggeber für jeden Agent-Typ unterschiedliche Verträge anbieten, die mit unterschiedlichen Möglichkeitsgraden von den Agents akzeptiert werden. Er weiß zudem, wie die Möglichkeit, dass Agent-Typ 2 den Vertrag akzeptiert mit der Möglichkeit, dass Agent-Typ 1 den Vertrag annimmt, zusammenhängt. Durch die Analyse der möglichen Vetragskombinationen und den zugehörigen Gewinnen ergeben sich für den Principal zusätzliche Gestaltungsmöglichkeiten.[49] Diese *Differenzierung der Annahmemöglichkeiten wird im Standard-Modell nicht deutlich.*

In der Situation, bei der vage Informationen über den Reservationsnutzen in Abhängigkeit vom Agent-Typ in die Analyse mit einbezogen werden[50], wird die „unscharfe Entscheidung“ bzgl. der Vertragsgestaltung für den Principal detaillierter. In diesem Fall *variieren die in den Verträgen angebotenen Mengen und Zahlungen in Abhängigkeit von der vagen Information.* Es wird deutlich, dass die Differenz der für möglich gehaltenen Reservationsnutzen im Vergleich zu den Unterschieden der Kostenfunktionen der Agents entscheidenden Einfluss auf die Vertragsgestaltung haben. Beide Agent-Typen haben jetzt u.U. Anreize, falsche Angaben bezüglich ihres Typs zu liefern und können eine Informationsrente erzielen. Es ergibt sich also eine *zusätzliche Problematik im Vergleich zum Standard-Modell.* Im Standard-Modell war es lediglich für Agent 1 für first best-Verträge vorteilhaft, den Agent von Typ 2 vorzutäuschen. Die Lösung des Modells unter Berücksichtigung der asymmetrischen Information zeigte dann, dass Agent 2 seinen Reservationsnutzen erhält und Agent 1 zusätzlich eine Informationsrente ausgezahlt bekommt. Agent 2 produziert einen Output, der geringer war als im first best-Fall, Agent 1 produziert die „effiziente“ Menge.[51] Nach Einführung der unscharfen Information über den Reservationsnutzen mittels Fuzzy Sets für jeden Agent-Typ wurde deutlich, dass die *Ergebnisse des Standard-Modells nur für eine bestimmte Konstellation der Kostenfunktionen und der Differenz der für möglich erachteten Reservationsnutzen gültig* ist. Für den Principal können nun auch andere Konstellationen von Mengen und Entlohnung vorteilhaft sein. Beide Agents können Informa-

[48] Vgl. Kapitel 3 C.
[49] Vgl. Kapitel 3 C. II.
[50] Vgl. Kapitel 3 D.
[51] Vgl. Kapitel 3 A.

tionsrenten in Abhängigkeit der für möglich gehaltenen Reservationsnutzen erzielen.[52]

In dem in Kapitel 3 betrachteten adverse selection-Modell wurden nur unscharfe Informationen bzgl. des Reservationsnutzens betrachtet. Kapitel 4 untersucht nun, wie unscharfe Informationen über die Nutzenfunktionen von Principal und Agent mit Konzepten der Fuzzy Set-Theorie verarbeitet werden können.

[52] Vgl. Ausführungen in Kapitel 3 D. II.

Kapitel 4

Analyse eines moral hazard-Problems unter Berücksichtigung von unscharfen Informationen in den Nutzenfunktionen innerhalb eines LEN-Modells

A. Darstellung einer moral hazard-Problematik innerhalb eines LEN-Modells

Eine *moral hazard-Problematik*[1] entsteht in einer Situation, in der die Handlungen des Agent nicht direkt beobachtet werden können.[2] Es besteht also die Gefahr, dass der Agent individuelle Ziele zu Lasten des Principal verfolgt.[3] Aufgrund von Umwelteinflüssen kann nicht direkt vom Ergebnis auf die Handlung des Agent geschlossen werden, und so muss der Principal versuchen, durch einen Vertrag dem Agent Anreize zu geben, sich in seinem Sinne zu verhalten. Er vereinbart zunächst einen Vergütungsvertrag mit dem Agent, der Agent führt dann eine nur ihm bekannte Handlung durch, und er erhält anschließend seine Entlohnung in Abhängigkeit von dem erzielten Ergebnis.[4]

Das *LEN-Modell*[5] geht davon aus, dass die vereinbarten Verträge linear sind, die beteiligten Akteure exponentielle Nutzenfunktionen haben und das Ergebnis normalverteilten Störungen unterliegt. Unter diesen Annahmen gelingt es, die optimalen Parameter des Entlohnungsvertrages direkt zu berechnen und zu interpretieren.[6] Der LEN-Ansatz postuliert nicht die Optimalität der betrachteten Verträge[7], liefert jedoch im Gegensatz zu allgemeineren Modellierungen[8] konkrete Ergebnisse bezüglich der Parameter der Entlohnungsfunktion, die relativ einfach abgeleitet werden können. Begrün-

---

1 Vgl. Holmström (1979), S. 74 ff.

2 Vgl. z. B. Laux (1990), S. 14; Picot (1991), S. 151 f.; Richter/Furubotn (1999), S. 201 ff. für eine Beschreibung der aus hidden action-Situationen entstehenden Problematik.

3 Vgl. z. B. Küpper (2001), S. 49.

4 Vgl. z. B. Hofmann (2001), S. 68.

5 Vgl. grundlegend für das LEN-Modell Spremann (1987), S. 17 ff.

6 Vgl. Wagenhofer/Ewert (1993a), S. 374 f. für eine Diskussion der Notwendigkeit dieser Vereinfachung.

7 Vgl. z. B. Hofmann (2001), S. 68; Wagenhofer/Ewert (1993a), S. 377 f.

8 Vgl. z. B. Holmström (1979); Grossman/Hart (1983).

det wird der Ansatz u. a. mit der empirischen Beobachtung, dass in der Praxis häufig lineare Entlohnungsfunktionen verwendet werden.[9] Das LEN-Modell liefert die Grundlage für eine Vielzahl von betriebswirtschaftlichen Anwendungen.[10]

Im Folgenden wird zunächst ein Standard LEN-Modell analysiert. Es wird untersucht, wie sich unscharfe Informationen über die Produktivität, das Risiko und den Reservationsnutzen in einer moral hazard-Problematik auswirken. Es werden unscharfe Informationen über interne Prozesse und externe Einflüsse eingeführt. Dabei wird deutlich, dass das unscharfe Problem eine komplexere Vorgehensweise bei der Lösung erfordert und schon während der Lösung interpretierbare Festlegungen (z. B. bzgl. der Nebenbedingungen) getroffen werden müssen. Es entsteht ein Mehrzieloptimierungsproblem bei Agent und Principal.

B. Analyse eines Standard LEN-Modells

I. Annahmen und Komponenten des Modells

Das hier verwendete LEN-Modell beschreibt die oben skizzierte Problematik. Ein Principal möchte einen Agent unter Vertrag nehmen, dessen Aktivitäten er nicht beobachten kann. Um den Agent zur Teilnahme zu bewegen, muss sein Angebot mindestens in Höhe des Reservationsnutzens des Agent ausfallen. Der Agent versucht durch seine Handlungen, seinen Nutzen zu maximieren. Das LEN-Modell betrachtet den Fall, dass *sowohl Agent als auch Principal risikoavers* sein können.[11] Dazu werden für den Principal und den Agent folgende *Nutzenfunktionen* U_P bzw. U_A unterstellt:

$$U_P[x - s(x)] = -e^{-\alpha_P[x \,-\, s(x)]}$$
$$U_A[s(x), a] = -e^{-\alpha_A[s(x) \,-\, C(a)]}$$

---

[9] Holmström / Milgrom (1987) entwickeln eine formale Modell-Situation, in der lineare Verträge tatsächlich optimal sind.

[10] Vgl. z. B. Göx / Budde / Schöndube (2002) S. 67 und die dort angegebende Literatur; Ewert / Wagenhofer (2000); Dutta / Reichelstein (1999a) und (1999b); Hofmann (2001) und Kapitel 5 B. II.

[11] Vgl. im Folgenden insbesondere Velthuis (1998), S. 54 ff. In vielen Veröffentlichungen, die auf einen LEN-Modell basieren, wird angenommen, dass der Principal risikoneutral ist (vgl. z. B. Wagenhofer / Ewert (1993a), S. 376; Hofmann (2001), S. 70; Göx / Budde / Schöndube (2002), S. 68 f.). Da im weiteren Verlauf der Analyse unscharfe Informationen bzgl. der Produktivität und des externen Risikos der Handlungen eingeführt werden, erscheint in diesem Fall eine allgemeinere Analyse sinnvoll. Der Spezialfall eines risikoneutralen Principals ist durch Setzen seines Risikoaversionsparameters α_P auf Null enthalten.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

Dabei ergibt sich der Nutzen des Principal aus der Differenz des Ergebnisses x und dem Lohn $s(x)$, den er dem Agent dafür zahlen muss. Der Agent leitet seinen Nutzen ab aus der Differenz zwischen seinem Lohn und dem Arbeitsleidäquivalent $C(a)$, das er bei Erbringung der Leistung a empfindet. Im Folgenden wird angenommen, dass $C(a) = \frac{c}{2}a^2$. Das Arbeitsleidäquivalent ist also eine monoton steigende, konvexe Funktion des Arbeitseinsatzes, d. h. das Arbeitsleid steigt bei höherem Arbeitseinsatz überproportional an. c kann als Arbeitsleidkoeffizient interpretiert werden. Je höher c, desto höher ist das empfundene Arbeitsleid. Das Entlohnungsschema $s(x)$ setzt sich aus einem variablen Anteil $s_1 \cdot x$ und einem fixen Bestandteil s_0 zusammen: $s(x) = s_1 \cdot x + s_0$. In den Nutzenfunktionen repräsentieren α_A und α_P die Risikoaversion des Agent und des Principal gegenüber der stochastischen Unsicherheit.

Für den *Erfolgs-Aktivitäts-Zusammenhang* gilt $x = z \cdot a + \varepsilon$. Das monetäre Ergebnis ergibt sich aus der Summe der Aktion des Agent multipliziert mit der Produktivität z[12] und einer normalverteilten Störgröße ε ($\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$). x ist demnach zum einen beeinflusst von dem Arbeitseinsatz a des Agent und durch die Produktivität z dieser Aktivität, zum anderen durch externe Einflüsse ε. Es liegen externe und interne Einflussfaktoren vor. Das Ergebnis x ist $N(z \cdot a, \sigma^2)$- und die Entlohnung $s(x)$ ist $N(s_1 \cdot z \cdot a + s_0, s_1^2 \cdot \sigma^2)$-verteilt. Der Nettoerfolg ist ebenfalls normalverteilt mit dem Erwartungswert $(1 - s_1) \cdot z \cdot a - s_0$ und der Varianz $(1 - s_1)^2\sigma^2$.

Die entscheidende Modellvereinfachung innerhalb des LEN-Modells ergibt sich dadurch, dass der Nutzenerwartungswert der Akteure über das *Sicherheitsäquivalent* der stochastischen Variablen in geschlossener Form dargestellt und berechnet werden kann.[13] Es ergeben sich für die Sicherheitsäquivalente des Agent SA_A und des Principal SA_P folgende Zusammenhänge:

$$SA_A = s_1 \cdot z \cdot a - \frac{\alpha_A}{2} \cdot s_1^2 \cdot \sigma^2 - \frac{c}{2} \cdot a^2 + s_0$$

$$SA_P = (1 - s_1) \cdot z \cdot a - \frac{\alpha_P}{2} \cdot (1 - s_1)^2 \cdot \sigma^2 - s_0$$

[12] Dieser Faktor kann auch als Erfolgspotential interpretiert werden (vgl. Velthuis (1998)).

[13] Vgl. Wagenhofer/Ewert (1993a), S. 376. Vgl. z. B. Laux (1990), S. 38 f. für eine allgemeine Diskussion der Ableitung von Sicherheitsäquivalenten und Velthuis (1998), S. 12; Hofmann (2001), S. 70 und S. 189 ff.; Varian (1994), S. 190 und S. 457, für eine Ableitung des Sicherheitsäquivalents bei exponentiellen Nutzenfunktionen und normalverteilten Ergebnissen.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

Der Agent erzielt also ein Sicherheitsäquivalent in Höhe des Erwartungswertes der Entlohnung $s_1 \cdot z \cdot a + s_0$ abzüglich einer Risikoprämie $\frac{\alpha_A}{2} \cdot s_1^2 \cdot \sigma^2$ und seines Arbeitsleides $\frac{c}{2} a^2$. Das Sicherheitsäquivalent des Principal setzt sich zusammen aus dem Erwartungswert des Nettoerfolges $(1 - s_1) \cdot z \cdot a - s_0$ abzüglich einer Risikoprämie $\frac{\alpha_P}{2} \cdot (1 - s_1)^2 \cdot \sigma^2$.

II. Analyse der first best-Situation

Der Principal möchte nun die Variablen s_1, s_0, a so wählen, dass sein Erwartungsnutzen bzw. sein Sicherheitsäquivalent maximiert wird. Im first best-Fall *kann er die Aktion des Agent beobachten,* er muss also nur dessen Teilnahme sichern. Es ergibt sich für ihn folgendes Optimierungsproblem:

$$\max_{a,\, s_1,\, s_0} SA_P = (1 - s_1) \cdot z \cdot a - \frac{\alpha_P}{2} \cdot (1 - s_1)^2 \cdot \sigma^2 - s_0$$

unter der Teilnahmebedingung:

$$SA_A = s_1 \cdot z \cdot a - \frac{\alpha_A}{2} \cdot s_1^2 \cdot \sigma^2 - \frac{c}{2} \cdot a^2 + s_0 \geq SA_{min}$$

Dabei ist SA_{min} das Sicherheitsäquivalent des Reservationsnutzens des Agent. Im Optimum wird die Teilnahmebedingung binden, es gilt also:

$$s_0 = SA_{min} - s_1 \cdot z \cdot a + \frac{\alpha_A}{2} \cdot s_1^2 \cdot \sigma^2 + \frac{c}{2} \cdot a^2$$

Eingesetzt in die Zielfunktion des Principal ergibt sich somit für diesen das Problem:

$$\max_{a,\, s_1} SA_P = z \cdot a - \frac{\alpha_P}{2} \cdot (1 - s_1)^2 \cdot \sigma^2 - \frac{\alpha_A}{2} \cdot s_1^2 \cdot \sigma^2 - \frac{c}{2} \cdot a^2 - SA_{min}$$

In die Optimierung fließen somit die Risikoprämie des Principal $\frac{\alpha_P}{2} \cdot (1 - s_1)^2 \cdot \sigma^2$ und des Agent $\frac{\alpha_A}{2} \cdot s_1^2 \cdot \sigma^2$, das Arbeitsleid des Agent $\frac{c}{2} a^2$, der Reservationsnutzen des Agent SA_{min} sowie der Erwartungswert des Ergebnisses $z \cdot a$ ein. Durch Ableitung nach dem Prämiensatz s_1 und dem Arbeitseinsatz a erhält man nun Bedingungen für diese beiden Parameter. Für den Arbeitseinsatz a ergibt sich

$$\frac{\partial SA_P}{\partial a} = z - c \cdot a = 0 \Leftrightarrow a_{FB}^* = \frac{z}{c}$$

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

Das optimale Aktivitätsniveau ist also unabhängig von der variablen Entlohnung und von den Risikokoeffizienten. Es hängt lediglich von der Produktivität und dem Arbeitsleidkoeffizient ab. Je höher seine Produktivität im Verhältnis zum empfundenen Arbeitsleid ist, desto mehr Arbeitseinsatz wird der Agent leisten. Die *Probleme der Festlegung des Aktivitätsniveaus und der variablen Entlohnung sind somit separierbar.*

Für den Prämiensatz s_1 gilt:

$$\frac{\partial SA_P}{\partial s_1} = 2\frac{\alpha_P}{2}(1-s_1)\sigma^2 - 2\frac{\alpha_A}{2}s_1\sigma^2 = 0 \Leftrightarrow s^*_{1FB} = \frac{\alpha_P}{\alpha_P + \alpha_A}$$

Der *Prämiensatz* s_1 wird unabhängig vom Aktivitätsniveau festgelegt und *ergibt sich aus den Risikoeinstellungen des Principal und des Agent.* Eine Erhöhung von s_1 reduziert die Risikoprämie des Principal und erhöht die Risikoprämie des Agent. s_1 wird gesteigert, bis diese Reduktion betraglich mit der Erhöhung übereinstimmt, also bis $\alpha_P(1-s_1) = \alpha_A s_1$. In diesem Fall entsprechen sich die Risikoeinstellungen des Principal und des Agent bzgl. des Ergebnisses.[14]

III. Analyse der second best-Situation

Kann der Principal die Handlung des Agent nicht mehr beobachten, so muss er in seinen Überlegungen berücksichtigen, dass der *Agent das Aktivitätsniveau wählen wird, das seinen Nutzen maximiert.* Es ergibt sich folgendes Optimierungsproblem:

$$\max_{s_1,\, s_0} SA_P = (1-s_1)\cdot z\cdot a - \frac{\alpha_P}{2}\cdot(1-s_1)^2\cdot\sigma^2 - s_0$$

unter der Teilnahmebedingung

$$s_1\cdot z\cdot a - \frac{\alpha_A}{2}\cdot s_1^2\cdot\sigma^2 - \frac{c}{2}\cdot a^2 + s_0 \geq SA_{min}$$

und der Anreizbedingung

$$\max_a s_1\cdot z\cdot a - \frac{\alpha_A}{2}\cdot s_1^2\cdot\sigma^2 - \frac{c}{2}\cdot a^2 + s_0$$

14 Vgl. z. B. Velthuis (1998), S. 59 ff.

Die Anreizbedingung lässt sich ersetzen durch die Optimalitätsbedingung erster Ordnung:[15]

$$\frac{\partial SA_A}{\partial a} = s_1 \cdot z - c \cdot a = 0$$
$$\Leftrightarrow a^*_{SB} = s_1 \cdot \frac{z}{c}$$

Die *Aktion ist also in der second best-Situation abhängig vom Prämiensatz* s_1. Da die Teilnahmebedingung wiederum bindend ist, ergibt sich nach Einsetzen von a^*_{SB} und s_0 für den Principal die Zielfunktion:

$$\max_{s_1} s_1 \frac{z^2}{c} - \frac{\alpha_P}{2}(1-s_1)^2\sigma^2 - \frac{\alpha_A}{2} s_1^2\sigma^2 - \frac{s_1^2}{2} \cdot \frac{z^2}{c} - SA_{min}$$

Durch Ableiten des Sicherheitsäquivalents des Principal nach dem Prämiensatz s_1 erhält man für diesen aus den Bedingungen erster Ordnung:

$$s^*_{1SB} = \frac{\frac{z^2}{c} + \alpha_P\sigma^2}{\frac{z^2}{c} + \alpha_P\sigma^2 + \alpha_A\sigma^2}$$

Der Prämiensatz hängt also ab von einem Quotienten aus Produktivität z und Arbeitsleidkoeffizienten c, vom Risiko σ^2 und den Risikoeinstellungen des Principal und des Agent.[16]

Tabelle 3 stellt die Ergebnisse aus der first best-Analyse und der second best-Situation einander gegenüber.

Die Aktion a ist *im first best-Fall* nicht abhängig von der variablen Entlohnung s_1. s_1 *ist in dieser Situation nur von den Risikoaversionskoeffizienten abhängig. Ist der Principal risikoneutral* ($\alpha_P = 0$)*, erhält der Agent ein Fixgehalt* $s_1 = 0$. Im *second best* kann der Principal durch Erhöhung von s_1 das Aktivitätsniveau steigern. Die Gewichte der Risikokoeffizienten sind bei der Bestimmung von s_1 alle identisch (σ^2). Da s_1 zudem vom Erfolgspotenial und dem Arbeitsleidkoeffizienten abhängt, kann der variable Entlohnungsanteil *auch bei risikoneutralem Principal* > 0 *sein.*

[15] Diese Vorgehensweise entspricht dem „first order approach“ (vgl. z.B. Rogerson (1983), Laffont (1989), S. 181 ff., zu einer Diskussion dieses Ansatzes). Dieser ist im LEN-Modell zulässig, da das Optimierungsproblem des Agent konkav ist und die Optimalitätsbedingung erster Ordnung demnach notwendig und hinreichend für ein Maximum ist.

[16] Vgl. Velthuis (1998), S. 64 ff. für eine umfassende Diskussion der Abhängigkeit der Variablen s_1, s_0 und des Sicherheitsäquivalents des Principal von den Determinanten.

Tabelle 3

First best- und second best-Ergebnisse eines Standard-LEN-Modells

Parameter	first best	second best
a	$\frac{z}{c}$	$s_1 \cdot \frac{z}{c}$
s_1	$\frac{\alpha_P}{\alpha_P + \alpha_A}$	$\frac{\frac{z^2}{c} + \alpha_P \sigma^2}{\frac{z^2}{c} + \alpha_P \sigma^2 + \alpha_A \sigma^2}$
s_0	$SA_{min} - s_1 \frac{z^2}{c} + \frac{\alpha_A}{2} \cdot s_1^2 \cdot \sigma^2 + \frac{z^2}{2c}$	$SA_{min} - s_1^2 \frac{z^2}{c} + \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \sigma^2 + \frac{s_1^2}{2} \cdot \frac{z^2}{c}$

C. Modellierung unscharfer Informationen über die Produktivität, das Risiko und den Reservationsnutzen mittels Fuzzy-Zahlen

Das *LEN-Modell* setzt *exaktes Wissen* über zahlreiche Parameter voraus. Die *Produktivität z, das Risiko* σ^2*, das Sicherheitsäquivalent des Reservationsnutzens* SA_{min}*,* die Risikoeinstellungen und der Arbeitsleidkoeffizient werden als exakt bekannt angenommen. *Realistischer* erscheint jedoch, dass die Informationen bezüglich dieser Parameter *eher vage* sind. Insbesondere die Produktivität, das Risiko und der Reservationsnutzen des Agent werden nur vage bekannt sein.[17] Für diese Größen müssen Marktdaten ausgewertet und zukünftige Entwicklungen prognostiziert werden. Dadurch ergeben sich unscharfe Beschreibungen dieser Parameter. So wird der Principal den Wert für die Produktivität mit „ungefähr z“ angeben und die Varianz mit „ungefähr σ^2“ beschreiben können. Durch diese vagen Angaben ist das Ergebnis x durch Unschärfen geprägt, die durch interne Prozesse entstehen und durch vage Informationen bzgl. des externen Risikos.[18] Derart unscharfes Wissen

[17] Aus Komplexitätsgründen wurde auf die Fuzzifizierung (entspricht hier einer Abbildung als Fuzzy Set) aller Parameter verzichtet. Analog ließen sich Risikoeinstellungen und Arbeitskoeffizient als Linguistische Variablen (vgl. z. B. Kuhl (1996), S. 33 f. und Kapitel 2 B. II.) mittels Fuzzy Sets darstellen und so in das Entscheidungsmodell einbinden. Im Folgenden sollen jedoch die allgemeinen Effekte der Verarbeitung unscharfer Information über den Nutzen der Parteien gezeigt werden, die auch schon durch Fuzzifizierung einiger Parameter sichtbar werden.

[18] Es wird im Folgenden angenommen, dass die unscharfen Informationen bzgl. der internen Prozesse unabhängig sind von der Unschärfe bzgl. des externen Risikos.

kann mit *Fuzzy-Zahlen erfasst* werden.[19] Diese sind über eine Zugehörigkeitsfunktion definiert, die den Zugehörigkeitsgrad 1 für genau einen Wert annimmt und insgesamt stückweise stetig ist.[20] Für die mathematische Handhabbarkeit ist es vorteilhaft, möglichst einfache Funktionsverläufe für die Zugehörigkeitsfunktionen zu unterstellen. Im Folgenden wird das unscharfe Wissen bzgl. der Produktivität, des Risikos und des Reservationsnutzens in Form von LR-Fuzzy-Zahlen erfasst. Diese sind festgelegt über den Gipfelpunkt der LR-Fuzzy-Zahl, den Spannweiten nach links und rechts sowie den Referenzfunktionen[21] links (L) und rechts (R) des Gipfelpunktes.

Kann der Principal für die Produktivität einen Wert z angeben, dem er den Zugehörgkeitsgrad eins zuordnet sowie eine positive Abweichung δ_z^+ und eine negative Abweichung δ_z^-, die er für möglich hält, so kann die *unscharfe Produktivität p* wie folgt dargestellt werden:

$$\mu_z(p) = \begin{cases} L\left(\dfrac{z-p}{\delta_z^-}\right) & : \quad p \leq z \\ R\left(\dfrac{p-z}{\delta_z^+}\right) & : \quad p > z \end{cases}$$

Die unscharfe Produktivität lässt sich in der Kurzschreibweise mit $(z, \delta_z^-, \delta_z^+)_{LR}$ angeben. Die Werte z, δ_z^- und δ_z^+ können sich z. B. aus der Szenarioanalyse für einen „worst case"-Szenario für die Wirkung der verwendeten Technologie, ein „best case"-Szenario und ein „mittleres Szenario" bei Beibehaltung des Wirkungsgrades der derzeitigen Technologie ermittelt werden. Die Funktionen L und R geben dann die als möglich betrachtete Entwicklung der Technologie an. Inhaltlich kann $(z, \delta_z^-, \delta_z^+)_{LR}$ auch positive Effekte durch Teamarbeit beschreiben, die nur vage abgeschätzt werden können. Agent und Principal können mit $(z, \delta_z^-, \delta_z^+)_{LR}$ insgesamt also nur unscharf beschreiben, wie groß der Einfluss des Arbeitseinsatzes des Agent auf das Ergebnis sein wird. Möglich ist ein relativ geringer Einfluss $z - \delta_z^-$ bis zu einem relativ hohen Einfluss $z + \delta_z^+$.[22] Hier wird also die Unschärfe bzgl. der Wirkung interner Prozesse erfasst.

[19] Vgl. Dubois/Prade (1980), S. 53 ff.; Rommelfanger (1994), S. 40; Kahlert/Frank (1994), S. 14; Hönerloh (1997), S. 56; Hauke (1998), S. 39 ff. und Kapitel 2.

[20] Vgl. z. B. Hauke (1998), S. 39. Nimmt die Zugehörigkeitsfunktion den Wert 1 für ein Intervall an, so spricht man von einem Fuzzy-Intervall.

[21] Referenzfunktionen werden i. d. R. wie folgt definiert (vgl. z. B. Rommelfanger (1994), S. 40; Hauke (1998), S. 40): Eine Funktion $L : [0, \infty[\to [0, 1]$ heißt Referenzfunktion von Fuzzy-Zahlen, wenn sie den folgenden Bedingungen genügt: i) $L(0) = 1$ ii) L ist monoton fallend in $[0, \infty[$.

Analog erhält man für die *unscharfe Vorstellung über das Risiko y,* bei Angabe des Wertes σ^2 und den Spannweiten $\delta^-_{\sigma^2}$ und $\delta^+_{\sigma^2}$:

$$\mu_{\sigma^2}(y) = \begin{cases} L\left(\dfrac{\sigma^2 - y}{\delta^-_{\sigma^2}}\right) & : \quad y \leq \sigma^2 \\ R\left(\dfrac{y - \sigma^2}{\delta^+_{\sigma^2}}\right) & : \quad y > \sigma^2 \end{cases}$$

bzw. in Kurzschreibweise $(\sigma^2, \delta^-_{\sigma^2}, \delta^+_{\sigma^2})_{LR}$. Die Werte können sich z. B. aus der Auswertung von Analysen bzgl. der Marktschwankung oder des technologischen Fortschritts ergeben, die keine eindeutige Bewertung des Risikos zulassen. Die Spannweiten $\delta^-_{\sigma^2}$ bzw. $\delta^+_{\sigma^2}$ können als Indikatoren verstanden werden, inwiefern auch niedrige externe Risiken bzw. hohe externe Risiken für möglich gehalten werden.[23]

Das *unscharfe Wissen über die Höhe des Sicherheitsäquivalentes des Reservationsnutzens r* des Agent wird mit einem Wert R, ab dem das minimale Sicherheitsäquivalent in jedem Fall überschritten ist, und einer Spannweite δ^-_R, um die dieser Wert nicht unterschritten werden darf, erfasst.[24] Es ergibt sich in Kurzschreibweise: $(R, \delta^-_R, 0)$ bzw.

$$\mu_{SA}(r) = \begin{cases} L\left(\dfrac{R - r}{\delta^-_R}\right) & : \quad r \leq R \\ 0 & : \quad r > R \end{cases}$$

Für die *Referenzfunktionen* können viele unterschiedliche Funktionstypen gewählt werden.[25] Hat der Entscheider keine Information, die ihn vermuten lässt, dass die Zugehörigkeitsgrade zwischen den Grenzen nicht linear zu- bzw. abnehmen, können lineare Funktionen $L(u) = R(u) = max\{0, 1 - u\}$ als Referenzfunktionen unterstellt werden.[26] Damit ergeben sich die in

---

[22] Im Folgenden wird unterstellt, dass die Unschärfe der Abschätzung durch $z > \delta^-_z$ und $z > \delta^+_z$ eingeschränkt ist. Der absolute Wert der Produktivität ist also immer größer als die möglichen Abweichungen. Damit wird garantiert, dass die Unschärfe der Situation nicht „zu groß“ wird und in Richtung „keine Information“ tendiert.

[23] Im Folgenden wird analog zur unscharfen Produktivität unterstellt, dass die Unschärfe der Abschätzung durch $\sigma^2 > \delta^-_{\sigma^2}$ und $\sigma^2 > \delta^+_{\sigma^2}$ eingeschränkt ist.

[24] Dem Principal sind hier Eigenschaften des Agent analog zu Kapitel 3 vor und nach Vertragsabschluss nur vage bekannt, die der Agent exakt kennt. Es entsteht eine „fuzzy hidden characteristics“-Problematik (vgl. Kapitel 5 A.).

[25] Vgl. z. B. Rommelfanger (1994), S. 40; Hauke (1998), S. 40.

[26] u repräsentiert hier den Ausdruck innerhalb der Klammern in den oben aufgeführten Zugehörigkeitsfunktionen $\mu_z(p)$, $\mu_{\sigma^2}(y)$ bzw. $\mu_{SA}(r)$. Eine andere Wahl der

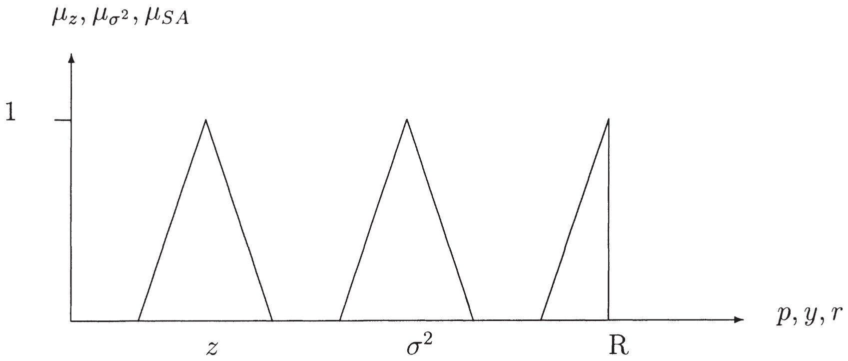

Abbildung 12: Schematische Darstellung unscharfer Informationen über Produktivität, Risiko und Sicherheitsäquivalent des Reservationsnutzens des Agent mit LR-Fuzzy-Zahlen.

Abbildung 12 schematischen Illustrationen der verwendeten unscharfen Zahlen für Produktivität, Risiko und das Sicherheitsäquivalent des Reservationsnutzens.[27]

D. Lösung des LEN-Modells mit unscharfen Informationen über die Produktivität, das Risiko und den Reservationsnutzen des Agent

I. Ableitung und Analyse der first best-Lösung

In der first best-Situation stellt sich dem Principal nun folgendes Optimierungsproblem (hier und im Folgenden kennzeichnet ˜ eine unscharfe Zahl bzw. Nebenbedingung):

Referenzfunktionen würde die graphische Darstellung in folgender Analyse beeinflussen, die Erkenntnisse bzgl. der Vertragsparameter blieben jedoch unverändert.

[27] Häufig wird die Spannweite von Fuzzy-Zahlen weiter durch Vorgabe eines ε-Niveaus für den minimalen Zugehörigkeitsgrad eingeschränkt (vgl. Rommelfanger (1994), S. 220 f.). Dies hat zur Folge, dass Werte, denen der Principal eine geringe Realisierungsmöglichkeit einräumt, ausgegrenzt und die Ergebnisse somit „schärfer" werden. Zum Aufzeigen der Effekte von unscharfen Informationen in Principal-Agent-Modellen ist eine solche Einschränkung jedoch nicht nötig. Fuzzy Sets, die keine linearen Zugehörigkeitsfunktionen aufweisen, können durch Fuzzy Sets mit abschnittweise linearen Zugehörigkeitsfunktionen approximiert und in Optimierungsprobleme eingebunden werden (vgl. z. B. Yang/Ignizio/Kim (1991); Rommelfanger (1996)).

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

$$\tilde{SA}_P \Rightarrow max$$

mit der Teilnahmebedingung

$$\tilde{SA}_A \tilde{\geq} \tilde{R}$$

Zur Ableitung der first best-Lösung muss zunächst ein Verfahren gefunden werden, die *unscharfen Informationen in den Zielfunktionen des Principal und des Agent* zu verarbeiten, also $\tilde{SA}_P$ und $\tilde{SA}_A$ zu bestimmen. Dann muss untersucht werden, wie die aus dem unscharfen Wissen über Nutzenfunktionen und Reservationsnutzen entstehende *unscharfe Nebenbedingung* $\tilde{SA}_A \tilde{\geq} \tilde{R}$ im Modell operationalisiert werden kann. Dabei sind je nach Interpretation der Beziehung $\tilde{\geq}$ unterschiedliche Operationalisierungen denkbar. Schließlich muss die unscharfe Zielfunktion des Principal $\tilde{SA}_P$ analysiert und unter der unscharfen Teilnahmebedingung des Agent optimiert werden. Im Folgenden wird das first best-Problem gemäß diesen Überlegungen gelöst und interpretiert.

Inhaltlich unterscheidet sich die modellierte Situation vom Standard-Modell dadurch, dass *im Erfolgs-Aktivitäts-Zusammenhang unscharfe Informationen vorhanden* sind. Der Erfolgs-Aktivitäts-Zusammenhang wird durch eine unscharfe Produktivität $\tilde{p}$ und durch eine mittels unscharfer Varianz gekennzeichnete Störgröße geprägt. Außerdem kennt der Principal den *Reservationsnutzen des Agent nur vage.* Das Modell erfasst eine *Kombination aus stochastischer und nicht-stochastischer Unsicherheit über das Ergebnis.* Durch das unscharfe Wissen sind eine exakte Bestimmung der Risikoprämien nicht mehr möglich und der Beitrag der Arbeitsleistung zum Ergebnis nur noch vage bekannt. Die Unschärfe der Information bleibt auch nach Realisation des Ergebnisses bestehen.[28] Das zentrale Problem liegt nun darin, wie Principal und Agent diese unscharfe Information für sich verarbeiten.

1. Anwendung der Fuzzy-Arithmetik zur Formulierung unscharfer Nutzenfunktionen

Durch Einführung der unscharfen Informationen in die Nutzenfunktionen des Principal und des Agent, müssen diese nun mittels *Fuzzy-Arithmetik*[29]

[28] Würde der Agent nach Vertragsabschluss und vor der Realisation von x exakte Information bzgl. der Produktivität und des Risikos erhalten, läge eine Art unscharfer hidden information-Situation vor. Bei dieser hätte der Agent nach Vertragsabschluss exakte Information über einen Parameter, der dem Principal nur vage bekannt ist. Dies stellt ebenfalls eine neuartiges Principal-Agent-Problem dar (vgl. Kapitel 5 A. II.).

[29] Vgl. z. B. Rommelfanger (1994), S. 41 ff.; Hauke (1998) S. 60 ff.

weiterverarbeitet werden. Für LR-Fuzzy-Zahlen ergibt sich eine in Kapitel 2 E. I. dargestellte spezielle Arithmetik. Bei der Einbindung von unscharfen Informationen bzgl. Produktivität und Risiko im LEN-Modell ist nur die Erweiterte Addition $\oplus$, Subtraktion $\ominus$ sowie die Multiplikation mit einem Skalar von Bedeutung, so dass bei Ableitung der Ergebnisse exakte Formeln verwendet werden können.

Bei näherer Betrachtung der *Operationen* $\ominus$ *und* $\oplus$ *fällt auf*[30], dass sich die Unschärfen bzw. Spannweiten in beiden Fällen addieren und die Ergebnisse somit „unschärfer“ werden. Zudem ist zu beachten, dass sich bei $\ominus$ die negative Spannweite des Ergebnisses aus der Summe der negativen Spannweite des Subtrahenten und der positiven Spannweite des Minuenden ergibt. Bei $\oplus$ addieren sich jeweils die positiven und negativen Spannweiten. Die Multiplikation mit einem Skalar erhöht auch die Unschärfe um diesen Faktor.

Bei Einbeziehung zusätzlicher Unschärfen in die Analyse, die eine erweiterte Multiplikation bzw. Division nötig machen, müsste der Principal abwägen, ob eine Verwendung von Näherungsformeln ausreicht oder eine exakte und damit komplexere Berechnung notwendig ist.

Für das hier betrachtete LEN-Modell *ergeben sich* unter Einbeziehung der unscharfen Informationen über das Risiko folgende *unscharfe Nutzenfunktionen bzw. Sicherheitsäquivalente:*[31]

$$
\begin{aligned}
\tilde{SA}_A &= s_1 \cdot (z, \delta_z^-, \delta_z^+)_{LR} \cdot a - \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 (\sigma^2, \delta_{\sigma^2}^-, \delta_{\sigma^2}^+)_{LR} - \frac{c}{2} a^2 + s_0 \\
&= (s_1 \cdot a \cdot z, s_1 \cdot a \cdot \delta_z^-, s_1 \cdot a \cdot \delta_z^+)_{LR} - \left(\frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \sigma^2, \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \delta_{\sigma^2}^-, \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \delta_{\sigma^2}^+ \right)_{LR} - \\
&\quad \left(\frac{c}{2} a^2, 0, 0 \right)_{LR} + (s_0, 0, 0)_{LR} \\
&= \left(s_1 \cdot a \cdot z - \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \sigma^2 - \frac{c}{2} a^2 + s_0, s_1 \cdot a \cdot \delta_z^- + \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \delta_{\sigma^2}^+, s_1 \cdot a \cdot \delta_z^+ \right. \\
&\quad \left. + \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \delta_{\sigma^2}^- \right)_{LR}
\end{aligned}
$$

[30] Vgl. Tabelle 2.

[31] Durch Einführung eines unscharfen Erwartungswertes und einer unscharfen Varianz des Ergebnisses entsteht eine unscharfe Dichtefunktion, die unscharfe Wahrscheinlichkeiten repräsentiert. Die Darstellung des Nutzenerwartungswertes mittels Sicherheitsäquivalent bleibt zulässig, da sich hier auf jedem gewählten α-Niveau eine Normalverteilung ergibt, die sich definitionsgemäß zu eins integriert (vgl. Anhang B, S. 132 ff.). Für eine allgemeine Diskussion der Ermittlung von unscharfen Erwartungswerten basierend auf unscharfen Wahrscheinlichkeiten vgl. Rommelfanger/Eickemeier (2002), S. 97 f., Rommelfanger (1994), S. 120 f.

$$\begin{aligned}\tilde{SA}_P &= (1-s_1)\cdot(z,\delta_z^-,\delta_z^+)_{LR}\cdot a - \frac{\alpha_P}{2}(1-s_1)^2(\sigma^2,\delta_{\sigma^2}^-,\delta_{\sigma^2}^+)_{LR} - s_0\\
&= ((1-s_1)\cdot a\cdot z,(1-s_1)\cdot a\cdot\delta_z^-,(1-s_1)\cdot a\cdot\delta_z^+)_{LR} - \Bigg(\frac{\alpha_p}{2}(1-s_1)^2\sigma^2,\\
&\quad \frac{\alpha_P}{2}(1-s_1)^2\delta_{\sigma^2}^-,\frac{\alpha_P}{2}(1-s_1)^2\delta_{\sigma^2}^+\Bigg)_{LR} - (s_0,0,0)_{LR}\\
&= \Bigg((1-s_1)\cdot a\cdot z - \frac{\alpha_P}{2}(1-s_1)^2\sigma^2 - s_0,(1-s_1)\cdot a\cdot\delta_z^- + \frac{\alpha_P}{2}(1-s_1)^2\delta_{\sigma^2}^+,\\
&\quad (1-s_1)\cdot a\cdot\delta_z^+ + \frac{\alpha_P}{2}(1-s_1)^2\delta_{\sigma^2}^-\Bigg)_{LR}\end{aligned}$$

Für den Agent ergibt sich innerhalb seines unscharfen *Sicherheitsäquivalents* $\tilde{SA}_A$ als „Gipfelpunkt" mit der Zugehörigkeit 1 das Sicherheitsäquivalent, das ihm im Standard-Modell unterstellt wird, nämlich $s_1\cdot a\cdot z - \frac{\alpha_A}{2}s_1^2\sigma^2 - \frac{c}{2}a^2 + s_0$. In die mögliche negative Abweichung $s_1\cdot a\cdot\delta_z^- + \frac{\alpha_A}{2}s_1^2\delta_{\sigma^2}^+$ fließen die Unschärfen bzgl. der möglichen negativen Abweichung bei der Produktivität δ_z^- und die mögliche positive Abweichung beim Risiko $\delta_{\sigma^2}^+$ mit ein. Die positive Spannweite des Sicherheitsäquivalents $s_1\cdot a\cdot\delta_z^+ + \frac{\alpha_A}{2}s_1^2\delta_{\sigma^2}^-$ ist hingegen durch die positive Abweichung bei der Produktivität δ_z^+ sowie die negative Spannweite des Risikos $\delta_{\sigma^2}^-$ beeinflusst. Die Spannweiten hängen zudem vom Aktivitätsniveau a, dem variablen Entlohnungsanteil s_1 sowie der jeweiligen Risikoaversion α_A des Agent ab.

Die *Wirkungsweise der Unschärfen erscheint intuitiv sinnvoll.* Das Sicherheitsäquivalent beschreibt definitionsgemäß die sichere Zielgröße, die der Wahrscheinlichkeitsverteilung gleichwertig ist.[32] Eine negative Spannweite des unscharfen Sicherheitsäqivalents bedeutet nun, dass der Agent möglicherweise einen niedrigeren „sicheren" Wert ansetzt. Dies kann zum einen durch einen geringeren Einfluss des Arbeitseinsatzes auf das Ergebnis und damit den Erwartungswert der Verteilung hervorgerufen werden, was durch δ_z^- erfasst wird. Zum anderen können höhere externe Risiken dargestellt durch $\delta_{\sigma^2}^+$ dazu führen, dass der äquivalente sichere Wert geringer ist. Die Wirkungsweise von δ_z^+ und $\delta_{\sigma^2}^-$ in der positiven Spannweite des Sicherheitsäquivalentes lassen sich entsprechend interpretieren.

Analog hat für den *Principal* das Sicherheitsäquivalent aus dem Standard-Modell die Zugehörigkeit 1 zu seinem *unscharfen Sicherheitsäquivalent* $\tilde{SA}_P$. Der „Gipfelpunkt" bestimmt sich demnach mit $(1-s_1)\cdot a\cdot z - \frac{\alpha_P}{2}(1-s_1)^2\sigma^2 - s_0$. Die mögliche negative Abweichung $(1-s_1)\cdot a\cdot$

[32] Vgl. z. B. Laux (1998), S. 211 ff.

$\delta_z^- + \frac{\alpha_P}{2}(1-s_1)^2\delta_{\sigma^2}^+$ hängt insbesondere von der unscharfen Information bzgl. der Produktivität δ_z^- und bzgl. des Risikos $\delta_{\sigma^2}^+$ ab. Die positive Abweichung ist durch δ_z^+ und $\delta_{\sigma^2}^-$ beeinflusst.

2. Analyse der unscharfen Teilnahmebedingung des Agent

Im first best-Fall muss der Principal nur die Teilnahmebedingung des Agent erfüllen. Diese ist durch Einführung der unscharfen Information zu einer unscharfen Ungleichung geworden: $\tilde{SA}_A \tilde{\geq} \tilde{R}$. Dies führt zur Problematik der Definition von $\tilde{\geq}$, da *unterschiedliche Definitionen der $\tilde{\geq}$-Beziehung denkbar* sind.[33] Abbildung 13 verdeutlicht die Problematik der Definition von:

$$\Bigg(\overbrace{s_1 \cdot a \cdot z - \frac{\alpha_A}{2}s_1^2\sigma^2 - \frac{c}{2}a^2 + s_0}^{SA},\ \overbrace{s_1 \cdot a \cdot \delta_z^- + \frac{\alpha_A}{2}s_1^2\delta_{\sigma^2}^+}^{\delta_{SA_A}^-},\ \overbrace{s_1 \cdot a \cdot \delta_z^+ + \frac{\alpha_A}{2}s_1^2\delta_{\sigma^2}^-}^{\delta_{SA_A}^+}\Bigg)_{LR} \tilde{\geq} (R, d, 0)_{LR}$$

Es können *mindestens 4 Fälle (a–d) unterschieden werden,* in denen man die Bedingung $\tilde{SA}_A \tilde{\geq} \tilde{R}$ als erfüllt ansehen könnte. *Jeder dieser Fälle repräsentiert inhaltlich eine andere Auffassung des Principal und führt zu unterschiedlichen Teilnahmebedingungen im Modell.*

Im *Fall a)* ist der kleinste Nutzenwert, der eine positive Zugehörigkeit zu $\tilde{SA}_A$ hat, größer als der größte Nutzenwert, der eine positive Zugehörigkeit zu $\tilde{R}$ hat. Es gilt also $inf\{\tilde{SA}_A(s_1, s_0, a)\} \geq sup\{\tilde{R}\}$. Für das LEN-Modell ließe sich diese Auffassung von $\tilde{\geq}$ mit

$$SA - \delta_{SA}^- \geq R$$

darstellen. Diese Bedingung garantiert, dass die Teilnahme auf jedem α-Niveau gesichert ist. Sie repräsentiert einen Entscheider, der die Teilnahme des Agent mit Möglichkeit 1 sichern möchte.

Für den Fall, dass die Spannweiten von $\tilde{SA}_A$ relativ groß sind, erscheint diese Bedingung jedoch sehr scharf zu sein. Deswegen wird die Bedingung aus Fall a) im *Fall b)* abgeschwächt. Hier muss nur auf einem Niveau ε

[33] Vgl. Rommelfanger (1994), S. 224 für eine Diskussion unterschiedlicher $\tilde{\leq}$-Beziehungen. Die Fragestellung ist verwandt mit der Definition von Fuzzy-Präferenzen bei unscharfen Nutzenbewertungen (vgl. Rommelfanger (1994), S. 72 ff.; Orlovsky (1978); Korolev / Leifert / Rommelfanger (1999), S. 3 ff.).

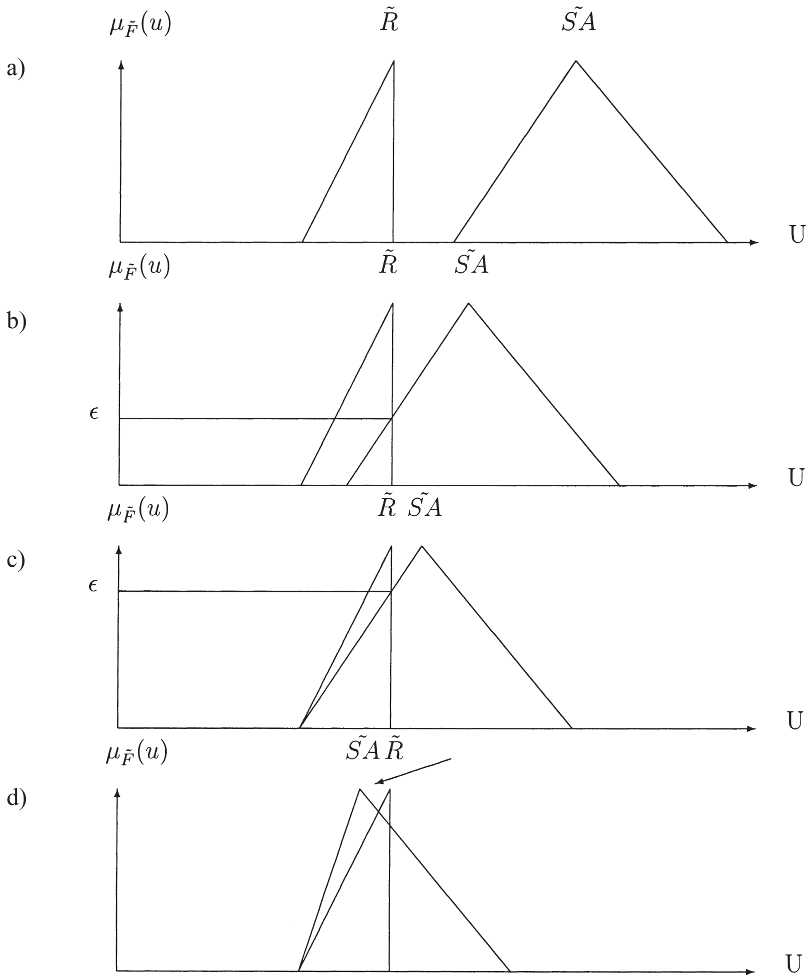

Abbildung 13: Mögliche Interpretationen einer unscharfen Nebenbedingung

gelten $inf\{\tilde{SA}_A(s_1, s_0, a)\} \geq_\varepsilon sup\{\tilde{R}\}$.[34] Innerhalb des LEN-Modells ließe sich diese Bedingung wie folgt darstellen:

$$L_{SA}^{-1}(\varepsilon) \geq R \qquad \Leftrightarrow \qquad SA - (1-\varepsilon)\delta_{SA}^{-} \geq R$$

[34] Diese Definition entspricht einer ρ-Präferenz, wie sie u.a. von Enta (1982), S. 443 ff., Rommelfanger (1994), S. 74 vorgeschlagen wird.

In diesem Fall müsste der Entscheider noch zusätzlich das Niveau festlegen, auf dem er nach Kriterium b) die $\tilde{\geq}$ Bedingung einhalten will. Bei der Wahl dieses Verständnisses von $\tilde{\geq}$ akzeptiert der Principal, dass sein Angebot zu einem Grade $\leq \varepsilon$ unter dem Reservationsnutzen liegt, ab dem der Agent in jedem Fall teilnimmmt.

Betrachtet man *Fall c),* so erkennt man, dass für diesen die $\tilde{\geq}$ aus Fall b) nur auf einem sehr hohen ε-Niveau erfüllt wäre. Dennoch erscheint es auch hier plausibel zu behaupten, dass das unscharfe Sicherheitsäquivalent $\tilde{SA}_A$ größer ist als der unscharfe Reservationsnutzen $\tilde{R}$, also $\tilde{SA}_A \tilde{\geq} \tilde{R}$ gilt. Diese Bedingung verlangt zum einen den Vergleich der Zughörigkeitswerte der maximalen Nutzen (also der rechten Äste der LR-Zahlen). Dies ließe sich über $sup\{\tilde{SA}_A(s_1, s_0, a)\} \geq sup\{\tilde{R}\}$ bzw.

$$SA \geq R$$

in das LEN-Modell einführen, was der Nebenbedingung des Standard-Modells entspricht. Um zu verhindern, dass bei dieser Bedingung auch Werte für $\tilde{SA}_A$ möglich sein können, die unterhalb des minimal für möglich gehaltenen Reservationsnutzen $(R - d)$ liegen[35], benötigt man zum anderen die zusätzliche Bedingung $inf\{\tilde{SA}_A(s_1, s_0, a)\} \geq inf\{\tilde{R}\}$. Im LEN-Modell müssten für diesen Fall die Nebenbedingungen

$$SA - \delta^-_{SA} \geq R - d$$

eingeführt werden.

Die Definition von $\tilde{\geq}$ nach Fall c)[36] erscheint inhaltlich sinnvoll. Es ist kein Wert für $\tilde{SA}$ möglich, der den Reservationsnutzen $\tilde{R}$ unterschreitet. Der Möglichkeitsgrad der Annahme des Vertrages ist immer größer oder gleich dem Möglichkeitsgrad des mit dem Vertrag erreichten Sicherheitsäquivalentes. Sie enthält allerdings die Teilnahmebedingung aus dem Standard-LEN-Modell $SA \geq R$. Der Principal hat also nicht die Möglichkeit, mit seinem Entlohnungsschema den Wert R mit dem Zugehörigkeitswert 1 zu unterschreiten. *Kapitel 3* hat jedoch für ein adverse selection-Modell gezeigt, dass es *für den Principal lohnenswert sein kann, diese „scharfe" Grenze zu unterbieten.* Das Fuzzy adverse selection-Modell lieferte für ihn die Möglichkeit, die Auswirkungen dieser Unterschreitung zu untersuchen.[37] Um eine *ähnliche Analyse auch für das LEN-Modell* zu ermöglichen, kann man

[35] Dies erscheint inhaltlich nicht sinnvoll und sollte aus Sicht des Principal, der den Agent unter Vertrag nehmen möchte, vermieden werden.

[36] Diese Interpretation von $\tilde{\geq}$ entspricht einer ε-Präferenz für unscharfe Nutzenbewertungen (vgl. Ramik/Rimanek (1985), S. 125, Rommelfanger (1994), S. 76 f.) für ein $\varepsilon \geq 0$.

eine Möglichkeitsfunktion μ_D definieren, die umschreibt, zu welchem Grade die Teilnahmebedingung auf dem Niveau 1 (es werden also die Maximalwerte verglichen) erfüllt ist:

$$\mu_D(s_0, s_1, a) = \begin{cases} 0 & : \quad SA(s_0, s_1, a) \leq R - d \\ \dfrac{SA + d - R}{d} & : \quad R - d \leq SA(s_0, s_1, a) \leq R \\ 1 & : \quad SA(s_0, s_1, a) > R \end{cases}$$

Der Principal kann nun einen Wert $\lambda \in [0, 1]$ vorgeben, der die minimale Möglichkeit der Teilnahme des Agent auf dem Niveau 1 festlegt. Daraus folgt zusätzlich zu $SA_A - \delta^-_{SA} \geq R - d$ als Nebenbedingung für *Fall d):*

$$\begin{aligned} \lambda &\leq \mu_D(s_0, s_1, a) \\ \Leftrightarrow \lambda &\leq \frac{SA - R}{d} + 1 \\ \Leftrightarrow SA &\geq R + (\lambda - 1)d \end{aligned}$$

Hier akzeptiert der Principal, dass der Zugehörigkeitsgrad des gewährten Sicherheitsäquivalents höher sein kann als die Möglichkeit, dass der Agent den Vertrag annimmt. Da die Definition nach Fall d) *garantiert, dass keine Unterschreitung des minimalen Wertes von $\tilde{R}$ vorkommen kann und zudem eine Bewertung der Möglichkeit der Ablehnung des Agent beinhaltet, wird sie als Definition von $\tilde{\geq}$ verwendet.* Als Teilnahmebedingung des Agent werden also im Folgenden die zwei Ungleichungen

$$\overbrace{s_1 \cdot a \cdot z - \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \sigma^2 - \frac{c}{2} a^2 + s_0}^{SA} \geq R + (\lambda - 1)d \tag{4.1}$$

$$\overbrace{s_1 \cdot a \cdot z - \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \sigma^2 - \frac{c}{2} a^2 + s_0}^{SA} - \overbrace{(s_1 \cdot a \cdot \delta^-_z + \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \delta^+_{\sigma^2})}^{\delta^-_{SA}} \geq R - d \tag{4.2}$$

eingeführt.

Je nach Charakter der modellierten Principal-Agent-Situation können aber auch die Definitionen für $\tilde{\geq}$ aus Fall a)–c) Anwendung finden. Es ergibt sich ein Spektrum von Principal-Typen: Von einem Entscheider, der die Nichtteilnahme gar nicht (Fall a) oder zu einem fixen Möglichkeitsgrad (Fall b) akzeptiert bis zu einem Entscheider, der eine Nichtteilnahme in

[37] Der Principal kann in den Modellen aus Kapitel 3 Verträge anbieten, die von den Agent-Typen mit einer bestimmten Möglichkeit α_1 bzw. α_2 akzeptiert werden.

Kauf nimmt unter der Voraussetzung, dass die Teilnahme eher möglich ist als die Unterschreitung des minimalen Nutzens (Fall c). Im Fall d) untersucht der Entscheider, wie sich eine höhere Möglichkeit der Ablehnung des Vertrages auf sein Ergebnis auswirkt.[38]

3. Analyse der unscharfen Zielsetzung des Principal

Durch Einführung von unscharfen Informationen in die Nutzenfunktion des Principal sind auch seine Ziele unscharf geworden. Er maximiert sein Sicherheitsäquivalent, das sich als LR-Fuzzy-Zahl $\tilde{SA}_P$ darstellen lässt:[39]

$$\Bigg(\overbrace{(1-s_1)\cdot a\cdot z-\frac{\alpha_P}{2}(1-s_1)^2\sigma^2-s_0}^{SA_{PS}},\overbrace{(1-s_1)\cdot a\cdot\delta_z^-+\frac{\alpha_P}{2}(1-s_1)^2\delta_{\sigma^2}^+}^{\delta_{SA_P}^-},$$
$$\overbrace{(1-s_1)\cdot a\cdot\delta_z^++\frac{\alpha_P}{2}(1-s_1)^2\delta_{\sigma^2}^-}^{\delta_{SA_P}^+}\Bigg)_{LR}$$

SA_{PS} entspricht dem Sicherheitsäquivalent, das der Principal im Standard-Modell maximieren würde. Die mögliche negative Abweichung $\delta_{SA_P}^-$ setzt sich zusammen aus seinem Anteil an der möglichen negativen Abweichung bei der Produktivität δ_z^- in Abhängigkeit vom Aktivitätsniveau a sowie der möglichen positiven Abweichung der Risikoprämie $\delta_{\sigma^2}^+$. Die mögliche positive Abweichung $\delta_{SA_P}^+$ von $\tilde{SA}_P$ ergibt sich aus seinem Anteil an der positiven Spannweite der Produktivität δ_z^+ wiederum in Abhängigkeit vom Aktivitätsniveau a sowie der möglichen negativen Abweichung bei seiner Risikoprämie $\frac{\alpha_P}{2}(1-s_1)^2\delta_{\sigma^2}^-$.

Der Principal verfolgt bei der Maximierung von $\tilde{SA}_P$ drei zusammenhängende Ziele, nämlich: $SA_{PS}\rightarrow max$, $SA_{PS}-\delta_{SA_P}^-\rightarrow max$, und $SA_{PS}+\delta_{SA_P}^+\rightarrow max$.[40] Dabei entspricht $SA_{PS}\rightarrow max$ der Maximierung des Gewinns, der mit der Möglichkeit 1 angenommen werden kann. Diese Zielsetzung entspricht der Optimierung innerhalb des Standard-LEN-Modells. Die Zielsetzung $SA_{PS}-\delta_{SA_P}^-\rightarrow max$ maximiert den minimalen für möglich erachteten Gewinn und $SA_{PS}+\delta_{SA_P}^+\rightarrow max$ maximiert den größten, gerade noch für

[38] Vgl. auch Rommelfanger/Eickemeier (2002), S. 41 ff. für eine Diskussion der Eignung unterschiedlicher Fuzzy-Präferenzen zur Modellierung von Risikoeinstellungen der Entscheider.

[39] Vgl. S. 85 f.

[40] Vgl. z.B. Rommelfanger (1994), S. 237 ff.; Hauke (1998), S. 83 ff. für eine Diskussion von Optimierungsansätzen bei unscharfen Zielsetzungen.

möglich gehaltenen Gewinn. Im Allgemeinen wird es keine Lösung des Mehrzieloptimierungsproblems geben, die alle drei Zielsetzungen gleichzeitig optimiert. Der Principal wird eine *Satisfizierungslösung* anstreben. Er kann ein unscharfes Zielanspruchsniveau $\tilde{ZN}$ als LR-Fuzzy-Zahl $(ZN, \delta^-_{ZN}, \delta^+_{ZN})_{LR}$ definieren, das sein unscharfes Sicherheitsäquivalent gemäß einer unscharfen $\tilde{\geq}$-Bedingung überschreiten soll.

Zur Bestimmung des Anspruchsniveaus $\tilde{ZN}$ muss der Principal abschätzen können, welche Gewinne für ihn möglich sind, und diese mit einer Zufriedenheitsfunktion analog Satz 3.1 bewerten.

Im Folgenden werden nun die Vertragsparameter s_0, s_1, a für die Zielsetzung $SA_{PS} - \delta^-_{SA_P} \rightarrow max$ sowie die Zielsetzung $SA_{PS} + \delta^+_{SA_P} \rightarrow max$ abgeleitet. Damit wird ein *Intervall an möglichen Gewinnen* bestimmt. Es wird untersucht, wie sich die Unschärfen und die Zielsetzungen auf die Vertragsparameter auswirken. Die Ergebnisse werden mit den Resultaten des Standard-Modells verglichen.[41]

4. Lösung des Modells für zwei Zielsetzungen des Principal und Vergleich mit den Ergebnissen des Standard-Modells

Unter der *Zielsetzung 1 $SA_{PS} - \delta^-_{SA_P} \rightarrow max$* ergibt sich für den Principal für first best-Bedingungen folgendes Optimierungsproblem:

Zielfunktion

$$(1 - s_1)a(z - \delta^-_z) - \frac{\alpha_P}{2}(1 - s_1)^2(\sigma^2 + \delta^+_{\sigma^2}) - s_0$$

Nebenbedingungen

$$s_1 \cdot a \cdot z - \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \sigma^2 - \frac{c}{2} a^2 + s_0 \geq R + (\lambda - 1)d \tag{4.3}$$

$$s_1 \cdot a \cdot (z - \delta^-_z) - \frac{\alpha_A}{2} s_1^2(\sigma^2 + \delta^+_{\sigma^2}) - \frac{c}{2} a^2 + s_0 \geq R - d \tag{4.4}$$

[41] Analog zu der Definition von $\tilde{\geq}$ für die Teilnahmebedingung des Agent könnte man weiterhin die Bedingung $\tilde{SA_P} \tilde{\geq} \tilde{ZN}$ ersetzen durch die Nebenbedingungen $SA_{PS} - \delta^-_{SA_P} \geq ZN - \delta^-_{ZN}$ und $\mu_{SP_P}(a, s_0, s_1) \rightarrow max$ und so zu einer Satisfizierungslösung gelangen. Für die Definition von $\mu_{D_{PS}}(a, s_0, s_1)$ bzw. der Parameter von $\tilde{ZN}$ benötigt man ebenfalls eine Vorstellung über mögliche Gewinne. Vgl. z. B. Rommelfanger (1994), S. 239 f. für eine Ableitung der Grenzen einer Zufriedenheitsfunktion des Entscheiders innerhalb eines linearen Optimierungsproblems.

Die Lösung lässt sich mit folgendem Satz und Tabelle 4[42] beschreiben:

Satz 4.1

1) Mindestens eine Teilnahmebedingung ist bindend, d. h. die Grenze, die das minimal mögliche Sicherheitsäquivalent festlegt, oder die Grenze mit dem Zugehörigkeitsgrad 1 ist entscheidend für die Vertragsgestaltung.

2) Der Principal beeinflusst durch Auswahl der Möglichkeit λ, dass der Vertrag auf dem Niveau 1 angenommen wird, welche Grenzen bindend sind.

3) Das Aktivitätsniveau wird durch die Unschärfe δ_z^- im Vergleich zum Standard-Modell reduziert, kann aber für eine relativ große Spannweite des möglichen Reservationsnutzens des Agent bzw. eine relativ große Möglichkeit der Annahme des Vertrages auf Niveau 1 $\left(\text{Fall 1: } \lambda \cdot d \geq s_1 \cdot a \cdot \delta_z^- + \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \delta_{\sigma^2}^+\right)$ durch eine Beteiligung des Agent an der Unschärfe δ_z^- gesteigert werden.

4) Die variable Entlohnung s_1 kann für eine relativ große Spannweite des möglichen Reservationsnutzen des Agent bzw. eine relativ große Möglichkeit der Annahme des Vertrages auf Niveau 1 (Fall 1) auch im first best-Fall für $\alpha_A \sigma^2 > \frac{(\delta_z^-)^2}{c}$ positiv sein, selbst wenn der Principal risikoneutral ist. Für $\lambda \cdot d < s_1 \cdot a \cdot \delta_z^- + \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \delta_{\sigma^2}^+$ (Fall 2) entspricht s_1 dem Standard-Modell.

Satz 4.1 1) zeigt, dass Nebenbedingung (4.3) (Fall 1) oder Nebenbedingung (4.4) (Fall 2) bindend ist. Nach Satz 4.1. 2) beeinflusst der Principal über die Wahl des Parameters λ, welcher Fall relevant ist.[43] Tabelle 4 stellt die Bestimmungsterme für die Vertragsparameter beider Fälle und für das Standard-Modell einander gegenüber.

Im *Fall 1* war die Nebenbedingung, die das Sicherheitsäquivalent mit dem Zugehörigkeitsgrad 1 festlegt, bindend. Dieser Fall ist zulässig, falls $\lambda \cdot d \geq s_1 \cdot a \cdot \delta_z^- + \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \delta_{\sigma^2}^+$. Hier dominiert das unscharfe Wissen des Principal bzgl. des Reservationsnutzens des Agent $(\lambda \cdot d)$ die mögliche negative Nutzenabweichung des Agent $\left(s_1 \cdot a \cdot \delta_z^- + \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \delta_{\sigma^2}^+\right)$. Der Fokus liegt ge-

[42] Für die Herleitung der Satzes 4.1 vgl. Anhang S. 135 ff.

[43] Durch Auflösen der bindenden Nebenbedingung nach s_0 ergibt sich hier und in den folgenden Modellen der fixe Entlohnungsanteil.

Tabelle 4

First best-Ergebnisse des Standard-LEN-Modells und des Fuzzy-Modells unter der Zielsetzung $1,, SA_{PS} - \delta^{-}_{SA_P} \rightarrow max$

Parameter	Standard-Modell	Fall 1	Fall 2
a	$\frac{z}{c}$	$\frac{z + \delta_z^-(s_1 - 1)}{c}$	$\frac{z - \delta_z^-}{c}$
s_1	$\frac{\alpha_P}{\alpha_P + \alpha_A}$	$\frac{\alpha_P(\sigma^2 + \delta^+_{\sigma^2}) + \frac{(z - \delta_z^-)\delta_z^-}{c}}{\alpha_P(\sigma^2 + \delta^+_{\sigma^2}) + \alpha_A\sigma^2 - \frac{(\delta_z^-)^2}{c}}$	$\frac{\alpha_P}{\alpha_P + \alpha_A}$

wissermaßen auf dem Nutzen des Agent, dem der höchste Möglichkeitsgrad beigemessen wird. Die *Aktivität ist nun von dem variablen Anteil* s_1 *abhängig.* Das beobachtbare Aktivitätsniveau des Agent wird durch seine Beteiligung an der Unschärfe des Wissens bzgl. des Erfolgs erhöht. Die variable Entlohnung s_1 ergibt sich nicht nur aus dem Quotienten der Risikoaversionskoeffizienten, sondern ist auch durch die Unschärfen bzgl. der Produktivität und des Risikos bestimmt. s_1 *kann* > 0 *sein, auch wenn der Principal risikoneutral* ($\alpha_P = 0$) *ist,* was ein *Novum in einem first best-Fall einer Principal-Agent-Beziehung* darstellt. Die Bedingung $\alpha_A\sigma^2 > \frac{(\delta_z^-)^2}{c}$ drückt dabei eine Situation aus, in der das externe Risiko stärker berücksichtigt wird als die Möglichkeit, dass die Produktivität interner Prozesse möglicherweise gering ist.

Im *Fall 2* war die Nebenbedingung bindend, welche die untere Grenze des Sicherheitsäquivalents festlegt und es gilt $\lambda \cdot d < s_1 \cdot a \cdot \delta_z^- + \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \delta^+_{\sigma^2}$. Dieser Fall könnte interpretiert werden als Situation, in welcher der Fokus auf dem minimal äquivalenten sicheren Ergebnis für den Agent liegt und die Unschärfe innerhalb des Ergebnisses für den Agent die Vagheit des Reservationsnutzens aus Sicht des Principals dominiert. Da auch der Principal das minimal mögliche Ergebnis maximiert, liegt hier sozusagen *Zielkongruenz bzgl. der unscharfen Größen* vor. Das *Aktivitätsniveau a* ergibt sich in diesem Fall *analog dem Standard-Modell* aus einem Quotienten aus Produktivität und dem Arbeitsleidkoeffizienten *unabhängig vom variablen Entlohnungsanteil.* Es ist durch die unscharfe Information jedoch um den Faktor $\frac{\delta_z^-}{c}$ geringer. Der Bestimmungsterm für s_1 ist identisch zum Standard-Modell und ergibt sich aus den Risikokoeffizienten für die stochastische Unsicherheit. Für einen risikoneutralen Principal ist der variable Entlohnungsanteil Null. Bei Zielkongruenz bzgl. der unscharfen Größen erfolgt demnach eine *Verteilung des nicht-stochastischen und stochastischen Risikos gemäß der Allokation im Standard-Modell.*

Je nach Fokus ergeben sich also unterschiedliche Werte für das Aktivitätsniveau a und den variablen Entlohnungsanteil s_1. Im Vergleich zum Standard-Modell ist das Aktivitätsniveau für beide Fälle niedriger bzw. für $s_1 = 1$ im ersten Fall identisch. Das *unscharfe Wissen bzgl. der Produktivität wirkt sich also im first best-Fall u. U. reduzierend auf den Einsatz des Agent aus.* Die Einstellung des Principal gegenüber einer möglichen Ablehnung des Vertrages (λ) und sein unscharfes Wissen über das Sicherheitsäquivalent (d) des Agent bestimmen die vorhandenen Arbeits- und Entlohnungsanreize.[44]

Unter der *Zielsetzung 2* $SA_{PS} + \delta^+_{SA_P} \rightarrow max$ ergibt sich für den Principal folgendes Optimierungsproblem:

Zielfunktion

$$(1 - s_1)a(z + \delta_z^+) - \frac{\alpha_P}{2}(1 - s_1)^2(\sigma^2 - \delta_{\sigma^2}^-) - s_0$$

Nebenbedingungen

$$s_1 \cdot a \cdot z - \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \sigma^2 - \frac{c}{2} a^2 + s_0 \geq R + (\lambda - 1)d \tag{4.5}$$

$$s_1 \cdot a \cdot (z - \delta_z^-) - \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 (\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^+) - \frac{c}{2} a^2 + s_0 \geq R - d \tag{4.6}$$

Die Lösung diese Modells lässt sich mit folgendem Satz und Tabelle 5 beschreiben.[45]

Satz 4.2

1) Das Aktivitätsniveau des Agent ist im Vergleich zum Standard-Modell durch die Unschärfe δ_z^+ *erhöht. Eine Beteiligung des Agent an der Unschärfe der Produktivität reduziert jedoch dessen Arbeitseinsatz.*

---

[44] Dies wird durch die für die Zulässigkeit der Fälle relevante Ungleichung $\lambda \cdot d \geq (<) s_1 \cdot a \cdot \delta_z^- + \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \delta_{\sigma^2}^+$ verdeutlicht.

[45] Für die Herleitung der Satzes 4.2 vgl. Anhang S. 135 ff.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

2) Die variable Entlohnung des Agent ist auch für einen risikoneutralen Principal positiv (>0) für $\alpha_A\sigma^2 < \frac{(\delta_z^+)^2}{c}$ *und* $\alpha_A(\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^+) < \frac{(\delta_z^+ + \delta_z^-)^2}{c}$.

3) Abschnitte 1) und 2) aus Satz 4.1 gelten.

Tabelle 5 stellt die Ergebnisse des Standard-Modells und die Ergebnisse der Optimierung unter der Zielsetzung 2 $SA_{PS} + \delta_{SA_P}^+ \rightarrow max$ gegenüber.

Der Vergleich in Tabelle 5 macht deutlich, dass die *einfache Ergebnisstruktur aus dem Standard-Modell nach Berücksichtigung der Unschärfe nicht mehr gültig* ist. Im *Fall 1* (Nebenbedingung (4.5) bindend) ist das maximale Aktivitätsniveau a um den Faktor $\frac{\delta_z^+}{c}$ im Vergleich zum Standard-Modell erhöht. Durch eine variable Beteiligung des Agent an der möglichen positiven Abweichung des Erfolgs wird sein Arbeitseinsatz jedoch reduziert. Bei einer vollständigen Beteiligung ($s_1 = 1$) entspricht a dem Aktivitätsniveau des Standard-Modells. Der variable Entlohnungsanteil ist lediglich beeinflusst von zwei Unschärfen, der möglichen negativen Abweichung beim Risiko und der positiven Abweichung bei der Produktivität.

Im *Fall 2* (Nebenbedingung (4.6) bindend) wird das Aktivitätsniveau a im Vergleich zum Standard-Modell um den Betrag $\frac{\delta_z^+}{c}$ erhöht und gleichzeitig in Abhängigkeit von dem variablen Anteil s_1 und der gesamten Unschärfe bzgl. der Produktivität $(\delta_z^+ + \delta_z^-)$ reduziert. Wird der Agent an der Unschärfe der Produktivität beteiligt, nimmt in diesem Fall sein beobachtbares Aktivitätsniveau ab. Für $s_1 = 0$ ergibt sich das maximale Aktivitätsniveau $\frac{z+\delta_z^+}{c}$, für $s_1 = 1$ entspricht das Aktivitätsniveau dem Niveau aus der Zielsetzung 1 $SA_{PS} - \delta_{SA_P}^- \rightarrow max$ im Fall 2. Bei der Bestimmung des variablen Anteils s_1 ist auffällig, dass dieser von allen Unschärfen abhängt und nicht nur von zwei im Modell erfassten Unschärfen, wie es unter der Zielsetzung $SA_{PS} - \delta_{SA_P}^- \rightarrow max$ der Fall war. Die Abweichungen des Risikos gehen mit unterschiedlichen Vorzeichen ein. Das Gewicht der Risikoaversion des Agent wird durch die mögliche positive Abweichung des Risikos erhöht, während das Gewicht der Risikoaversion des Principal durch die mögliche negative Abweichung reduziert wird.

Für beide Fälle ist das Anstrengungsniveau a jetzt auch im first best-Fall von dem variablen Entlohnungsanteil abhängig. Die Probleme der Festlegung des Aktivitätsniveaus und der variablen Entlohnung sind nicht mehr separierbar. In dieser Situation liegt *für keinen Fall Zielkongruenz bzgl. der Unschärfen* vor. Für die Annahme des Vertrages ist entweder das minimal mögliche Sicherheitsäquivalent relevant oder das mit dem höchsten Zuge-

Tabelle 5

First best-Ergebnisse des Standard-LEN-Modells und des Fuzzy-Modells unter der Zielsetzung $2,, SA_{PS} + \delta^{+}_{SA_P} \rightarrow max$

Parameter	Standard-Modell	Fall 1	Fall 2
a	$\frac{z}{c}$	$\frac{z + \delta_z^+ - s_1 \delta_z^+}{c}$	$\frac{z + \delta_z^+ - s_1(\delta_z^+ + \delta_z^-)}{c}$
s_1	$\frac{\alpha_P}{\alpha_P + \alpha_A}$	$\frac{-\frac{(z + \delta_z^+)\delta_z^+}{c} + \alpha_P(\sigma^2 - \delta_{\sigma^2}^-)}{\frac{-(\delta_z^+)^2}{c} + \alpha_P(\sigma^2 - \delta_{\sigma^2}^-) + \alpha_A \sigma^2}$	$\frac{\frac{-(z + \delta_z^+)(\delta_z^+ + \delta_z^-)}{c} + \alpha_P(\sigma^2 - \delta_{\sigma^2}^-)}{\frac{-(\delta_z^+ + \delta_z^-)^2}{c} + \alpha_P(\sigma^2 - \delta_{\sigma^2}^-) + \alpha_A(\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^+)}$

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

hörigkeitswert.[46] Auffällig ist, dass in beiden Fällen der *Arbeitseinsatz mit der Beteiligung an der Unschärfe der Produktivität sinkt.* Eine Beteiligung des Agent an der Unschärfe der Produktivität wirkt sich also unter der Zielsetzung $SA_{PS} + \delta^{+}_{SA_P} \rightarrow max$ reduzierend auf dessen Arbeitseinsatz aus. Dies *überrascht,* da in Ergebnissen aus Standard-Modellen stets durch eine Beteiligung an der vorhandenen (stochastischen) Unsicherheit $s_1 > 0$ eine Steigerung des Aktivitätsniveaus erreicht werden konnte. Die Beteiligung ist nun auch nicht mehr allein durch das Verhältnis der Risikokoeffizienten festgelegt, sondern hängt von den Spannweiten des Risikos und der Produktivität ab. Insbesondere ist auffällig, dass nun *auch bei einem risikoneutralen Principal der variable Anteil der Entlohnung in beiden Fällen positiv (>0) ist* für $\alpha_A \sigma^2 < \frac{(\delta_z^+)^2}{c}$ und $\alpha_A(\sigma^2 + \delta^+_{\sigma^2}) < \frac{(\delta_z^+ + \delta_z^-)^2}{c}$. Eine variable Entlohnung ist demnach sinnvoll in einer Situation, in der externe Risiken vom Agent geringer bewertet werden als die Schwankungen bei der Produktivität im Verhältnis zum Arbeitsleid. Dies war *im first best-Ergebnis des Standard-Modells nicht gegeben.* Die Situation, dass auf Seiten des Agent und des Principal unscharfe Informationen vorliegen und die Nutzenfunktionen nicht mehr scharf definiert werden können, liefert auch bei ansonsten symmetrischen Informationen „Anreizprobleme".[47] s_1 könnte in den Fällen 1 und 2 auch negative Werte annehmen. Ein negatives s_1 bewirkt eine Erhöhung des fixen Entlohnungsanteils s_0.[48] Es würde also ein höheres fixes Gehalt vereinbart, von dem je nach Ergebnis ein Teil wieder abgezogen wird. Die Unschärfe im Ergebnis würde so „rückwirkend" zwischen Principal und Agents aufgeteilt. Ein derartiger Mechanismus ist im Standard-Modell nicht erkennbar.[49]

Ein Vergleich der Tabellen 4 und 5 führt unmittelbar zu folgendem Satz:

Satz 4.3

Je nach Zielsetzung des Principal sind unterschiedliche Kombinationen von Aktivitätsniveau und variabler Entlohnung für ihn vorteilhaft.

---

[46] Gemäß den Annahmen über das unscharfe Sicherheitsäquivalent des Reservationsnutzens kennt der Agent seinen Reservationsnutzen exakt. Er kennt die Möglichkeit, mit welcher der von ihm erzielte Nutzen seine Teilnahmegrenze überschreitet (vgl. Kapitel 4 C.). Der Principal nutzt seine unscharfe Information über den Reservationsnutzen, um die Annahmemöglichkeit über die Nebenbedingungen größenordnungsmäßig abzuschätzen (vgl. Kapitel 4 D. I. 2.) und die relevanten Grenzen zu bestimmen.

[47] Vgl. Kapitel 4 E. II.

[48] In den aus den bindenden Nebenbedingungen abgeleiteten Bestimmungstermen für s_0 geht die variable Entlohnung s_1 mit negativem Vorzeichen ein.

[49] Auch in der hier gewählten Modell-Lösung (vgl. Beweis S. 139 ff.) ist allerdings ein negatives s_1 durch die Kuhn-Tucker-Bedingungen ausgeschlossen.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

Die *Zielsetzungen könnten inhaltlich dahingehend interpretiert werden,* dass der Fokus $SA_{PS} + \delta^{+}_{SA_P}$ einen *Entscheider* darstellt, der Wert darauf legt, auch *große Gewinne möglich zu machen,* während die Optimierung von $SA_{PS} - \delta^{-}_{SA_P}$ einem eher *vorsichtigen Principal* entspricht, der die mögliche untere Grenze seines Nutzens maximieren möchte. Bei dem Fokus auf die untere Grenze stellt sich für ihn das Problem, inwiefern er den Agent an der möglichen negativen Abweichung des Ergebnisses beteiligt.[50] Hier kann das Aktivitätsniveau des Agent durch eine Beteiligung an der Unschärfe gesteigert werden. Bei dem Fokus auf der oberen Grenze hat auch eine Beteiligung an der möglichen positiven Ergebnisabweichung Anreizwirkung.[51] Allerdings reduziert eine Beteiligung des Agent dessen Aktivitätsniveau.

Liegt unscharfe Information bzgl. der internen Produktivität und des externen Risikos vor, bekommt die Principal-Agent-Situation einen neuen Charakter. Die *Zielsetzung des Principal entscheidet, welche Beteiligung des Agent an der kombinierten stochastischen und nicht-stochastischen Unsicherheit im Ergebnis x vorteilhaft ist.* Die Einstellung der Akteure bzgl. der vagen Unsicherheit wird entscheidungsrelevant. Damit ist die Problematik schon im first best-Fall vielschichtiger geworden. Es wird deutlich, wie sehr die „einfachen“ Ergebnisse des Standard-Modells von der Annahme der vollständigen Information über die Nutzenfunktion abhängen. Bei einer realistischeren Modellierung durch Fuzzy Sets werden neue Zusammenhänge zwischen Entlohnung, Aktivität und Unschärfen sichtbar.

II. Ableitung und Analyse einer second best-Lösung

In der second best-Situation kann der Principal die Handlung des Agent nicht beobachten. Er muss daher berücksichtigen, dass der *Agent durch Wahl seiner Aktion seinen Nutzen maximiert.* Ihm stellt sich nun folgendes Optimierungsproblem:

$$\tilde{SA}_P \Rightarrow max$$

unter der Anreizbedingung

$$a = \max_a \tilde{SA}_A$$

und der Teilnahmebedingung

$$\tilde{SA}_A \;\tilde{\geq}\; \tilde{R}$$

[50] Das Aktivitätsniveau war nur von δ_z^- abhängig (vgl. Tabelle 4).

[51] Das Aktivitätsniveau kann nun von δ_z^- und δ_z^+ abhängig sein (vgl. Tabelle 5).

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

Die Zielfunktion des Principal, die Zielfunktion des Agent sowie die Teilnahmebedingung sind nunmehr durch Unschärfen geprägt.

1. Analyse der unscharfen Zielfunktion des Agent

Die Nutzenfunktion des Principal wurde bereits in Abschnitt D. I. 3. diskutiert. Für die Nutzenfunktion des Agent ist in D. I. 1. folgende LR-Darstellung abgeleitet worden:

$$\Bigg(\overbrace{s_1 \cdot a \cdot z - \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \sigma^2 - \frac{c}{2} a^2 + s_0}^{SA_A}, \overbrace{s_1 \cdot a \cdot \delta_z^- + \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \delta_{\sigma^2}^+}^{\delta_{SA_A}^-}, \overbrace{s_1 \cdot a \cdot \delta_z^+ + \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \delta_{\sigma^2}^-}^{\delta_{SA_A}^+}\Bigg)_{LR}$$

SA_A entspricht dem Sicherheitsäquivalent, das im Standard-Modell für den Agent relevant ist. Zudem werden aber die möglichen negativen $\delta_{SA_A}^-$ und positiven Abweichungen $\delta_{SA_A}^+$ davon in die Entscheidung mit einbezogen. Es ergibt sich auch *aus Sicht des Agent ein Mehrzieloptimierungsproblem*. Denkbar sind die Zielsetzungen $SA_A \rightarrow max$, $SA_A - \delta_{SA_A}^- \rightarrow max$ und $SA_A + \delta_{SA_A}^+ \rightarrow max$. $SA_A \rightarrow max$ entspricht dem Kalkül des Agent innerhalb des Standard-Modells, $SA_A - \delta_{SA_A}^- \rightarrow max$ optimiert den niedrigsten für möglich erachteten Nutzen, $SA_A + \delta_{SA_A}^+ \rightarrow max$ orientiert sich am größten für möglich gehaltenen Nutzen. Jede dieser Zielsetzungen führt gemäß dem „first order approach“ zu unterschiedlichen Bedingungen für das Aktivitätsniveau *a*.[52] Keine Aktion optimiert alle drei Zielsetzungen simultan. Es ist also auch aus Sicht des Agent eine Lösung zu finden, die ein Mindestanspruchsniveau für alle drei Zielsetzungen erfüllt. Die *Einstellung des Agent gegenüber der Unschärfe wird relevant für die Wahl seiner Aktion.*

Folgende Überlegungen zeigen zunächst, dass die Bedingungen für das Aktivitätsniveau sich durch einen von den Unschärfeparametern der Produktivität bestimmten Term unterscheiden.

Unter der Zielsetzung $SA_A \rightarrow max$ ergibt sich für den Agent die Bedingung für das Aktivitätsniveau *a* analog zum Standard-Modell:

$$\frac{\partial SA_A}{\partial a} = s_1 \cdot z - c \cdot a = 0$$

und damit

$$a = \frac{s_1 \cdot z}{c}$$

[52] Da das Optimierungsproblem des Agent für jede dieser Zielsetzungen konkav ist, bleibt der „first order approach“ analog dem Standard-Modell zulässig.

Für $SA_A - \delta^-_{SA_A} \rightarrow max$ maximiert der Agent den Ausdruck

$$s_1 \cdot a \cdot z - \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \sigma^2 - \frac{c}{2} a^2 + s_0 - s_1 \cdot a \cdot \delta_z^- - \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \delta^+_{\sigma^2}$$

Als Bedingung erster Ordnung ergibt sich daraus:

$$\frac{\partial SA_A}{\partial a} = s_1 \cdot z - c \cdot a - s_1 \delta_z^- = 0$$
$$\Leftrightarrow$$
$$a = \frac{s_1(z - \delta_z^-)}{c} = \frac{s_1 \cdot z}{c} - \frac{s_1 \cdot \delta_z^-}{c}$$

Legt der Agent den Fokus auf den niedrigsten möglichen Gewinn, so wird sein Aktivitätsniveau durch eine Beteiligung an der möglichen negativen Abweichung der Produktivität um den Faktor $s_1 \cdot \frac{\delta_z^-}{c}$ reduziert. Für den Agent ist eine Beteiligung an der Unschärfe in diesem Fall demotivierend.

Analog erhält man für $SA_A + \delta^+_{SA_A} \rightarrow max$:

$$\frac{\partial SA_A}{\partial a} = s_1 \cdot z - c \cdot a + s_1 \delta_z^+ = 0$$
$$\Leftrightarrow$$
$$a = \frac{s_1(z + \delta_z^+)}{c} = \frac{s_1 \cdot z}{c} + \frac{s_1 \cdot \delta_z^+}{c}$$

Konzentriert sich der Agent auf den größtmöglichen Gewinn, so wird eine Beteiligung an der möglichen positiven Abweichung der Produktivität aktivitätsteigernd mit dem Faktor $s_1 \cdot \frac{\delta_z^+}{c}$.

Für das Aktivitätsniveau ergibt sich also eine *Spannweite an möglichen Aktivitäten* gemäß

$$a = \frac{s_1 \Delta}{c}$$

wobei

$$z - \delta_z^- \leq \Delta \leq z + \delta_z^+$$

Die Struktur des Bestimmungsterms des Aktivitätsniveaus ist also ähnlich zu der des Standard-Modells. Der Arbeitseinsatz ist direkt abhängig von der

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

variablen Entlohnung s_1 und dem Quotienten der Produktivität und des Arbeitsleidkoeffizienten. Die konkrete Ausprägung hängt jedoch zusätzlich von der verfolgten Zielsetzung bzw. den berücksichtigen Unschärfen des Agent ab. *Je nach Zielfunktion kann sich eine Beteiligung an der unscharfen Information positiv oder negativ auf seinen Arbeitseinsatz im Vergleich zum Aktivitätsniveau im Standard-Modell auswirken. Inhaltlich* kann man das Ergebnis von Zielsetzung $SA_A + \delta^+_{SA_A} \rightarrow max$ als *Auffassung des Agent* interpretieren, dass sein Einfluss auf das Ergebnis eher hoch ist. Er lässt sich durch eine variable Entlohnung mehr motivieren als ein Agent, der davon ausgeht, dass sein Einfluss auf das Ergebnis eher gering ist. Letztere Auffassung spiegelt sich im Resultat der Zielsetzung $SA_A - \delta^-_{SA_A} \rightarrow max$ wider.

2. Bestimmung einer second best-Lösung für die unscharfe Zielsetzung des Principal

Das second best-Optimierungsproblem lässt sich unter Verwendung der in Abschnitt D. I. 2. gewählten Definition von $\tilde{\geq}$ wie folgt formulieren:

$$\Bigg(\overbrace{(1-s_1)\cdot a\cdot z-\frac{\alpha_P}{2}(1-s_1)^2\sigma^2-s_0}^{SA_{PS}},\overbrace{(1-s_1)\cdot a\cdot\delta^-_z+\frac{\alpha_P}{2}(1-s_1)^2\delta^+_{\sigma^2}}^{\delta^-_{SA_P}},$$

$$\overbrace{(1-s_1)\cdot a\cdot\delta^+_z+\frac{\alpha_P}{2}(1-s_1)^2\delta^-_{\sigma^2}}^{\delta^+_{SA_P}}\Bigg)_{LR}\rightarrow max \tag{4.7}$$

$$a=\frac{s_1\Delta}{c}, z-\delta^-_z\leq\Delta\leq z+\delta^+_z \tag{4.8}$$

$$s_1\cdot a\cdot z-\frac{\alpha_A}{2}s_1^2\sigma^2-\frac{c}{2}a^2+s_0\geq R+(\lambda-1)d \tag{4.9}$$

$$s_1\cdot a\cdot z-\frac{\alpha_A}{2}s_1^2\sigma^2-\frac{c}{2}a^2+s_0-\left(s_1\cdot a\cdot\delta^-_z+\frac{\alpha_A}{2}s_1^2\delta^+_{\sigma^2}\right)\geq R-d \tag{4.10}$$

Wenn für den *Agent die Zielsetzung* $SA_A - \delta^-_{SA_A} \rightarrow max$ und damit das Aktivitätsniveau als $a = s_1\frac{z-\delta^-_z}{c}$ unterstellt wird, kann eine *Lösung für die Zielsetzung* $SA_{PS} - \delta^-_{SA_P} \rightarrow max$ *(Ziel 1) bzw.* $SA_{PS} + \delta^+_{SA_P} \rightarrow max$ *(Ziel 2) des Principal* mit folgendem Satz und Tabellen 6 und 7 beschrieben werden.[53]

[53] Beweis vgl. Anhang S. 140 ff.

Satz 4.4

1) Es ist mindestens eine Teilnahmebedingung 4.9 (Fall 1) oder 4.10 (Fall 2) bindend. Der Principal beeinflusst durch die Wahl der Möglichkeit λ, dass der Vertrag auf Niveau 1 angenommen wird, welcher Fall relevant ist.

2) Unterschiedliche Zielsetzungen des Principal induzieren verschiedene Entlohnungsschemata: Bei einer Orientierung an dem minimal möglichen Gewinn sind die Unschärfen δ_z^-, $\delta_{\sigma^2}^-$ und $\delta_{\sigma^2}^+$ relevant, bei der Orientierung am größten möglichen Gewinn ist zudem δ_z^+ von Bedeutung.

Tabellen 6 und 7 zeigen die konkreten Bestimmungsterme für s_1 unter den Zielsetzungen 1 und 2. Bei *Ziel 1* (Tabelle 6) erscheinen die Ergebnisse zunächst strukturell ähnlich zu den Ergebnissen des Standard-Modells. Allerdings spiegeln sich die Unschärfen in den konkreten Ausprägungen der Werte für den variablen Entlohnungsanteil wider. Im Fall 1 ist der Prämiensatz s_1 abhängig von den Risikokoeffizienten (α_A, α_P) multipliziert mit den möglichen Risikowerten und Quotienten aus Produktivität und Arbeitsleidkoeffizient $\frac{(z-\delta_z^-)^2}{c}$ bzw. $\frac{(z-\delta_z^-)}{c}\delta_z^-$. Insbesondere ist er beeinflusst von dem unscharfen Wissen über mögliche negative Abweichungen bei Produktivität und Risiko (δ_z^- und $\delta_{\sigma^2}^-$). Im Fall 2 ist der Prämiensatz von der negativen Abweichung der Produktivität δ_z^- sowie den möglichen positiven und

Tabelle 6

Second best-Lösung bei der Zielsetzung *1*,,$SA_{PS} - \delta_{SA_P}^- \rightarrow max$ des Principal und der Zielsetzung $SA_A - \delta_{SA_A}^- \rightarrow max$ des Agent

Parameter	Standard-Modell	Fall 1
s_1	$\dfrac{\frac{z^2}{c} + \alpha_P \sigma^2}{\frac{z^2}{c} + \alpha_P \sigma^2 + \alpha_A \sigma^2}$	$\dfrac{\alpha_P(\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^-) + \frac{(z-\delta_z^-)^2}{c}}{\alpha_P(\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^-) + \alpha_A \sigma^2 + \frac{(z-\delta_z^-)^2}{c} - 2\frac{z-\delta_z^-}{c}\delta_z^-}$
		Fall 2
		$\dfrac{\alpha_P(\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^-) + \frac{(z-\delta_z^-)^2}{c}}{\alpha_P(\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^-) + \alpha_A(\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^+) + \frac{(z-\delta_z^-)^2}{c}}$

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

Tabelle 7

Second best-Lösung bei der Zielsetzung *2*, , $SA_{PS} + \delta^{+}_{SA_P} \rightarrow max$ des Principal und der Zielsetzung $SA_A - \delta^{-}_{SA_A} \rightarrow max$ des Agent

	Standard-Modell	Fall 1
s_1	$\dfrac{\dfrac{z^2}{c} + \alpha_P\sigma^2}{\dfrac{z^2}{c} + \alpha_P\sigma^2 + \alpha_A\sigma^2}$	$\dfrac{\dfrac{(z-\delta_z^-)(z+\delta_z^+)}{c} + \alpha_P(\sigma^2 - \delta_{\sigma^2}^-)}{2\dfrac{(z-\delta_z^-)(z+\delta_z^+)}{c} + \alpha_P(\sigma^2 - \delta_{\sigma^2}^-) - 2\dfrac{z-\delta_z^-}{c}z + \alpha_A\sigma^2 + \dfrac{(z-\delta_z^-)^2}{c}}$
		Fall 2
		$= \dfrac{\dfrac{(z-\delta_z^-)(z+\delta_z^+)}{c} + \alpha_P(\sigma^2 - \delta_{\sigma^2}^-)}{2\dfrac{(z-\delta_z^-)(z+\delta_z^+)}{c} + \alpha_P(\sigma^2 - \delta_{\sigma^2}^-) - \dfrac{(z-\delta_z^-)^2}{c} + \alpha_A(\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^+)}$

negativen Spannweiten des Risikos $(\delta^-_{\sigma^2}, \delta^+_{\sigma^2})$ abhängig. Die Ergebnisse der Analyse zeigen, wie sich die Unschärfen auf die Parameter auswirken. Das Gewicht der Risikoaversion des Principal wird z.B. durch die mögliche negative Abweichung beim Risiko in den Quotienten für s_1 verstärkt, während das des Agent durch die mögliche positive Abweichung beim Risiko reduziert wird. Die Fälle 1 und 2 lassen sich analog der Analyse in der first best-Situation inhaltlich interpretieren. Im Fall 1 liegt der Fokus aus Sicht des Principal auf dem Nutzen des Agent mit dem höchsten Zugehörigkeitsgrad, im Fall 2 ist der niedrigste mögliche Nutzen die bindende Größe.[54] Daraus ergeben sich unterschiedliche variable Entlohnungsbestandteile s_1.

Für die *zweite betrachtete Zielsetzung* ($SA_{PS} + \delta^+_{SA_P} \rightarrow max$) *des Principal* zeigt Tabelle 7 die Bestimmungsterme der variablen Entlohnung. Im Fall 1 ist sie beeinflusst von den positiven und negativen Unschärfen des Wissens über die Produktivität (δ^-_z, δ^+_z) sowie der negativen Abweichung bzgl. des Risikos $(\delta^-_{\sigma^2})$. Es besteht insbesondere die Abhängigkeit von Quotienten aus Produktivität und Arbeitsleidkoeffizient, die in der Form $\frac{(z-\delta^-_z)(z+\delta^+_z)}{c}$, $\frac{(z-\delta^-_z)}{c}$ und $\frac{(z-\delta^-_z)^2}{c}$ auftreten.

Im Fall 2 ist der variable Entlohnungsanteil abhängig von allen im Modell erfassten Unschärfen: der möglichen positiven bzw. negativen Abweichung bei der Produktivität und den möglichen positiven und negativen Spannweiten beim Risiko. Die „Gewichtung" der Risikoaversion des Principal ist um $\delta^-_{\sigma^2}$ reduziert, während beim Agent die mögliche positive Abweichung beim Risiko $\delta^+_{\sigma^2}$ die Gewichtung seines Risikoaversionskoeffizienten erhöht.

Vergleicht man Tabelle 6 und 7, wird deutlich, dass sich unter der *Zielsetzung* $SA_{PS} - \delta^-_{SA_P} \rightarrow max$ *und der Zielsetzung* $SA_{PS} + \delta^+_{SA_P} \rightarrow max$ *unterschiedliche Entlohnungsschemata* ergeben. Orientiert sich der Principal an dem größten möglichen Gewinn, wird im Vergleich zur Zielsetzung zuvor nun auch die mögliche positive Abweichung bei der Produktivität δ^+_z entscheidungsrelevant zur Bestimmung von s_1. Der *Einfluss der möglichen positiven und negativen Abweichungen beim Risiko wird umgekehrt.* $\delta^+_{\sigma^2}$ geht mit positivem Vorzeichen in die Berechnung von s_1 und $\delta^-_{\sigma^2}$ mit negativen Vorzeichen ein. Dies war unter der Zielsetzung, den minimalen möglichen Nutzen zu maximieren, genau umgekehrt.[55] Die *Effekte, die durch eine Beteiligung des Agent an der unscharfen Information hervorgerufen werden, sind demnach von der Zielsetzung des Principal, also seiner Einstellung gegenüber der Unschärfe, abhängig.*

[54] Vgl. Kapitel 4 D. I. 4.
[55] Vgl. auch Kapitel 4 E.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

E. Erkenntnisse durch die Berücksichtigung der Unschärfe in Nutzenfunktionen im Vergleich zum Standard-Modell

Die Einführung von unscharfen Informationen in das LEN-Modell hat gezeigt, wie sich diese auf den Analyseprozess und die Ergebnisse des Modells qualitativ auswirken.

I. Zusätzliche Abbildungsmöglichkeiten der Principal-Agent-Situation

Die Modellierung mittels LR-Fuzzy-Zahlen ermöglicht eine Abbildung der unscharfen Informationen innerhalb des Entscheidungsmodells. Die *Ausgestaltung der LR-Fuzzy-Zahlen erfolgt gemäß* dem Wissen der Akteure bzw. *der analysierten Situation.* Dadurch entstehen im Modell unscharfe Zielfunktionen und unscharfe Nebenbedingungen.

Die *unscharfen Zielsetzungen* führen zu einem Mehrzieloptimierungsproblem, für das sich keine Lösung mehr ermitteln lässt, die alle Zielsetzungen von Principal und Agent simultan optimiert. Es kann vielmehr eine Spannweite möglicher Gewinne abgeleitet werden. Die *Zielsetzungen von Principal und Agent können als Einstellung der Akteure bzgl. der Unschärfe interpretiert werden.* Das Modell bildet so die Risikoeinstellungen gegenüber der Unschärfe der Situation ab. Aufbauend auf das Ergebnis kann der Principal ein Mindestanspruchsniveau gemäß dieser Einschätzungen für die Lösung definieren. Die scharfe Abbildung der Zielfunktion im Standard-Modell wird so *inhaltlich erweitert.*

Durch die *Unschärfe in der Teilnahmebedingung* ergeben sich zusätzliche Modellierungsmöglichkeiten. Es muss untersucht werden, welche Definition von $\tilde{\geq}$ der modellierten Situation angemessen ist bzw. wie die Akteure die Nebenbedingung $\tilde{\geq}$ interpretieren. *Für unterschiedliche Einstellungen des Principal können passende Definitionen von $\tilde{\geq}$ gewählt werden.* Es kann der Fall abgebildet werden, in dem ein Principal die Teilnahme des Agent mit der Möglichkeit 1 sichern möchte bis hin zu einer Situation, in welcher der Principal eine relativ hohe Ablehnung des Vertrages akzeptiert.[56] Die Formulierung der Teilnahmebedingung wirkt sich auf das Aktivitätsniveau bzw. die variable Entlohnung des Agent aus. Seine Einstellung bzgl. der Unschärfe der Situation wird durch die Wahl der Nebenbedingung implizit mit modelliert.

[56] Vgl. Kapitel 4 D. I. 2.

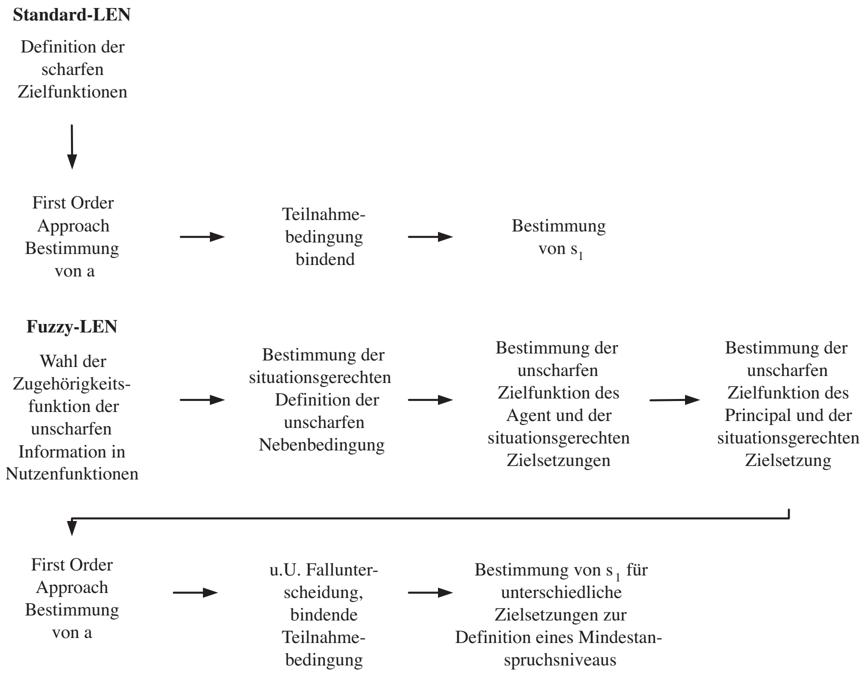

Abbildung 14: Abbildungs- und Lösungsprozess im Standard-LEN-Modell und beim LEN-Modell unter Berücksichtigung unscharfer Information

Die Abbildungsmöglichkeiten im Analyseprozess werden also insgesamt vielfältiger und bieten zusätzlichen Raum für Interpretationen bzgl. dem Entscheidungsprozess des Principal und dem Verhalten des Agent.[57] Abbildung 14 stellt den Analyseprozess im Standard-Fall und den Prozess bei Berücksichtigung unscharfer Information gegenüber. Das in diesem Kapitel entwickelte Modell hat bereits gezeigt, wie sich einige dieser zusätzlichen Abbildungsmöglichkeiten auf die Analyseergebnisse auswirken.

II. Entstehung eines „Anreizproblems" im first best-Fall

Die Analyse des first best-Falls des Standard-Modells[58] zeigt, dass die Risikoeinstellung gegenüber der stochastischen Unsicherheit bestimmt, wie

[57] Wird für die Analyse des Fuzzy-Modells das α-Niveau 1 gewählt, entspricht das Modell dem Standard-Modell. Dieses kann somit als Spezialfall des Fuzzy-Modells betrachtet werden.

die variable Entlohnung s_1 des Agent zu gestalten ist. Ist der Principal risikoneutral und der Agent risikoavers, so trägt der Principal das gesamte im Modell erfasste Risiko. Die Aktivität des Agent ist unabhängig von den durch s_1 gesetzten Anreizen.

Die Ergebnisse des *first best-Falls bei unscharfer Information* zeigen, dass sich die *Lösung im Vergleich zum Standard-Modell strukturell unterscheidet.* Die Unschärfe im Ergebnis x bewirkt, dass das *Aktivitätsniveau des Agent auch schon bei vollständiger Information bzgl. der Handlung abhängig vom variablen Entlohnungsanteil s_1 sein kann.* Das Problem der Aktion und der variablen Entlohnung ist im Gegensatz zum Standard-Modell nicht mehr separierbar.[59] s_1 wiederum kann *auch bei risikoneutralem Principal positive Werte größer Null* annehmen. Entscheidend dabei ist, welche Unschärfen bzw. Spannweiten der Produktivität und des Risikos bei den Zielsetzungen der Akteure Berücksichtigung finden.

Durch die Beteiligung des Agent an der Unsicherheit, die durch unscharfe Informationen über die Produktivität entsteht, wird dessen Aktivitätsniveau beeinflusst. Im Gegensatz zum Standard-Modell geht es hier jedoch nicht um eine Beteiligung an der Unsicherheit, die mit Wahrscheinlichkeiten abgebildet werden kann, sondern um eine *Beteiligung an beiderseitig unscharfer Information.* Es sieht so aus, als ob eine Beteiligung an diesen unterschiedlichen Unsicherheitsformen verschiedene Auswirkungen auf die Vertragsgestaltung hat. Auffällig ist insbesondere, dass sich eine Beteiligung des Agent *je nach Zielsetzung des Principal unterschiedlich* auf das Aktivitätsniveau auswirkt. Verfolgt der Principal die Maximierung des minimal möglichen Nutzens (Ziel 1, $SA_{PS} - \delta^-_{SA_P} \rightarrow max$), so wirkt sich eine Beteiligung des Agent an der möglichen negativen Produktivitätsabweichung δ^-_z u. U. positiv auf den Arbeitseinsatz des Agent aus (in Fall 1).[60] Unter der Zielsetzung, das maximal mögliche Sicherheitsäquivalent des Principal zu maximieren (Ziel 2, $SA_{PS} + \delta^+_{SA_P} \rightarrow max$), wirkt eine Beteiligung des Agent an der Unschärfe δ^+_z, δ^-_z jedoch in den Fällen 1 und 2 reduzierend auf dessen Aktivitätsniveau. Die durch die Spannweiten erzeugte Unsicherheit über die Produktivität des Agent bewirkt je nach Zielsetzung unterschiedliche Arbeits- und Entlohnungsanreize.

Im first best-Fall ist die Handlung des Agent beobachtbar und kann somit durch den Principal festgelegt werden. Durch die Unschärfe im Aktivitäts-Ergebniszusammenhang wird die *Einstellung des Principal bzgl. der*

---

[58] Vgl. Kapitel 4 B.

[59] Vgl. S. 78.

[60] Fall 1 entspricht hier dem Fall, dass die Nebenbedingung, die das Sicherheitsäquivalent des Agent auf Niveau 1 festlegt, bindend ist. Fall 2 repräsentiert die Situation, in der das minimal mögliche Sicherheitsäquivalent des Agent die bindende Restriktion darstellt (vgl. Kapitel 4 D. I. 4.).

Unschärfe für die Vertragsgestaltung relevant. Abgebildet durch die Zielsetzung des Principal bestimmt sie das induzierte Verhalten des Agent. Die *Risikoeinstellung α_P des Principal gegenüber der stochastischen Unsicherheit bestimmt nicht mehr allein die Verteilung der gesamten Unsicherheit.* Die durch die Spannweiten $\delta_z^+, \delta_z^-, \delta_{\sigma^2}^+, \delta_{\sigma^2}^-$ symbolisierte nicht-stochastische Unsicherheit hat nun zusätzlich Einfluss auf die variable Entlohnung und damit die Risikoaufteilung. Die bindenden Nebenbedingungen deuten an, ob Zielkongruenz zwischen Principal und Agent über die Beurteilung der Unschärfe herrscht bzw. welche Unschärfen in der abgebildeten Situation dominieren.[61]

Durch *partielle Ableitungen* kann nun für jede Zielsetzung der *Einfluss* bestimmter Unschärfen analysiert werden. Auffällig ist z. B., dass die *Unschärfen bzgl. des Risikos ($\delta_{\sigma^2}^-, \delta_{\sigma^2}^+$) unterschiedliche Auswirkungen auf den variablen Entlohnungsanteil haben* können. So gilt zum Beispiel für die partiellen Ableitungen des Bestimmungsterms für s_1 in der Situation Ziel 2–Fall 2:[62]

$$\frac{\partial s_1}{\partial \delta_{\sigma^2}^-} = \frac{-\alpha_P \dfrac{(z+\delta_z^+)(\delta_z^+ + \delta_z^-)}{c} - \alpha_A \alpha_P (\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^+) + \alpha_P \dfrac{(\delta_z^+ + \delta_z^-)^2}{c}}{\left(\dfrac{-(\delta_z^+ + \delta_z^-)^2}{c} + \alpha_P(\sigma^2 - \delta_{\sigma^2}^-) + \alpha_A(\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^+)\right)^2}$$

$$\frac{\partial s_1}{\partial \delta_{\sigma^2}^+} = \frac{\alpha_A \dfrac{(z+\delta_z^+)(\delta_z^- + \delta_z^+)}{c} - \alpha_A \alpha_P (\sigma^2 - \delta_{\sigma^2}^-)}{\left(\dfrac{-(\delta_z^+ + \delta_z^-)^2}{c} + \alpha_P(\sigma^2 - \delta_{\sigma^2}^-) + \alpha_A(\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^+)\right)^2}$$

Die Ableitung nach $\delta_{\sigma^2}^-$ ist für $z > \delta_z^+$ kleiner als Null.[63] Der partielle *Einfluss der möglichen negativen Abweichung beim Risiko* auf den variablen Entlohnungsanteil ist demnach *negativ,* sobald der Produktivitätswert mit dem höchsten Möglichkeitsgrad größer ist als die mögliche positive Produktivitätsabweichung. Die Ableitung nach $\delta_{\sigma^2}^+$ *ist positiv,* sobald $\frac{(z+\delta_z^+)(\delta_z^- + \delta_z^+)}{c} > \alpha_P(\sigma^2 - \delta_{\sigma^2}^-)$. Der partielle Einfluss auf den variablen Entlohnungsanteil der möglichen positiven Abweichung beim Risiko kann also

[61] Vgl. Diskussion der Fälle 1 und 2 in Kapitel 4 D. I. 4.

[62] Vgl. Tabelle 4 und 5 für die Bestimmungsterme von s_1 innerhalb der Fälle 1 und 2. Nur in der Kombination Ziel 2–Fall 2 ist s_1 von $\delta_{\sigma^2}^-$ und $\delta_{\sigma^2}^+$ abhängig, so dass nur hier die unterschiedlichen Wirkungsweisen sichtbar werden.

[63] Dies ist annahmegemäß gewährleistet (vgl. S. 80 ff.).

für ein relativ großes Verhältnis der Produktivität zum Arbeitsleidkoeffizienten dem Einfluss der möglichen negativen Abweichung entgegenwirken. Das Ergebnis lässt sich auch *intuitiv begründen aus dem Zusammenhang des Ergebnisses x und dem Arbeitseinsatz a ($x = z \cdot a + \varepsilon$).* Die Bedingung $z > \delta_z^+$ bedeutet, dass ein relativ scharfer Zusammenhang zwischen dem Ergebnis x und dem Arbeitseinsatz a besteht, der durch ε gestört wird. Eine Steigerung von $\delta_{\sigma^2}^-$ beinhaltet nun, dass für die Störgröße auch geringere Abweichungen möglich sind und das Ergebnis somit stärker vom Arbeitseinsatz abhängt. Eine Beteiligung des Agent durch s_1 ist dann aus Sicht des Principal, der bei Ziel 2 den größten möglichen Gewinn maximiert, weniger nötig. Der marginale Einfluss von $\delta_{\sigma^2}^-$ auf s_1 (ausgedrückt durch die Ableitung $\frac{\partial s_1}{\partial \delta_{\sigma^2}^-}$) sollte also negativ sein. Eine Steigerung von $\delta_{\sigma^2}^+$ bedeutet, dass auch höhere Risiken möglich sind. Der Zusammenhang zwischen x und der Arbeitsleistung a wird somit unsicherer. Hier werden Anreize in Form einer Erhöhung der variablen Entlohnung vorteilhaft für den Fall, dass das Verhältnis des unscharfen Einflusses des Arbeitseinsatzes auf das Ergebnis zum Arbeitsleid im Vergleich zur Bewertung des externen Risikos groß ist.[64] Der marginale Einfluss von $\delta_{\sigma^2}^+$ auf s_1 sollte also positiv sein. Interpretiert man $\delta_{\sigma^2}^+$ *als Indikator für mögliche hohe Risiken und* $\delta_{\sigma^2}^-$ *als Indikator für mögliche niedrige Risiken,* so ist einleuchtend, dass eine Variation dieser Indikatoren *unterschiedliche Anreizwirkungen* entfalten.

Betrachtet man die andere Zielsetzung und Fälle im first best-Fall, so wird zudem deutlich, dass *nicht immer alle Unschärfen Einfluss auf die Vertragsgestaltung haben.* Bei Ziel 1 haben die Unschärfen $\delta_{\sigma^2}^-$ und δ_z^+ keinen Einfluss auf die variable Entlohnung und Handlung. Bei Ziel 2 werden auch diese relevant.

Durch derartige Analysen können Fuzzy-Modelle Auswirkungen unscharfer Informationen verdeutlichen. Dies stellt eine inhaltliche Bereicherung der Standard-LEN-Modelle dar. Tabelle 8 fasst die Ergebnisse der first best-Analyse zusammen.[65]

III. Auswirkungen der Unschärfe auf die Aktivität und die variable Entlohnung im second best-Fall

Im *second best-Fall* ergibt sich *auch für den Agent ein Mehrzieloptimierungsproblem,* das der Principal bei der Vertragsgestaltung berücksichtigen muss. Das Aktivitätsniveau lässt sich gemäß der Zielsetzung des Agent

---

64 Dies wird mit der Bedingung $\frac{(z+\delta_z^+)(\delta_z^- + \delta_z^+)}{c} > \alpha_P(\sigma^2 - \delta_{\sigma^2}^-)$ umschrieben.

65 Vgl. S. 111.

Tabelle 8

First best-Ergebnisse des Standard-LEN-Modells und des LEN-Modells mit unscharfen Informationen über Produktivität, Risiko und Reservationsnutzen des Agent

	Standard first best	Fuzzy-first best-Ziel 1–Fall 1	Fuzzy-first best-Ziel 1–Fall 2	Fuzzy-first best-Ziel 2–Fall 1	Fuzzy-first best-Ziel 2–Fall 2
a	$\frac{z}{c}$	$\frac{z-\delta_z^- + s_1\delta_z^-}{c}$	$\frac{z-\delta_z^-}{c}$	$\frac{z+\delta_z^+ - s_1\delta_z^+}{c}$	$\frac{z+\delta_z^+ - s_1(\delta_z^+ + \delta_z^-)}{c}$
s_1	$\frac{\alpha_P}{\alpha_P+\alpha_A}$	$\frac{\alpha_P(\sigma^2+\delta_{\sigma^2}^+) + \frac{(z-\delta_z^-)\delta_z^-}{c}}{\alpha_P(\sigma^2+\delta_{\sigma^2}^+) + \alpha_A\sigma^2 - \frac{(\delta_z^-)^2}{c}}$	$\frac{\alpha_P}{\alpha_P+\alpha_A}$	$\frac{-\frac{(z+\delta_z^+)\delta_z^+}{c} + \alpha_P(\sigma^2-\delta_{\sigma^2}^-)}{\frac{-(\delta_z^+)^2}{c} + \alpha_P(\sigma^2-\delta_{\sigma^2}^-) + \alpha_A\sigma^2}$	$\frac{\frac{-(z+\delta_z^+)(\delta_z^+ + \delta_z^-)}{c} + \alpha_P(\sigma^2-\delta_{\sigma^2}^-)}{\frac{-(\delta_z^+ + \delta_z^-)^2}{c} + \alpha_P(\sigma^2-\delta_{\sigma^2}^-) + \alpha_A(\sigma^2+\delta_{\sigma^2}^+)}$

bestimmen. Die Struktur der Abhängigkeit des Aktivitätsniveaus von den Parametern erscheint zunächst ähnlich dem Standard-Modell. Es gilt $a = \frac{s_1 \Delta}{c}$ mit $z - \delta_z^- \leq \Delta \leq z + \delta_z^+$. Das Aktivitätsniveau ergibt sich auch im Fuzzy-Modell als Produkt des variablen Entlohnungsanteils mit dem Quotienten aus Produktivität und Arbeitsleidkoeffizient. Die in den Quotienten *eingehende Unschärfe bzgl. der Produktivität kann sich allerdings je nach Zielsetzung des Agent bzw. dessen Bewertung der Unschärfe sowohl positiv als auch negativ auf dessen Aktivitätsniveau auswirken.* Das Intervall der möglichen Aktivitäten schließt das Aktivitätsniveau der Standard second best-Handlung mit ein. Es sind aber auch höhere und niedrigere Aktivitätsniveaus möglich. Damit wird der Effekt des Standard-Modells, dass eine Erhöhung des variablen Anteils s_1 das Aktivitätsniveau steigert, durch die Unschärfe reduziert oder verstärkt. Ist der Einfluss des Agent auf das Ergebnis x gemäß der Unschärfe δ_z^- möglicherweise reduziert, so wirkt dies offenbar demotivierend. Ist auch ein großer Einfluss (ausgedrückt durch δ_z^+) möglich, so wirkt dies zusätzlich motivierend. *Aus der unscharfen Zielsetzung des Agent ergeben sich zusätzliche Motivations- bzw. Demotivationseffekte.* Dies stellt einen neuen Aspekt in der Analyse der Principal-Agent-Beziehung dar. Die Beteiligung des Agent an der Unschärfe der Situation zeigt hier neue Effekte im Vergleich zum Standard-Modell.

Je nach Zielsetzung des Principal hängt die variable Entlohnung von unterschiedlichen Unschärfen (mögliche positive bzw. negative Abweichung) bzgl. des Risikos und der Produktivität ab. Der *Bestimmungsterm für s_1* weist zunächst eine strukturelle Ähnlichkeit im Fuzzy-Modell und im Standard-Modell auf.[66] Einflussgrößen sind Quotienten aus Produktivität und Arbeitsleidkoeffizient, die Risikoaversion des Principal multipliziert mit Risikoparametern und die Risikoaversion des Agent, ebenfalls multipliziert mit Risikoparametern. In den Bestimmungstermen des Fuzzy-Modells werden jedoch *zusätzlich die Einflüsse der unter den Zielsetzungen relevanten Unschärfen sichtbar. Durch Partialanalysen* (bzw. partielle Ableitungen) kann dieser Einfluss weiter verdeutlicht werden.

So kann z. B. gezeigt werden, dass die *„Wirkungsrichtung“* der unscharfen Information bzgl. der negativen Abweichung des externen Risikos bei Ziel 1 des Principal anders ist als bei Ziel 2. Im Standard-Modell ergibt sich für die partielle Ableitung der variablen Entlohnung nach dem Risikoparameter σ^2:

[66] Bei der Analyse wurde unterstellt, dass der Agent den minimal möglichen Nutzen maximiert ($SA_A - \delta_{SA_A}^- \rightarrow max$).

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

$$\frac{\partial s_1}{\partial \sigma^2} = \frac{-\frac{z^2}{c}\alpha_A}{\left(\frac{z^2}{c} + \alpha_P\sigma^2 + \alpha_A\sigma^2\right)^2} < 0$$

Ein steigendes Risiko bewirkt demnach immer eine Reduktion des variablen Entlohnungsanteils. Im Fuzzy-Modell hängt die Wirkung der möglichen Spannweite des Risikos $\delta^-_{\sigma^2}$ hingegen von der Zielsetzung des Principal ab. So ergeben sich für die *partiellen Ableitungen der variablen Entlohnung* s_1 *nach* $\delta^-_{\sigma^2}$ *bei Zielsetzung 1* für die betrachteten Fälle 1 und 2[67]:

$$\frac{\partial s_1}{\partial \delta^-_{\sigma^2}}(Fall\ 1) = \frac{\alpha_A\sigma^2 - 2\frac{z-\delta^-_z}{c}}{\left(\alpha_P(\sigma^2+\delta^-_{\sigma^2}) + \alpha_A\sigma^2 + \frac{(z-\delta^-_z)^2}{c} - 2\frac{z-\delta^-_z}{c}\delta^-_z\right)^2}$$

$$\frac{\partial s_1}{\partial \delta^-_{\sigma^2}}(Fall\ 2) = \frac{\alpha_A(\sigma^2+\delta^+_{\sigma^2})}{\left(\alpha_P(\sigma^2+\delta^-_{\sigma^2}) + \alpha_A(\sigma^2+\delta^+_{\sigma^2}) + \frac{(z-\delta^-_z)^2}{c}\right)^2}$$

Die partielle Ableitung für Fall 2 ist *positiv;* die Ableitung für Fall 1 ist positiv, falls gilt: $\alpha_A\sigma^2 > 2\frac{z-\delta^-_z}{c}$. Für die *Zielsetzung 2* ist die partielle Ableitung jedoch stets *negativ,* der Einfluss einer zunehmenden Unschärfe bzgl. der möglichen negativen Abweichung des Risikos also u. U. umgekehrt. Denn unter der Zielsetzung 2 gilt:

$$\frac{\partial s_1}{\partial \delta^-_{\sigma^2}}(Fall\ 1) = \frac{\overbrace{-\alpha_P\frac{(z-\delta^-_z)(z+\delta^+_z)}{c} + 2\alpha_P\frac{(z-\delta^-_z)}{c}z - \alpha_P\frac{(z-\delta^-_z)^2}{c}}^{=0} - \alpha_A\alpha_P\sigma^2}{\left(2\frac{(z-\delta^-_z)(z+\delta^+_z)}{c} + \alpha_P(\sigma^2-\delta^-_{\sigma^2}) - 2\frac{z-\delta^-_z}{c}z + \alpha_A\sigma^2 + \frac{(z-\delta^-_z)^2}{c}\right)^2} < 0$$

$$\frac{\partial s_1}{\partial \delta^-_{\sigma^2}}(Fall\ 2) = \frac{-\alpha_P\frac{(z-\delta^-_z)(z+\delta^+_z)}{c} + \alpha_P\frac{(z-\delta^-_z)^2}{c} - \alpha_P\alpha_A(\sigma^2-\delta^+_{\sigma^2})}{\left(2\frac{(z-\delta^-_z)(z+\delta^+_z)}{c} + \alpha_P(\sigma^2-\delta^-_{\sigma^2}) - \frac{(z-\delta^-_z)^2}{c} + \alpha_A(\sigma^2+\delta^+_{\sigma^2})\right)^2} < 0$$

[67] Vgl. Satz 4.4 für die Definition der Fälle 1 und 2.

Auch dieses Ergebnis lässt sich *intuitiv verstehen.* Unter der Zielsetzung 2 maximiert der Principal den maximal möglichen Gewinn. Der Agent verfolgt das Ziel, seinen minimal möglichen Nutzen zu maximieren, der durch geringere mögliche Risiken gesteigert wird. Werden durch Steigerung von $\delta^-_{\sigma^2}$ auch geringere externe Risiken möglich, können aus Sicht des Principal die für ihn gewinnsenkenden Anreize in Form von s_1 reduziert werden, der marginale Einfluss von $\delta^-_{\sigma^2}$ auf s_1 ist also negativ. Unter der Zielsetzung 1 maximieren Principal und Agent jeweils den aus ihrer Sicht minimal möglichen Gewinn. Die Bedingung $\alpha_A\sigma^2 > 2\frac{z-\delta^-_z}{c}$ beschreibt eine Situation, in der das externe Risiko aus Sicht des Agent größer ist als sein Einfluss auf das Ergebnis x im Verhältnis zum Arbeitsleid. In einer solchen Situation sind an das Ergebnis gekoppelte Anreize weniger wirksam. Werden nun auch geringere Risiken durch eine Steigerung von $\delta^-_{\sigma^2}$ als möglich angesehen, nimmt die Anreizwirkung einer Steigerung von s_1 zu. Der marginale Einfluss von $\delta^-_{\sigma^2}$ auf s_1 ist also in diesem Fall positiv.

Ziel 1 und Ziel 2 spiegeln auch hier unterschiedliche Einstellungen des Principal gegenüber der Unschärfe wider. Die *Bewertung der Unschärfe hat Auswirkungen auf die Vertragsparameter und Wirkungsweisen der vagen Information.* Tabelle 9 stellt die Ergebnisse des Standard-Modells in der second best-Situation den Ergebnissen des Fuzzy-Modells abschließend gegenüber.[68]

Insgesamt betrachtet bietet die Lösung des Fuzzy-Modells Raum für tiefergehende Analysen der Unschärfen in der Principal-Agent-Problematik. Es wird deutlich, dass die einfachen Lösungsstrukturen des Standard-Modells stark von der Annahme abhängen, dass die Parameter der Nutzenfunktionen bekannt sind. *Im Standard-Modell war der grundlegende „trade off" zwischen optimaler Anreizsetzung und optimaler Risikoallokation.*[69] *Durch die Unschärfe in den Nutzenfunktionen kommen nun* in die Überlegungen unterschiedliche Zielsetzungen der Akteure und *die Aufteilung der durch die Unschärfen erzeugten zusätzlichen Unsicherheit im Ergebnis hinzu.*

Die *„Risikoeinstellung" der Akteure gegenüber unscharfen Informationen bestimmt die Vertragsgestaltung* und das beim Agent induzierte Verhalten. Das unscharfe Wissen über die Produktivität erzeugt beim Principal und Agent nicht-stochastische Unsicherheit über die Auswirkung des Arbeitseinsatzes. Die Unschärfen über das externe Risiko erzeugen vage Unsicherheit über die Größenordnung des zufallsbedingten Einflusses auf das Ergebnis. Die Analyse hat gezeigt, wie sich der „trade off" der Verteilung dieser Un-

[68] Dabei wurde für den Agent die Zielsetzung der Maximierung des minimal möglichen Nutzens unterstellt.

[69] Vgl. z. B. Velthuis (1998), S. 68 f.

Tabelle 9

Second best-Ergebnisse des Standard LEN-Modells und des LEN-Modells mit unscharfen Informationen über Produktivität, Risiko und Reservationsnutzen des Agent

	Standard second best	Fuzzy-second best-Ziel 1–Fall 1	Fuzzy-second best-Ziel 1–Fall 2
a	$s_1 \cdot \frac{z}{c}$	$s_1 \cdot \frac{z-\delta_z^-}{c}$	$s_1 \cdot \frac{z-\delta_z^-}{c}$
s_1	$\dfrac{\frac{z^2}{c}+\alpha_P\sigma^2}{\frac{z^2}{c}+\alpha_P\sigma^2+\alpha_A\sigma^2}$	$\dfrac{\alpha_P(\sigma^2+\delta_{\sigma^2}^-)+\frac{(z-\delta_z^-)^2}{c}}{\alpha_P(\sigma^2+\delta_{\sigma^2}^-)+\alpha_A\sigma^2+\frac{(z-\delta_z^-)^2}{c}-2\frac{z-\delta_z^-}{c}\delta_z^-}$	$\dfrac{\alpha_P(\sigma^2+\delta_{\sigma^2}^-)+\frac{(z-\delta_z^-)^2}{c}}{\alpha_P(\sigma^2+\delta_{\sigma^2}^-)+\alpha_A(\sigma^2+\delta_{\sigma^2}^+)+\frac{(z-\delta_z^-)^2}{c}}$
	Standard second best	Fuzzy-second best-Ziel 2–Fall 1	Fuzzy-second best-Ziel 2–Fall 2
a	$s_1 \cdot \frac{z}{c}$	$s_1 \cdot \frac{z-\delta_z^-}{c}$	$s_1 \cdot \frac{z-\delta_z^-}{c}$
s_1	$\dfrac{\frac{z^2}{c}+\alpha_P\sigma^2}{\frac{z^2}{c}+\alpha_P\sigma^2+\alpha_A\sigma^2}$	$\dfrac{\frac{(z-\delta_z^-)(z+\delta_z^+)}{c}+\alpha_P(\sigma^2-\delta_{\sigma^2}^-)}{2\frac{(z-\delta_z^-)(z+\delta_z^+)}{c}+\alpha_P(\sigma^2-\delta_{\sigma^2}^-)-2\frac{z-\delta_z^-}{c}z+\alpha_A\sigma^2+\frac{(z-\delta_z^-)^2}{c}}$	$\dfrac{\frac{(z-\delta_z^-)(z+\delta_z^+)}{c}+\alpha_P(\sigma^2-\delta_{\sigma^2}^-)}{2\frac{(z-\delta_z^-)(z+\delta_z^+)}{c}+\alpha_P(\sigma^2-\delta_{\sigma^2}^-)-\frac{(z-\delta_z^-)^2}{c}+\alpha_A(\sigma^2+\delta_{\sigma^2}^+)}$

sicherheit auf Aktivitäten und Verträge auswirkt. Innerhalb der Zielsetzungen beeinflusst die Akzeptanz des Principal bzgl. einer möglichen Ablehnung des Vertrages die konkrete Vertragsgestaltung.[70]

Durch die unscharfe Information entsteht eine *Zwischenstufe zwischen vollkommener Informationsasymmetrie und vollkommener Information,* also zwischen den Standard first best- und second best-Szenarien. Die Einbeziehung der Unschärfe in die Analyse gibt Einblick in diese neuen Aspekte der Principal-Agent-Problematik.

[70] Vgl. Fälle 1 und 2 innerhalb der Zielsetzungen 1 und 2 in Kapitel 4 D. II. 2.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

Kapitel 5

Perspektiven einer Fuzzy Agency-Theorie

A. Fuzzifizierung weiterer Komponenten in Principal-Agent-Modellen

In Kapitel 3 und 4 wurden erstmals unscharfe Informationen über Komponenten aus Principal-Agent-Modellen mittels Konzepten der Fuzzy Set-Theorie modelliert. Die entwickelten Modelle zeigen bereits das Potential einer Fuzzy Agency-Theorie. Ausgehend von den Ergebnissen der Modelle lassen sich nun Ansatzpunkte für weitere Analysen der Unschärfe in Principal-Agent-Beziehungen ableiten.

I. Fuzzifizierung weiterer Komponenten des adverse selection-Modells

In Kapitel 3 wurden unscharfe Informationen über den Reservationsnutzen in die Analyse eines adverse selection-Problems mit eingebunden und analysiert. Das in Kapitel 3 A. dargestellte *Modell enthält jedoch weitere Komponenten, über die unscharfe Informationen vorliegen können,*[1] z. B. die Kostenfunktion $c_i(x)$ der Agents oder den Zusammenhang zwischen Arbeitseinsatz und Ergebnis x, der im Modell mit $x = a$ angenommen wurde.

Eine *Fuzzifizierung* dieser Komponenten führt analog zum Modell aus Kapitel 4 zu *unscharfen Nutzenfunktionen bei Principal und Agent.* Es ergibt sich die zusätzliche Aufgabe der Definition der unscharfen Nebenbedingungen und Zielsetzungen der Akteure. Die Problematik des Principal innerhalb des Standard-Modells, für die zwei Agent-Typen einen effizienten Vertrag anzubieten, wird erweitert. Nun muss *zusätzlich beachtet werden, wie Principal und Agent die vorhandene Unschärfe bewerten.* Es ergibt sich also ein zusätzliches „Typ-Problem" für Principal und Agent. Der Agent wird mit einer vom Principal festgelegten Möglichkeit den Vertrag akzeptieren und mit einer bestimmten Möglichkeit seinen wahren Typ durch die nun unscharfe Anreizbedingung offenbaren.

[1] Vgl. auch Tabelle 1 für eine Übersicht der Komponenten eines adverse selection-Modells.

Kritisch wird die *Fuzzifizierung der im Modell verwendeten „single crossing property"*. Sind nur vage Informationen über die Kostenfunktionen des Agent vorhanden, so ist zu untersuchen, wie die Annahmen $c_1(x) < c_2(x)$ und $c_1'(x) < c_2'(x) \forall x$ bzw. die Bedingungen der „single crossing property"[2] zu interpretieren sind. Hier entsteht *Raum für zusätzliche Analysen* der Principal-Agent-Beziehung.

Sind die Kostenfunktion des Agent oder der Zusammenhang zwischen Arbeitseinsatz und Ergebnis dem Agent exakt, dem Principal jedoch nur vage bekannt, erhält das Modell einen neuen Charakter. Im Standard-Modell kennt der Agent seinen Typ exakt, der Principal jedoch nur die Wahrscheinlichkeitsverteilung der möglichen Typen. Das Fuzzy-Modell aus Kapitel 3 analysierte zusätzlich unscharfe Informationen auf Seiten des Principal über den Reservationsnutzen, den der Agent exakt kannte. Die *Einführung von unscharfen Informationen nur auf Seiten des Principal über Kostenfunktion und Produktionsfunktion des Agent wirft weitere Probleme der Informationsasymmetrie auf.* Zielfunktion, Teilnahme- und Anreizbedingungen sind nun aus Sicht des Principal unscharf, während die Situation des Agent gegenüber dem Fuzzy-Modell aus Kapitel 3 unverändert ist. Zielsetzung und Bewertung der Unschärfe durch den Principal entscheiden nun über die Gestaltung der Verträge. Das erzielbare Ergebnis hängt von der Möglichkeit der Teilnahme des Agent ab sowie der Möglichkeit, dass er seinen Typ wahrheitsgemäß berichtet.

Bisher wurde die Unschärfe der Situation zusätzlich zur stochastischen Unsicherheit eingeführt. Ein *weiterer Ansatzpunkt für Fuzzy Principal-Agent-Modelle ist, die Wahrscheinlichkeiten durch Fuzzy Sets zu ersetzen, falls dies die Natur der vorhandenen Unsicherheit besser widerspiegelt.* Die Lösung bekäme dann eine neue Form. Erwartungswerte und Risikoeinstellungen der Akteure bzgl. der stochastischen Unsicherheit fänden keine Berücksichtigung mehr. Statt dessen wäre nur die Bewertung der Unschärfe durch die Akteure relevant.

II. Fuzzifizierung weiterer Komponenten des moral hazard-Modells

Im 4. Kapitel wurde ein hidden action-Modell entwickelt, bei dem unscharfe, jedoch symmetrische Informationen über die Produktivität z des Agent und externe Einflüsse σ^2 herrschte. Das unscharfe Wissen des Principal und des Agent bleibt auch nach Realisation des Ergebnisses bestehen. Zudem war vage Information über den Reservationsnutzen vorhanden, über die der Principal die Möglichkeit der Vertragsannahme steuern konnte.

[2] Vgl. S. 47.

Das *Arbeitsleid c und die Risikoaversion des Agent α_A sind Eigenschaften, die dem Principal auch eher vage bekannt sein werden.* Hierbei scheint es aber realistischer anzunehmen, dass der *Agent diese Parameter exakt kennt,* der Principal diese jedoch nur unscharf beschreiben kann. Im Modell herrscht dann also eine *zusätzliche Informationsasymmetrie.* Der *Principal kann jedoch seine vagen Informationen zur Vertragsgestaltung verwenden und muss nicht zwangsläufig über Anreizbedingungen die wahre Information einfordern.*[3]

Des Weiteren wäre es denkbar, dass der Agent exakte Information über seine Produktivität und die externen Einflüsse hat, die beim Principal nur vage vorliegen. Er könnte diese Informationen vor Vertragsabschluss haben oder nach Vertragsabschluss durch seine Tätigkeit erlangen.

Hat er sie bereits vor Vertragsabschluss, liegt eine Art *Fuzzy hidden characteristics-Situation* vor. Die Bezeichnung *Fuzzy* hidden characteristics soll verdeutlichen, dass hier der Principal unscharfe Informationen über den Parameter hat, welcher private Information des Agent ist. In Standard hidden characteristics-Modellen kennt der Principals jeweils die möglichen Ausprägungen des Parameters exakt und weiss die dazugehörigen Wahrscheinlichkeiten.

Erlangt der Agent die exakte Information nach Vertragsabschluss, so liegt eine *Fuzzy hidden information-Situation* vor, bei der zudem die Handlung nicht beobachtbar ist.

Durch die Fuzzifizierung weiterer Komponenten des in Kapitel 4 entwickelten Modells und durch weitere Annahmen bzgl. der Verteilung der Informationen entstehen hier *neuartige Principal-Agent-Probleme. Die Analyse kann situationsgerechter gestaltet werden.*

Der Lösungsweg der Modelle führt analog zu Kapitel 4 über die Ermittlung der Spannweite möglicher Gewinne gemäß der Zielsetzung des Principal. Die Ergebnisse zeigen, wie sich die Unschärfe auf Seiten des Principal in der Situation auswirkt und gibt Hinweise, ob Maßnahmen zur Erlangung genauerer Information, z. B. in Form von zusätzlichen Anreizbedingungen, notwendig sind. Die Aufteilung der durch die Unschärfe erzeugten Unsi-

---

[3] Laux (1988); Laux (1990), S. 159 ff. und Velthuis (1998), S. 136 ff., untersuchen eine hidden action-Situation, in der zusätzliche asymmetrische Information über die Nutzenfunktion bzw. den Erfolgs-Aktivitäts-Zusammenhang herrscht. Der Agent hat dabei exakte Information, der Principal kennt nur die möglichen Parameterkombinationen bzw. Typen von Nutzenfunktionen. Das Problem wird als hidden characteristics-Situation interpretiert und gelöst. Laux argumentiert dabei graphisch, während Velthuis die Informationsasymmetrie über „truth telling constraints“ im Modell abbildet. Der Principal verwendet jedoch in keinem der Modelle vage Informationen.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

cherheit bestimmt zunehmend die Verträge. Der Einfluss der stochastischen Unsicherheit wird reduziert.

B. Übertragung der Ergebnisse auf weitere Principal-Agent-Situationen

Die in Kapitel 3 und 4 analysierten Standard-Modelle werden mit gleicher Modellstruktur in vielen unterschiedlichen Kontexten angewendet bzw. interpretiert. Im Folgenden wird skizziert, wie sich die Ergebnisse der Fuzzy-Modelle in ausgewählte *betriebswirtschaftlichen Problemstellungen* übertragen lassen.[4]

So werden adverse selection-Modelle z. B. genutzt, um die Wahl von Verrechnungspreisen zu begründen[5] oder Entlohnungsschemata für die Vergabe öffentlicher Aufträge[6] zu bestimmen. Moral hazard-Modelle werden insbesondere zur Begründung der Vorteilhaftigkeit von Bemessungsgrundlagen zur Entlohnung von Managern herangezogen.[7]

Basierend auf den Ergebnissen aus den Kapiteln 3 und 4 können nun die analysierten Problemstellungen daraufhin untersucht werden, inwiefern sich *neue qualitative Erkenntnisse durch Einbeziehung unscharfer Informationen* ergeben.

I. Übertragung der Ergebnisse des Fuzzy adverse selection-Modells

In Ewert/Wagenhofer (2000)[8] wird ein Principal-Agent-Modell zur Bestimmung von *Verrechnungspreisen* verwendet, die von der Unternehmenszentrale einem Bereichsmanager für seine produzierten Güter vorgeschrieben werden. Das zentrale Problem besteht darin, dass die Kostenfunktion des Bereichsmanagers von seinem Typ abhängt, welcher der Zentrale unbekannt ist. Sie weiss nur, dass zwei unterschiedliche Typen existieren und kennt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Bereichsmanager vom Typ 1 bzw. 2 ist. So entsteht ein adverse selection-Problem, das die *gleiche formale Struktur aufweist wie das in Kapitel 3 diskutierte Standard-Modell.*[9]

---

[4] Vgl. z. B. Jost (2001) und Hax (1991), S. 62 ff. für eine Diskussion der Perspektiven von Principal-Agent-Modellen in der Betriebswirtschaftslehre.

[5] Vgl. Ewert/Wagenhofer (2000), S. 618 ff.

[6] Vgl. Laffont/Tirole (1993).

[7] Vgl. z. B. Dutta/Reichelstein (1999a, 1999b) für eine Begründung der Vorteilhaftigkeit der Entlohnung von Managern auf Basis von Residualeinkommen.

[8] Vgl. Ewert/Wagenhofer (2000), S. 618 ff., Grundlage für dieses Modell ist Wagenhofer (1992). Andere Interpretationen eines zu Kapitel 3 A. analogen Modells finden sich z. B. in Laffont/Tirole (1993), S. 57 ff.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

Die Zentrale möchte Verträge bestehend aus einer Menge und dem zugehörigen Verrechnungspreis für jeden Manager-Typ bestimmen, die von den Bereichsmanagern akzeptiert werden und keine Anreize für sie liefern, den falschen Typ anzugeben. In dem aufgestellten Modell wird der Reservationsnutzen als bekannter konstanter Wert angenommen[10] und als scharfe Restriktionsgrenze verwendet.[11] Das Modell liefert als Ergebnis, dass der produktivere Bereichsmanager die gleiche Menge produziert, die er auch im first best-Fall produziert hätte und insgesamt eine Informationsrente erhält. Der ineffizientere Bereichsmanager produziert eine Menge, die unterhalb der first best-Menge liegt und bekommt lediglich seinen Reservationsnutzen erstattet.[12]

In der abgebildeten Situation ist die *Information bzgl. des Reservationsnutzens der Bereichsmanager eher vage.* Das Modell kann demnach analog zu Kapitel 3 B. um eine Modellierung des Reservationsnutzen mittels Fuzzy Set weiterentwickelt werden.

Sind *wie im Modell aus Kapitel 3 C.* nur vage Marktinformationen über den Reservationsnutzen der Bereichsmanager unabhängig vom Typ vorhanden, liefert das Modell eine Möglichkeit-Nutzenfunktion für die Zentrale. Die produzierten Mengen sind unverändert, die Verrechnungspreise hängen jedoch von der vagen Information über den Reservationsnutzen ab. Sie erhält eine Spannweite möglicher Gewinne und kann so die Auswirkungen der unscharfen Information auf Verrechnungspreise und Gewinne abschätzen. Für jeden Bereichsmanager-Typ ergibt sich ein Menü an möglichen Verträgen, die er mit einer typspezifischen Möglichkeit akzeptiert. Die Zentrale kann nun die Gewinne abwägen, die sie mit beiden Bereichsmanager-Typen oder dem effizienteren Bereichsmanager allein erzielen kann. *Zeigt die unscharfe Entscheidung, dass es für die Zentrale vorteilhaft ist, Verträge anzubieten, die von einem ineffizienten Bereich mit einer Möglichkeit kleiner eins akzeptiert werden, so ist dies ein Hinweis darauf, dass die Zentrale den ineffizienten Typ nicht benötigt* und in Zukunft durch einen effizienten Typ ersetzen sollte.

Sind typspezifische vage Informationen bzgl. des Reservationsnutzens der Bereichsmanager vorhanden, so werden analog zu den Ausführungen *in Kapitel 3 D.* die *Verrechnungspreise und Mengen von der Differenz der möglichen Reservationsnutzen abhängen.* Mit der Festlegung der Möglich-

---

9 Vgl. Ewert/Wagenhofer (2000) S. 654 f. für eine formale Darstellung des Modells und die abgeleitete Lösung.

10 Vgl. Ewert/Wagenhofer (2000) S. 619.

11 Vgl. Ewert/Wagenhofer (2000) S. 620.

12 Vgl. Ewert/Wagenhofer (2000) S. 621 f. Die Ergebnisse stimmen inhaltlich demnach mit dem in Kapitel 3 A. vorgestellten Standard-Modell überein. Allerdings ist in diesem Modell der Typ 2 der effizientere Agent.

keitsgrade für die Akzeptanz der Verrechnungspreise kann die Zentrale *unterschiedliche Verteilungen von Informationsrenten bzw. Anreizen erzielen. Die daraus resultierende Steuerungswirkung wird durch das Fuzzy-Modell analysierbar.*

Die Übertragung der Ergebnisse aus dem in Kapitel 3 entwickelten Fuzzy-Modell in den Kontext aus Ewert/Wagenhofer (2000) liefert demnach neue qualitative Ergebnisse bzgl. der Interpretation und der Wirkungsweise von Verrechnungspreisen.

II. Übertragung der Ergebnisse des Fuzzy moral hazard-Modells

Zu Kapitel 4 B. analoge Principal-Agent-Modelle werden z. B. verwendet, die Wirkungsweise von Controlling-Instrumenten bzw. Koordinationssystemen zu untersuchen.[13]

So liefern z. B. *Dutta/Reichelstein agency-theoretische Begründungen, warum eine Entlohnung von Bereichsmanagern auf Basis von Residualgewinnen vorteilhaft* ist.[14] In ihren Modellen besteht das Agency-Problem darin, dass die Zentrale nur die realisierten Ergebnisse beobachten kann und nicht die Komponenten aus Arbeitseinsatz und Profitabilität des Projektes. Ihre Ergebnisse zeigen, dass es bei der Wahl eines geeigneten Abschreibungsverfahrens[15] und eines sich aus dem Agency-Modell ergebenden Zinssatzes (hurdle rate) *möglich ist, den Bereichsmanager zu optimalen Investitionsentscheidungen und Handlungen zu bewegen und das Agency-Problem zu lösen.*[16]

Die zugrundeliegenden Modelle verwenden den LEN-Ansatz.[17] Sie gehen davon aus, dass der Einfluss des Arbeitseinsatzes des Agent auf das Ergebnis und der Arbeitsleidkoffizient exakt bekannt sind. Das Risiko und die Marktalternativen des Agent können beide Parteien genau abschätzen.[18] Zu-

---

[13] Vgl. Küpper (2001), S. 398 ff.

[14] Vgl. Dutta/Reichelstein (1999a) und (1999b). Für weitere Interpretationen und Erweiterungen des in Kapitel 4 B. dargestellten Modells vgl. z. B. Hofmann (2001), der die Vorteilhaftigkeit von Controllingsystemen wie z. B. Budgetierungs-, Ziel- und Verrechnungspreissysteme bzw. deren Kombination analysiert.

[15] Es wird eine Art relatives Beitragsverfahren (relative benefit depreciation schedule) verwendet (vgl. Rogerson (1997), S. 790; Dutta/Reichelstein (1999b), S. 2).

[16] Vgl. Hebertinger (2002), S. 142 ff. für eine zusammenfassende Modellbeschreibung der Grundmodelle von Rogerson (1997) und Reichelstein (2000) sowie eine kurze Diskussion der Ergebnisse der um die hidden action-Problematik erweiterten Modelle von Dutta/Reichelstein (1999b).

[17] Vgl. Dutta/Reichelstein (1999b), S. 2; Dutta/Reichelstein (1999a), S. 238 ff.

[18] Also sind die analogen Parameter zu z, σ^2 und c aus dem Modell aus Kapitel 4 B. exakt bekannt.

dem ist die Profitabilität der Projekte dem Agent exakt bekannt, der Principal kennt lediglich die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Profitabilität.

Es erscheint jedoch *realistischer anzunehmen,* dass die *externen Risiken von Principal und Agent nur vage abgeschätzt werden können und auch der Einfluss des Agent auf das Ergebnis nur näherungsweise bekannt ist.* Die Marktalternativen und damit den *Reservationsnutzen* des Agent wird der Principal eher *größenordnungsmäßig* als exakt beschreiben können. Zudem kann u. U. auch der Agent den Wert der Produktivität nur vage beschreiben. *Durch Fuzzy Sets* können diese Unschärfen *analog zu Kapitel 3 und 4* in die Analyse mit einbezogen werden.[19]

Das in dem Modell von Dutta / Reichelstein (1999b) verwendete Sicherheitsäquivalent[20] wäre bei Verwendung von Fuzzy Sets durch Unschärfen geprägt. Demzufolge wären in dem von Dutta / Reichelstein abgeleiteten adverse selection-Problem[21] die Teilnahmebedingung und Anreizbedingung als unscharfe Restriktionen zu formulieren. Gemäß den in Kapitel 4 diskutierten unterschiedlichen Definitionen können unterschiedliche Typen von Entscheidungsträgern dargestellt werden. Zudem ergibt sich eine unscharfe Zielsetzung für den Principal.

Dutta / Reichelstein leiten aus ihrem Modell zunächst die Erkenntnis ab, dass durch Einführung einer Profitabilitätsgrenze, die oberhalb der tatsächlichen Kapitalkosten liegt, das Agency-Problem gelöst werden kann. Der Agent wird sich im Sinne der Unternehmung verhalten.[22] Die Abhängigkeit dieser Profitabilitätsgrenze von den Parametern des Investionsprojektes (Anfangsauszahlung für die Investition, strukturelle Verteilung der Zahlungen und die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Profitabilität) und den hidden action-Parametern (Einfluss des Arbeitsansatzes auf das Ergebnis und Arbeitsleidkoeffizient) wird durch das Modell deutlich.

In einem Fuzzy-Modell wird das Aktivitätsniveau durch die Unschärfe in der Beziehung zwischen Arbeitseinsatz und Ergebnis je nach Zielsetzung des Principal positiv oder negativ beeinflusst. Die unscharfe Information über das externe Risiko wirkt sich auf die Entlohnung des Agent aus.[23] Eine *Einführung dieser Aspekte* in das Modell von Dutta / Reichelstein wird zeigen, dass die dort *ermittelte Profitabilitätsgrenze das Agency-Problem nur zu einem bestimmten Möglichkeitsgrad löst. Die zu wählende Profitabilitätsgrenze hängt zudem im realistischeren Fuzzy-Modell von der Wirkung*

[19] Ist die Unsicherheit bzgl. der Profitabilität nicht stochastischer sondern eher unscharfer Natur, entsteht ein neues Principal-Agent-Problem (vgl. Kapitel 5 A. II.).

[20] Vgl. Dutta / Reichelstein (1999b), S. 7.

[21] Vgl. Dutta / Reichelstein (1999b), S. 8 f.

[22] Vgl. Dutta / Reichelstein (1999b), S. 10.

[23] Vgl. Ergebnisse in Tabellen 8 und 9.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

der Beteiligung des Agent an der unscharfen Information und der Risikoeinstellung der Akteure gegenüber der nicht-stochastischen Unsicherheit ab.

Des Weiteren zeigen Dutta/Reichelstein, dass durch Wahl eines entsprechenden Zinssatzes für die Berechnung des Residualgewinns, der als Bemessungsgrundlage des Agent dient, die Investitionsentscheidung an den Agent delegiert werden kann, ohne dass zusätzliche Nachteile bei der Zentrale entstehen.[24] Ein Fuzzy-Modell liefert hier eine *unscharfe Bestimmungsgröße für diesen Zinssatz* und ermöglicht Partialanalysen für die Wirkungsweise in Abhängigkeit von der vagen Information.[25]

Diese Ausführungen zeigen, dass die in Kapitel 4 vorgenommenen Weiterentwicklungen des LEN-Modells dazu genutzt werden können, *Auswirkungen der unscharfen Information in anderen inhaltlichen Kontexten zu untersuchen.* Analog zu Kapitel 4 ergeben sich, wie oben skizziert, *neue Abbildungs- und Analysemöglichkeiten für Principal-Agent-Probleme. Die Lösung des Standard-Modells wird inhaltlich erweitert und neue Anreizprobleme werden sichtbar.*

C. Anwendung von anderen Konzepten der Fuzzy Set-Theorie auf Principal-Agent-Probleme

Die bisherigen Ausführungen haben gezeigt, wie Principal-Agent-Modelle durch Verwendung von Konzepten der Fuzzy Set-Theorie weiterentwickelt werden können:

Mit Fuzzy Sets konnten unscharfe Informationen in die Principal-Agent-Problematik eingebunden werden. Unter Verwendung von α-Niveau Mengen, parametrischer Optimierung und Fuzzy-Arithmetik konnte die Unschärfe der abgebildeten Situation analysiert werden. Die sich in der Analyse ergebenden unscharfen Restriktionen und Zielfunktionen erzeugten zusätzliche Modellierungsmöglichkeiten der Entscheidungsträger. Durch die Interpretationen der auf der Fuzzy Set-Theorie aufbauenden Möglichkeitstheorie haben die abgeleiteten Ergebnisse an Aussagegehalt gewonnen. Die „unscharfen Entscheidungen" in Form von Fuzzy Sets gaben ein realistischeres Abbild der Entscheidungssituation.

[24] Vgl. Dutta/Reichelstein (1999b), S. 14.

[25] Im weiteren Verlauf Ihrer Analyse betrachten Dutta/Reichstein (1999b) den Fall, dass durch die Investitionsentscheidung zusätzliches Risiko entsteht. Die unter diesen Umständen abgeleitete Profitabilitätsgrenze liegt oberhalb der zuvor abgeleiteten Grenze. Ein Fuzzy-Modell mit unscharfen Informationen über dieses zusätzliche Risiko zeigt analog Kapitel 4 auf, wie sich die unterschiedlichen Unschärfen auswirken.

Das *Konzept der „Fuzzy-Inferenz“ bzw. „Fuzzy-Logik“ ist in dieser Arbeit nicht auf Principal-Agent-Probleme angewendet worden.* Dieses Konzept ist in anderen betriebswirtschaftlichen Anwendungen innerhalb von Fuzzy-Regelungssystemen häufig im Einsatz.[26] Durch das Konzept der Fuzzy-Logik bzw. der Fuzzy-Inferenz kann *unscharfes regelbasiertes Verhalten modelliert* werden.[27] Dabei wird eine scharfe Eingangsgröße in eine Linguistische Variable übersetzt, aus der dann mittels WENN … DANN … Regeln in eine unscharfe Lösung abgeleitet wird. Die WENN … DANN … Regeln werden durch Verknüpfungsoperatoren abgebildet.[28] Die unscharfe Lösung kann dann mittels unterschiedlicher „Defuzzifizierungsmethoden“ zu einer „scharfen“ Lösung verdichtet werden.[29] Fuzzy-Regelungssysteme werden insbesondere dann eingesetzt, wenn Steuerungsregeln statt mit Algorithmen eher mit verbalen Expertenregeln beschreibbar sind oder so komplex sind, dass sie nur unscharf abgebildet werden können.[30]

Zunächst erscheint es sinnvoll, das Konzept der Fuzzy-Inferenz dazu zu verwenden, das *Entscheidungsverhalten des Principal und des Agent detaillierter zu erfassen* und die Wirkungsweise auf die Vertragsgestaltung abzubilden. Es wäre z. B. denkbar, dass der Principal seine unscharfen Informationen über den Agent dazu nutzt, dessen Typ über Erfahrungsregeln abzuleiten, um dann einen Vertrag gemäß des Ergebnisses seiner Überlegungen anzubieten. Damit wäre eine *weitere Kenntnisstufe zwischen der vollkommenen Information und der vollständigen Informationsasymmetrie modellierbar.* Die Annahmen eines Principal-Agent-Modells bzgl. der Verhaltensweisen der Akteure lassen sich dadurch weiter gemäß der abgebildeten Situation spezifizieren. Die Modelle nähern sich so der realen Situation an.

Das Konzept der Fuzzy-Inferenz ermöglicht es außerdem, unscharfe Informationen zu aggregieren und zu einem scharfen Ausgangswert zu verdichten. Ein solcher „Fuzzy-Filter“ kann dazu dienen, abstrakte *Parameter aus unscharfen Informationen inhaltlich abzuleiten und sie so besser inter-*

---

[26] Insbesondere in Expertensystemen (vgl. Popp (1994), S. 268 ff.; Kuhl (1996), S. 150 ff.; Forschner (1998), S. 64 f., Weber (1999), S. 389 ff.; Cox (1994), S. 289 ff.).

[27] Vgl. z.B. Dubois/Prade (1992), S. 3 ff.; Piegat (2001), S. 158 ff.; Kahlert/Frank (1994), S. 41 ff.; Rommelfanger (1994), S. 152 ff.; Zimmermann (1996), S. 69 ff.; Kuhl (1996), S. 30 ff.

[28] Vgl. z. B. Kahlert/Frank (1994), S. 62 ff.; Hönerloh (1997), S. 62 ff.; Turunen (1999), S.127 ff.

[29] Vgl. z. B. Kahlert/Frank (1994), S. 89 ff., Piegat (2001), S. 184 ff., Cox (1994), S. 244 ff.

[30] Vgl. z. B. Popp (1997), S. 35; Kruse (1996), S. 4, Rommelfanger/Eickemeier (2002), S. 184.

pretierbar zu machen.[31] Principal-Agent-Modelle verwenden Parameter, die vielfältige Informationen zu einem Wert verdichten, wie z. B. das Aktivitätsniveau oder das Arbeitsleid des Agent. Allerdings werden keinerlei Hinweise gegeben, wie eine derartige Aggregation stattfinden soll.[32] Es fällt schwer, diese abstrakten Parameter mit realen Beobachtungen in Verbindung zu bringen. Dieser Kritikpunkt könnte durch Verwendung eines „Fuzzy-Filters" für Parameter in Principal-Agent-Modellen abgeschwächt werden.

Problematisch bei der Anwendung der Fuzzy-Inferenz ist jedoch die *Auswahl der dabei verwendeten Verknüpfungsoperatoren.* Diese beeinflussen das erzielte Ergebnis bzw. die empfohlene Entscheidung. Es muss für jedes Modell geprüft werden, welche Operatoren das Entscheidungsverhalten am besten abbilden.[33] Bisher konnten lediglich allgemeine Grundsätze zur Auswahl von Operatoren gegeben werden.[34] Die Festlegung der Operatoren und der Regeln erfolgt häufig iterativ per Simulation unter Verwendung von statistischen Verfahren, Konzepten Neuronaler Netze bzw. Genetischer Algorithmen.[35]

Für eine Anwendung in Principal-Agent-Modellen müssen die *Operatoren durch geschlossene Ausdrücke formalisierbar* sein. Die gewählte Formalisierung muss dem im Modell unterstellten Verhalten für den Agent und Principal entsprechen. Eine simulative Vorgehensweise erscheint nicht sinnvoll.

Erste Anwendungen der Fuzzy-Inferenz auf ökonomische Probleme zeigen, dass eine geschlossene Formalisierung von Fuzzy-Regelungssystemen *möglich* ist.[36] Yager (2000) verdeutlicht z. B., wie mittels Fuzzy-Inferenz ein Gleichgewichtspreis zum Ausgleich von Angebot und Nachfrage am

[31] Die Vorgehensweise ist dabei verwandt mit dem Fuzzy-MADM (Multiple Attribute Decision Making) bzw. der Modellierung von Fuzzy-Reglern (vgl. Hauke (1998), S. 115 ff.).

[32] Vgl. Meinhövel (1999), S. 134.

[33] Vgl. Kuhl (1996), S. 54 ff. für eine detaillierte Diskussion von Fuzzy-Regelungssystemen, Piegat (2001), S. 182 ff. für eine Illustration von verwendeten Operatoren sowie Thole / Zimmermann / Zysno (1979) für ein Beispiel einer empirische Überprüfung von zwei verwendeten Operatoren. Rommelfanger / Unterharnscheidt (1988) beschreiben eine empirische Untersuchung der Eignung unterschiedlicher Operatoren für die Bestimmung der Kreditwürdigkeit von mittelständischen Unternehmen. Vgl. auch Abbildung 6.

[34] Vgl. z. B. Werners (1984), S. 154 ff.; Dyckhoff (1994), S. 227 f.

[35] Vgl. Kuhl (1996), S. 65 ff.; Kruse (1996), S. 10; v. Altrock (1997); Baetge / Heitmann (2000).

[36] Für eine Diskussion der Anwendung von Konzepten der Fuzzy Set-Theorie auf ökonomische Probleme vgl. insbesondere Mansur (1995), S. 157 ff.

Markt formal ermittelt werden kann.[37] Yager (2000) zeigt zunächst allgemein, wie der Inferenz-Prozess vereinfacht dargestellt werden kann und zu einer geschlossenen Lösung führt.[38] Dann modelliert er den Fall, dass für die Abhängigkeit von Angebot und Nachfrage vom Preis jeweils keine exakte Funktion, sondern nur (nicht-lineare) WENN … DANN-Regeln angegeben werden können. Dabei werden im Bedingungsteil eine Linguistische Variable und im Schlussfolgerungsteil eine lineare Funktion verwendet. Es werden Gleichgewichtspreise abgeleitet für die Fälle, dass jeweils der Zusammenhang von Angebot und Preis oder Nachfrage und Preis oder beide Zusammenhänge nur als unscharfe Regeln formuliert werden können. Die *analytische Lösbarkeit der Modelle ist jedoch abhängig von der Wahl der Zugehörigkeitsfunktionen* im Bedingungsteil (WENN …) und der Funktionswahl im Schlussfolgerungsteil (DANN …) der verwendeten Regeln. Dieses Beispiel zeigt, dass eine Anwendung der Fuzzy-Inferenz auf ökonomische Probleme möglich ist. Für eine Auswahl an Zugehörigkeitsfunktionen und Regeltypen sind geschlossene analytische Ausdrücke ableitbar.

In Principal-Agent-Modellen könnten durch derartige Ansätze neue Einsichten über den Einfluss regelbasierten Verhaltens auf die Vertragsgestaltung gewonnen werden. Hier liegt demnach *weiteres Forschungspotential* zur Anwendung von Konzepten der Fuzzy Set-Theorie auf Principal-Agent-Probleme. Bei Auswahl der Regeln und deren Repräsentation im Modell ergeben sich wiederum zusätzliche Interpretations- und Modellierungsmöglichkeiten.

D. Notwendigkeit einer Fuzzy Agency-Theorie

Die vorliegende Arbeit zeigt, dass die Einführung von unscharfen Informationen in Principal-Agent-Modelle die Aussagen der Agency-Theorie in einem neuen Licht erscheinen lässt. *In den Fuzzy-Modellen sind Ergebnisse der Standard-Modelle relativiert worden und neue Aspekte in der Principal-Agent-Beziehung wurden analysierbar.*

Im *Fuzzy adverse selection-Modell* in Kapitel 3 C. wird als „unscharfe Entscheidung“ eine Möglichkeit-Gewinnfunktion abgeleitet, welche die strikte Trennung zwischen möglichen und unmöglichen Verträgen aufhebt. Die Einstellung des Principal gegenüber der durch die Unschärfe verursachten Unsicherheit über die Höhe des Reservationsnutzens und damit über die Teilnahme des Agent wird entscheidungsrelevant. Obwohl hier Risikoneutralität gegenüber der stochastischen Unsicherheit bei den Akteuren

[37] Vgl. Yager (2000), vorausgesetzt werden Fuzzy Sets in Dreiecks- oder Trapezform.

[38] Vgl. Yager (2000), S. 341.

herrscht, orientiert sich der Principal nicht mehr am stochastischen Erwartungswert, sondern am Gewinn in Abhängigkeit von der nach Typen differenzierten Annahmemöglichkeit. Das Fuzzy adverse selection-Modell in Kapitel 3 D. hat gezeigt, dass die in Standard-Modellen abgeleiteten Aussagen über Informationsrenten und Produktionsmengen je Agent-Typ nur für eine bestimmte Konstellation der Nutzenfunktionen im Vergleich zu möglichen Reservationsnutzendifferenzen gültig sind. Die unscharfen Informationen über den Reservationsnutzen bewirken hier, dass neue Anreizprobleme und Verteilungen der Informationsrenten denkbar werden.

Im *Fuzzy moral hazard-Modell* aus Kapitel 4 wird deutlich, dass Unschärfe in Nutzenfunktionen völlig neue Analysen innerhalb der Zielfunktionen und Nebenbedingungen notwendig macht. Hier wird die „Risikoeinstellung" gegenüber der Unschärfe abbildbar. Die Ergebnisse des Standard-Modells sind dann nur noch sehr eingeschränkt gültig. Die Einstellungen der Akteure gegenüber der stochastischen Unsicherheit entscheiden nun nicht mehr über die Aufteilung des Risikos, sondern Unschärfen prägen die Entlohnungsformen. Im first best-Fall ist die Eigenschaft aus dem Standard-Modell, die Trennung von Aktion und variabler Entlohnung, nicht mehr gegeben. Das Aktivitätsniveau des Agent wird je nach Bewertung der Unschärfe durch den Principal positiv oder negativ von der variablen Entlohnung beeinflusst. Risikoneutralität des Principal gegenüber der stochastischen Unsicherheit führt nicht mehr zwangsläufig dazu, dass er das gesamte Risiko trägt. Unscharfe Zielsetzungen lassen neue Entlohnungsstrukturen vorteilhaft werden. In der second best-Situation kann eine Beteiligung des Agent an der nicht-stochastischen Unsicherheit seinen Arbeitseinsatz im Vergleich zum Standard-Modell reduzieren oder erhöhen. Je nach der „Risikoeinstellung" des Agent gegenüber der nicht-stochastischen Unsicherheit entstehen zusätzliche Motivations- bzw. Demotivationseffekte. Die Unschärfe im Ergebnis wirft also neue Verteilungsprobleme zwischen Principal und Agent auf. Unschärfen können stochastische Unsicherheiten dominieren, ihre Wirkung hängt von der Bewertung der Unsicherheit durch Principal und Agent ab.

Diese Ergebnisse zeigen, dass die realitätsnähere Modellierung der Principal-Agent-Situation mit Konzepten der Fuzzy Set-Theorie qualitativ neue Aussagen über Anreiz- und Entlohnungssysteme liefert. Die Kombination unterschiedlicher Unsicherheitsformen verdeutlicht, dass die Verteilung der gesamten Unsicherheit komplexer ist als es Standard-Ansätze vermuten lassen. Die *Ergebnis-Strukturen der Standard-Modelle sind nur noch als Spezialfälle gültig, wenn die reale Unschärfe über Nutzenfunktionen, Reservationsnutzen etc. berücksichtigt wird.*

Die Fuzzy-Modelle bilden die Situation mit der von den Akteuren wahrgenommenen Genauigkeit realitätsnah ab und liefern so Entscheidungen, welche die tatsächliche Problematik besser lösen. So gelangt man eher zu *empirisch relevanten Aussagen* als durch die Standard-Modellierungsansätze. Qualitatives bzw. ordinales Wissen wird in Fuzzy-Modellen eingebunden, das Entscheidungsverhalten[39] wird besser abgebildet. Durch die situationsgerechte Verwendung von Fuzzy Sets in Verbindung mit oder anstelle von Wahrscheinlichkeiten werden neue reale Principal-Agent-Probleme erfassbar.[40]

Die Fuzzy Agency-Theorie ist ein Weg, der Kritik an der Agency-Theorie zu begegnen, dass Principal-Agent-Modelle aus einer anwendungsorientierten Sicht keine relevanten Aussagen liefern.[41] *Die Unschärfe der Principal-Agent-Situation lässt sich mit ihr scharf analysieren,* die Ergebnisse dieser Arbeit zeigen, dass dazu eine Notwendigkeit besteht.

---

[39] Das Entscheidungsverhalten kann als „eingeschränkt rational“ aufgefasst werden (vgl. Kapitel 2 E. III.).

[40] Vgl. dazu auch Kapitel 5 A.

[41] Vgl. z. B. Rogerson (1997), S. 780.

Kapitel 6

Anhang

A. Beweise zu Satz 3.3, Satz 3.4 und Satz 3.5

Beweis Satz 3.3

Die Gültigkeit von Satz 3.3 ergibt sich wie folgt:

In Regime 1 ist $s_1 = R_1 + \alpha_1 d_1 + c_1(x_1)$ und $s_2 = R_2 + \alpha_2 d_2 + c_2(x_2)$. Die Optimierung erfolgt also analog dem first best-Fall, damit ist $c_1'(x_1) = c_2'(x_2) = 1$.[1] Aus den Ausführungen zu Lemma B folgt, dass in Regime 1 $R_1 + \alpha_1 d_1 > s_2 - c_1(x_2^*)$ und $R_2 + \alpha_2 d_2 > s_1 - c_2(x_1^*)$ gelten müssen und damit:

$$R_1 + \alpha_1 d_1 > \underbrace{R_2 + \alpha_2 d_2 + c_2(x_{2R1}^*)}_{s_2} - c_1(x_{2R1}^*)$$

$$\Leftrightarrow$$

$$R_1 + \alpha_1 d_1 - (R_2 + \alpha_2 d_2) > c_2(x_{2R1}^*) - c_1(x_{2R1}^*)$$

und

$$R_2 + \alpha_2 d_2 > \underbrace{R_1 + \alpha_1 d_1 + c_1(x_{1R1}^*)}_{s_1} - c_2(x_{1R1}^*)$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\underbrace{R_1 + \alpha_1 d_1 - (R_2 + \alpha_2 d_2)}_{\Delta R} < c_2(x_{1R1}^*) - c_1(x_{1R1}^*)$$

Beweis Satz 3.4

Satz 3.4 lässt sich wie folgt herleiten:

In Regime 2 ist $s_1 = R_1 + \alpha_1 d_1 + c_1(x_1)$ und $s_2 = s_1 - c_2(x_1) + c_2(x_2)$. Eingesetzt in die Zielfunktion erhält man:

[1] Vgl. S. 60 f.

$$\max_{x_1,,x_2} \Theta(x_1 - R_1 - \alpha_1 d_1 - c_1(x_1)) + (1-\Theta)(x_2 - R_1 - \alpha_1 d_1 - c_1(x_1) + c_2(x_1) - c_2(x_2))$$

und damit die Bedingungen erster Ordnung:

$$\frac{\partial}{\partial x_1} = \Theta(1 - c_1'(x_1)) + (1-\Theta)(-c_1'(x_1) + c_2'(x_1)) = 0$$
$$\frac{\partial}{\partial x_2} = (1-\Theta)(1 - c_2'(x_2)) = 0$$

Nach kurzer Umformung erhält man die in Satz 3.4 angegebenen Bedingungen für die optimalen Mengen x^*_{1R2} und x^*_{2R2}.

Nach den Ausführungen zu Lemma B gilt zudem in Regime 2 $R_2 + \alpha_2 d_2 < s_1 - c_2(x_1)$ und damit:[2]

$$\begin{array}{rcl} R_2 + \alpha_2 d_2 & < & R_1 + \alpha_1 d_1 + c_1(x^*_{1R2}) - c_2(x^*_{1R2}) \\ & \Leftrightarrow & \\ R_1 + \alpha_1 d_1 - (R_2 + \alpha_2 d_2) & > & c_2(x^*_{1R2}) - c_1(x^*_{1R2}) \end{array}$$

Beweis Satz 3.5

Satz 3.5 gilt aufgrund folgender Überlegungen:

In Regime 3 gilt $s_1 = s_2 - c_1(x_2) + c_1(x_1)$ und $s_2 = R_2 + \alpha_2 d_2 + c_2(x_2)$. Eingesetzt in die Zielfunktion erhält man:

$$\Theta(x_1 - R_2 - \alpha_2 d_2 - c_2(x_2) + c_1(x_2) - c_1(x_1)) + (1-\Theta)(x_2 - R_2 - \alpha_2 d_2 - c_2(x_2))$$

und damit die Bedingungen erster Ordnung:

$$\frac{\partial}{\partial x_1} = \Theta(1 - c_1'(x_1)) = 0$$
$$\frac{\partial}{\partial x_2} = \Theta(-c_2'(x_2) + c_1'(x_2)) + (1-\Theta)((1 - c_2'(x_2)) = 0$$

Nach kurzer Umformung ergeben sich die in Satz 3.5 aufgeführten Bedingungen für x^*_{1R3} und x^*_{2R3}. Nach den Anmerkungen zu Lemma B gilt in Regime 3 $R_1 + \alpha_1 d_1 < s_2 - c_1(x_2)$ und damit:[3]

[2] Die weiteren Ausführungen zu Lemma B führen in Regime 2 zu der Bedingung $c_2(x^*_{1R2}) - c_1(x^*_{1R2}) > c_2(x^*_{2R2}) - c_1(x^*_{2R2})$, die aufgrund $x^*_{1R2} > x^*_{2R2}$ erfüllt ist.

[3] Die weiteren Ausführungen zu Lemma B führen zu der aufgrund $x^*_{1R3} > x^*_{2R3}$ wahren Bedingung $c_2(x^*_{1R3}) - c_1(x^*_{1R3}) > c_2(x^*_{2R3}) - c_1(x^*_{2R3})$.

$$
\begin{array}{rcl}
R_1 + \alpha_1 d_1 & < & R_2 + \alpha_2 d_2 + c_2(x^*_{2R3}) - c_1(x^*_{2R3}) \\
& \Leftrightarrow & \\
R_1 + \alpha_1 d_1 - (R_2 + \alpha_2 d_2) & < & c_2(x^*_{2R3}) - c_1(x^*_{2R3})
\end{array}
$$

B. Ableitung von Sicherheitsäquivalenten bei unscharfen Nutzenfunktionen

Die unscharfe Varianz $(\sigma^2, \delta^-_{\sigma^2}, \delta^+_{\sigma^2})_{LR}$ bewirkt, das für die Störgröße ε je nach unterstelltem α-Niveau eine Normalverteilung mit unterschiedlichen Dichtefunktionen vorliegt. Folgende Abbildung illustriert die möglichen Verteilungen für die minimal mögliche Varianz $(\sigma^2 - \delta^-_{\sigma^2})$, die Varianz mit dem Zugehörigkeitsgrad 1 (σ^2) und der größten möglichen Varianz $(\sigma^2 + \delta^+_{\sigma^2})$.

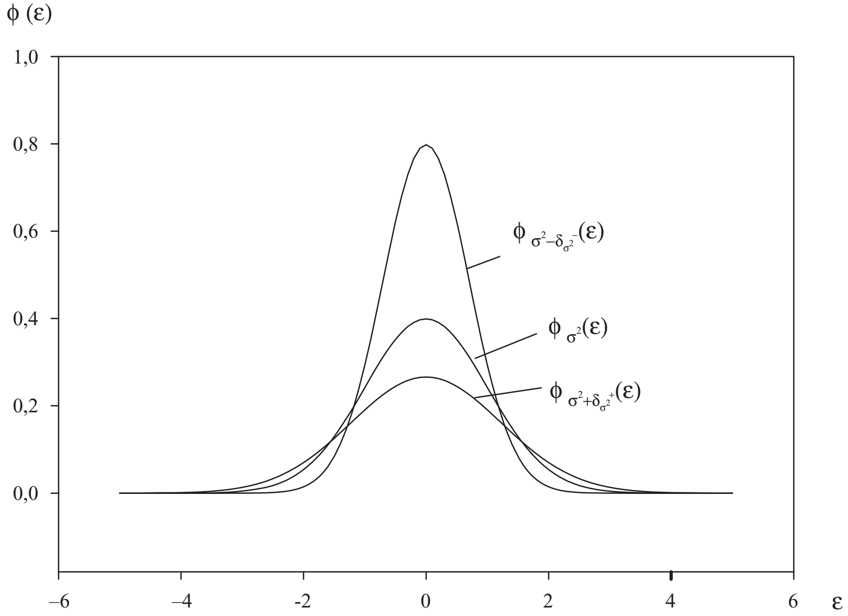

Abbildung A.1: Mögliche Wahrscheinlichkeitsdichten der Störgröße im Fuzzy LEN-Modell

Der unscharfe Erwartungswert der Störgröße ε ergibt sich dann wie folgt:[4]

$$E_{\sigma^2 - \delta^-_{\sigma^2}}(\varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon \cdot \phi_{\sigma^2 - \delta^-_{\sigma^2}}(\varepsilon) d\varepsilon : \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{\sigma^2 - \delta^-_{\sigma^2}}(\varepsilon) d\varepsilon = 1$$

$$E_{\sigma^2}(\varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon \cdot \phi_{\sigma^2}(\varepsilon) d\varepsilon : \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{\sigma^2}(\varepsilon) d\varepsilon = 1$$

$$E_{\sigma^2 + \delta^+_{\sigma^2}}(\varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon \cdot \phi_{\sigma^2 + \delta^+_{\sigma^2}}(\varepsilon) d\varepsilon : \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{\sigma^2 + \delta^+_{\sigma^2}}(\varepsilon) d\varepsilon = 1$$

Die Nebenbedingungen, dass sich die unscharfen Dichten jeweils zu eins integrieren, ist hier definitionsgemäß erfüllt.[5] Als Erwartungswert ergibt sich hier für jede Verteilung der Wert Null ($E_{\sigma^2 - \delta^-_{\sigma^2}} = E_{\sigma^2} = E_{\sigma^2,+,\delta^+_{\sigma^2}} = 0$).

Die unscharfe Produktivität $(z, \delta^-_z, \delta^+_z)_{LR}$ hat in Kombination mit der unscharfen Störgröße ε zur Folge, dass für das Ergebnis x z. B. Normalverteilungen gemäß Abbildung A.2 möglich sind.[6]

Für jede mögliche Dichte gilt definitionsgemäß $\int_{-\infty}^{\infty} \phi_{\tilde{\sigma}^2,,,\tilde{z}}(x)dx = 1$. Es kann also jeweils die bereits von Freund (1956) erkannte Darstellung des Nutzenerwartungswerts für eine normalverteilte Zielgröße bei exponentiellen Risikonutzenfunktionen angewandt werden.[7] In allgemeiner Form gilt für eine normalverteilte Zielgröße x (Erwartungswert $E(x)$ und Varianz $Var(x)$) und die Nutzenfunktion $U(x) = -e^{-\alpha x}$ für den Nutzenerwartungswert $E(U(x))$:

$$E(U(x)) = U\left(E(x) - \frac{\alpha}{2}\sigma^2\right) \tag{A.1}$$

und damit für das Sicherheitsäquivalent $SA = E(x) - \frac{\alpha}{2} Var(x)$.

---

[4] Zur Ableitung von unscharfen Erwartungswerten vgl. z. B. Rommelfanger/Eickemeier (2002), S. 97 ff.

[5] Werden die unscharfen Wahrscheinlichkeiten nicht über die Dichtefunktion sondern direkt angegeben, so müssen die unscharfen Werte u. U. angepasst werden, um die Nebenbedingungen der Aufsummation zu eins zu erfüllen (vgl. Rommelfanger/Eickemeier (2002), S. 98 ff. für einen möglichen Algorithmus zur Anpassung der Wahrscheinlichkeiten).

[6] Hier wird $a = 1$ unterstellt.

[7] Vgl. dazu allgemein Freund (1956), S. 255; Laux (1998), S. 206 ff.; Velthuis (1998), S. 12 ff.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

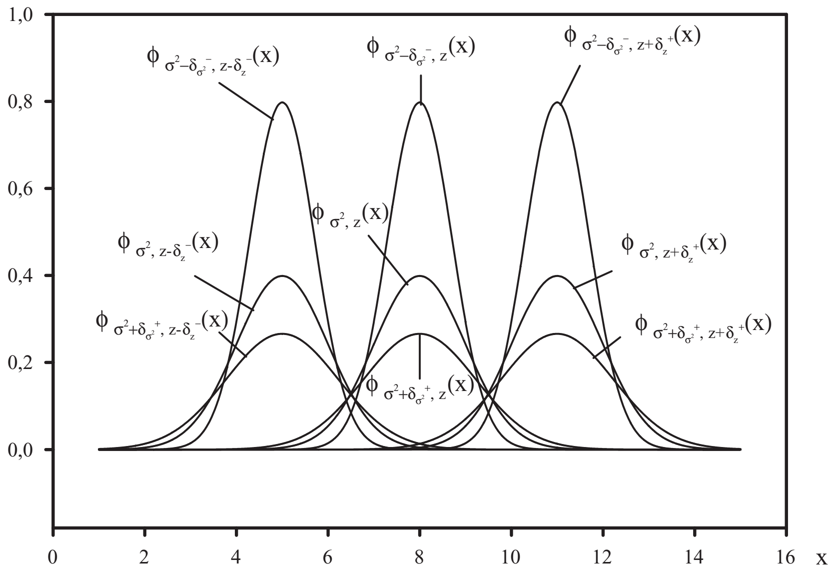

Abbildung A.2: Mögliche Wahrscheinlichkeitsdichten des Ergebnisses bei unscharfem Erwartungswert und unscharfer Varianz

In dem Fuzzy LEN-Modell mit unscharfer Produktivität (und damit unscharfem Erwartungswert des Ergebnisses) und unscharfer Varianz gilt für einen risikoaversen Entscheider, dass er sein minimales Sicherheitsäquivalent für den niedrigst möglichen Erwartungswert des Ergebnisses bei der größtmöglichen Varianz erreicht. Die dann relevante Normalverteilung des Ergebnisses ergibt sich mit dem Erwartungswert $z - \delta_z^-$ und der Varianz $\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^+$. Unter Verwendung der Beziehung (A.1) erhält man für das minimal mögliche Sichertsäquivalent des Agent[8] :

$$SA_{A,min} = (z - \delta_z^-) \cdot a \cdot s_1 + s_0 - \frac{\alpha_A}{2} s_1^2(\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^+) - \frac{c}{2} a^2$$

Das maximale Sicherheitsäquivalent ergibt für den maximal möglichen Erwartungswert des Ergebnisses bei kleinstmöglicher Varianz. Die dann relevante Normalverteilung hat den Erwartungswert $z + \delta_z^+$ und die Varianz $\sigma^2 - \delta_{\sigma^2}^-$. Unter Verwendung von (A.1) folgt für das maximal mögliche Sicherheitsäquivalent des Agent:

[8] Für die allgemeine Nutzenfunktion des Agent und die Zahlungsfunktion vgl. Kapitel 4 B. I.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

$$SA_{A,max} = (z + \delta_z^+) \cdot a \cdot s_1 + s_0 - \frac{\alpha_A}{2} s_1^2(\sigma^2 - \delta_{\sigma^2}^-) - \frac{c}{2} a^2$$

Das Sicherheitsäquivalent mit dem Zugehörigkeitsgrad eins für Produktivität und Varianz führt zu der Normalverteilung des Ergebnisses mit dem Erwartungswert z und der Varianz σ^2 und ergibt sich nach (A.1) zu:

$$SA_A = z \cdot a \cdot s_1 + s_0 - \frac{\alpha_A}{2} s_1^2(\sigma^2) - \frac{c}{2} a^2$$

Analog kann für jedes gewählte α-Niveau das minimale und maximale Sicherheitsäquivalent abgeleitet werden.

Die Ausführungen zeigen, dass eine Repräsentation der Nutzenerwartungswerte mittels Sicherheitsäquivalent auch für unscharfe Dichtefunktionen möglich ist. Für jedes α-Niveau ergibt sich für die relevanten Grenzen jeweils eine Normalverteilung und somit die Gültigkeit von (A.1). Die hier abgeleiteten Werte für $SA_{A,\,min}$, $SA_{A,\,max}$ und SA_A stimmen mit der unscharfen Beschreibung von $\widetilde{SA}_A$ auf Seite 85 überein.[9] Für den Principal kann man die Zulässigkeit der Verwendung des Sicherheitsäquivaltents analog zeigen.

C. Beweise zu Satz 4.1, Satz 4.2 und Satz 4.4

Beweis Satz 4.1

Für dieses Problem lässt sich folgende Lagrangefunktion aufstellen:[10]

$$\begin{aligned} L(s_0, s_1, a, \nu_1, \nu_2) = {} & (1 - s_1)a(z - \delta_z^-) - \frac{\alpha_P}{2}(1 - s_1)^2(\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^+) - s_0 \\ & - \nu_1\left(R + (\lambda - 1)d - s_1 \cdot a \cdot z + \frac{\alpha_A}{2} s_1^2\sigma^2 + \frac{c}{2}a^2 - s_0\right) \\ & - \nu_2\left(R - d - s_1 \cdot a \cdot (z - \delta_z^-) + \frac{\alpha_A}{2} s_1^2(\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^+) + \frac{c}{2}a^2 - s_0\right) \end{aligned}$$

Die Lagrangefunktion beinhaltet bei dieser Zielsetzung zwei Unschärfen. Sie ist zum einen abhängig von der möglichen negativen Abweichung der Produktivität und zum anderen von der möglichen positiven Abweichung beim Risiko.

Gemäß dem Kuhn-Tucker-Ansatz ergeben sich damit als notwendige Bedingungen für das Optimum:

---

9 Vgl. auch Kapitel 4 D. I. 3. und 4 D. II. 1.

10 Vgl. z.B. Domschke/Drexl (1991), S. 164 ff. für eine allgemeine Beschreibung von Lagrangefunktionen.

(A.2) $$\frac{\partial L}{\partial a} = (1 - s_1)(z - \delta_z^-) + \nu_1 s_1 z - \nu_1 ca + \nu_2 s_1 (z - \delta_z^-) - \nu_2 ca = 0$$

(A.3) $$\frac{\partial L}{\partial s_1} = \alpha_P (1 - s_1)(\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^+) - a(z - \delta_z^-) + \nu_1 az - \nu_1 \alpha_A \sigma^2 s_1 + \nu_2 a(z - \delta_z^-) - \nu_2 \alpha_A s_1 (\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^+) = 0$$

(A.4) $$\frac{\partial L}{\partial s_0} = -1 + \nu_1 + \nu_2 = 0$$

(A.5) $$\frac{\partial L}{\partial \nu_1} \geq 0$$

(A.6) $$\frac{\partial L}{\partial \nu_2} \geq 0$$

(A.7) $$\nu_1 \cdot \frac{\partial L}{\partial \nu_1} = 0$$

(A.8) $$\nu_2 \cdot \frac{\partial L}{\partial \nu_2} = 0$$

(A.9) $$s_0 \geq 0, s_1 \geq 0, a \geq 0, \nu_1 \geq 0, \nu_2 \geq 0$$

Zu 1)

Die Bedingungen $\nu_1 \cdot \frac{\partial L}{\partial \nu_1} = 0, \nu_2 \cdot \frac{\partial L}{\partial \nu_2} = 0$ lassen Rückschlüsse auf die Nebenbedingungen zu. Ist $\nu_1 > 0$ ($\nu_2 > 0$) bedeutet dies, dass Nebenbedingung 4.3 (4.4) bindend ist. Aus (A.4) folgt, dass $\nu_1 + \nu_2 = 1$. Es ist also mindestens eine der Nebenbedingungen bindend. Man kann also die Fälle $\nu_1 = 1 > 0$ und $\nu_2 = 1 > 0$ unterscheiden.[11]

Zu 2)

Gleichungen (A.5) und (A.6) stellen sicher, dass die Nebenbedingungen (4.3) und (4.4) erfüllt sind. Für den Fall, dass Nebenbedingung (4.3) bindend ist ($\nu_1 = 1, \nu_2 = 0$), ist (A.5) automatisch erfüllt. Nebenbedingung (A.6) kann dann umgeformt werden zu:[12]

[11] Im Fall $\nu_1 > 0$ und $\nu_2 > 0$ wären beide Nebenbedingungen bindend. Dies führt zur Bedingung $\lambda \cdot d = s_1 a \delta_z^- + \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \delta_{\sigma^2}^+$. Dieser Fall ist somit nur für einen bestimmten Möglichkeitsgrad λ relevant und wird nicht weiter analysiert.

[12] Nebenbedingung (4.3) nach s_0 auflösen und einsetzen in Nebenbedingung (4.4).

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

$$\lambda \cdot d \geq s_1 \cdot a \cdot \delta_z^- + \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \delta_{\sigma^2}^+$$

Für den Fall, dass Nebenbedingung (4.4) bindend ist ($\nu_1 = 0, \nu_2 = 1$), ist (A.6) automatisch erfüllt. Nebenbedingung (A.5) kann dann umgeformt werden zu:[13]

$$\lambda \cdot d \leq s_1 \cdot a \cdot \delta_z^- + \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \delta_{\sigma^2}^+$$

Die Zulässigkeit der Fälle ergibt sich aus der Größe $\lambda \cdot d$, die sich aus der möglichen Spannweite des Sicherheitsäquivalents d und der Möglichkeit, dass der Agent den Vertrag auf dem α-Niveau 1 akzeptiert[14], abhängt. Der Principal beeinflusst demnach durch die Wahl des Parameters λ die Lösung des Problems.[15]

Zu 3 + 4)

Im Fall $\nu_1 = 1$ ($\nu_2 = 0$) (Fall 1) ist der Wert des Sicherheitsäquivalents des Agent entscheidend, der mit der Möglichkeit 1 angenommen wird $\left(\lambda \cdot d \geq s_1 \cdot a \cdot \delta_z^- + \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \delta_{\sigma^2}^+\right)$. Nebenbedingungen (A.2) und (A.3) schreiben sich dann wie folgt:

$$\begin{aligned} (1 - s_1)(z - \delta_z^-) + s_1 z - c \cdot a &= 0 \\ \alpha_P (1 - s_1)(\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^+) - a(z - \delta_z^-) + az - \alpha_A \sigma^2 s_1 &= 0 \end{aligned}$$

Aus diesen Nebenbedingungen ergeben sich a und s_1:

$$a = \frac{z - \delta_z^- + s_1 \delta_z^-}{c}$$

$$s_1 = \frac{\alpha_P(\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^+) + \dfrac{(z - \delta_z^-)\delta_z^-}{c}}{\alpha_P(\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^+) + \alpha_A \sigma^2 - \dfrac{(\delta_z^-)^2}{c}}$$

[13] Nebenbedingung (4.4) nach s_0 auflösen und einsetzen in Nebenbedingung (4.3).

[14] Vgl. S. 90 f.

[15] Im Folgenden wird stets angenommen, dass die abgeleiteten Lösungen die Bedingungen A.5 und A.6 erfüllen, also λ entsprechend gewählt werden konnte.

Die Aktion ist also für $s_1 = 0$ um den Faktor $\frac{\delta_z^-}{c}$ im Vergleich zum Standard-Modell geringer, kann aber durch eine Beteiligung des Agent $s_1 > 0$ erhöht werden. Der variable Anteil s_1 ist nun auch für $\alpha_P = 0$ positiv, falls $\alpha_A \sigma^2 > \frac{(\delta_z^-)^2}{c}$.

Der Fall $\nu_1 = 0$ und $\nu_2 = 1$ (Fall 2) impliziert, dass hier die Orientierung an dem minimal möglichen Sicherheitsäquivalent entscheidend ist $\left(\lambda \cdot d < s_1 \cdot a \cdot \delta_z^- + \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \delta_{\sigma^2}^+\right)$. Die Nebenbedingung (A.2) schreibt sich nun wie folgt:

$$+(1 - s_1)(z - \delta_z^-) + s_1(z - \delta_z^-) - c \cdot a = 0$$
$$\Leftrightarrow$$
$$a = \frac{z - \delta_z^-}{c}$$

Die Aktion ist also um den Faktor $\dfrac{\delta_z^-}{c}$ im Vergleich zum Standard-Modell geringer.

Nebenbedingung (A.3) stellt sich wie folgt dar:

$$\alpha_P(1 - s_1)(\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^+) - a(z - \delta_z^-) + a(z - \delta_z^-) - \alpha_A s_1(\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^+) = 0$$

Es ergibt sich für s_1:

$$s_1 = \frac{\alpha_P(\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^+)}{\alpha_P(\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^+) + \alpha_A(\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^+)} = \frac{\alpha_P}{\alpha_P + \alpha_A}$$

Der variable Anteil ist demnach identisch zum Standard-Modell, also unabhängig von der unscharfen Information.

Die Bestimmungsterme von a und s_1 in den Fällen 1 und 2 liefern die Aussagen 3) und 4) in Satz 4.1.

Beweis Satz 4.2

Zum Optimierungsproblem lässt sich folgende Lagrangefunktion aufstellen:

$$
\begin{aligned}
L(s_0, s_1, a, \nu_1, \nu_2) = {} & (1-s_1)a(z+\delta_z^+) - \frac{\alpha_P}{2}(1-s_1)^2(\sigma^2 - \delta_{\sigma^2}^-) - s_0 \\
& - \nu_1\left(R + (\lambda-1)d - s_1 \cdot a \cdot z + \frac{\alpha_A}{2}s_1^2\sigma^2 + \frac{c}{2}a^2 - s_0\right) \\
& - \nu_2\left(R - d - s_1 \cdot a \cdot (z - \delta_z^-) + \frac{\alpha_A}{2}s_1^2(\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^+) + \frac{c}{2}a^2 - s_0\right)
\end{aligned}
$$

Bei dieser Zielsetzung hängt die Lagrangefunktion von allen im Modell erfassten Unschärfen ab: von der möglichen positiven bzw. negativen Abweichung der Produktivität und von der positiven sowie negativen Abweichung des Risikos.

Es ergeben sich folgende modifizierte Kuhn-Tucker-Bedingungen[16]:

$$
\text{(A.10)} \qquad \frac{\partial L}{\partial a} = (1-s_1)(z+\delta_z^+) + \nu_1 s_1 z - \nu_1 ca + \nu_2 s_1(z-\delta_z^-) - \nu_2 ca = 0
$$

$$
\begin{aligned}
\text{(A.11)} \qquad \frac{\partial L}{\partial s_1} = {} & -a(z+\delta_z^+) + \alpha_P(1-s_1)(\sigma^2 - \delta_{\sigma^2}^-) + \nu_1 az - \nu_1\alpha_A s_1\sigma^2 \\
& + \nu_2 a(z-\delta_z^-) - -\nu_2\alpha_A s_1(\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^+) = 0
\end{aligned}
$$

$$
\text{(A.12)} \qquad \frac{\partial L}{\partial s_0} = -1 + \nu_1 + \nu_2 = 0
$$

Zu 3)

Aus Gleichung (A.12) folgt wiederum, dass mindestens eine der beiden Nebenbedingungen im Optimum bindend sein muss. Die Gültigkeit der Fälle in Abhängigkeit von λ ergibt sich analog zum Beweis von Satz 4.1, 2).

Zu 1) und 2)

Für den Fall 1, dass Nebenbedingung (4.5) bindend ist, ($\nu_1 = 1$ und $\nu_2 = 0$), ergeben sich die folgenden notwendigen Bedingungen für das Optimum:

[16] Gleichungen A.5–A.9 sind unverändert und werden nicht nochmals aufgeführt.

$$(1-s_1)(z+\delta_z^+)+s_1 z - ca = 0$$
$$-a(z+\delta_z^+)+\alpha_P(1-s_1)(\sigma^2-\delta_{\sigma^2}^-)+az-\alpha_A s_1\sigma^2 = 0$$

Damit ergibt sich für a bzw. s_1:

$$a = \frac{z+\delta_z^+ - s_1\delta_z^+}{c}$$

$$s_1 = \frac{-\dfrac{(z+\delta_z^+)\delta_z^+}{c}+\alpha_P(\sigma^2-\delta_{\sigma^2}^-)}{\dfrac{-(\delta_z^+)^2}{c}+\alpha_P(\sigma^2-\delta_{\sigma^2}^-)+\alpha_A\sigma^2}$$

Der Fall 2 ($\nu_1 = 0$ und $\nu_2 = 1$) führt zu folgenden notwendigen Bedingungen für das Optimum:

$$(1-s_1)(z+\delta_z^+)+s_1(z-\delta_z^-) - ca = 0$$
$$-a(z+\delta_z^+)+\alpha_P(1-s_1)(\sigma^2-\delta_{\sigma^2}^-)+a(z-\delta_z^-)-\alpha_A s_1(\sigma^2+\delta_{\sigma^2}^+) = 0$$

Daraus folgt für das Aktivitätsniveau a und den variablen Anteil s_1:

$$a = \frac{z+\delta_z^+ - s_1(\delta_z^+ + \delta_z^-)}{c}$$

$$s_1 = \frac{\dfrac{-(z+\delta_z^+)(\delta_z^+ + \delta_z^-)}{c}+\alpha_P(\sigma^2-\delta_{\sigma^2}^-)}{\dfrac{-(\delta_z^+ + \delta_z^-)^2}{c}+\alpha_P(\sigma^2-\delta_{\sigma^2}^-)+\alpha_A(\sigma^2+\delta_{\sigma^2}^+)}$$

Die Terme für das Aktivitätsniveau a und den variablen Entlohnungsanteil s_1 (bei $\alpha_P = 0$) aus Fall 1 und 2 zeigen die Gültigkeit von 1) und 2).

Beweis Satz 4.4

Zu 1)

Die Teilnahmebedingung (4.9) und Teilnahmebedingung (4.10) lassen sich umformen zu:

$$s_0 \geq R + (\lambda - 1)d - s_1 \cdot a \cdot z + \frac{\alpha_A}{2}s_1^2\sigma^2 + \frac{c}{2}a^2$$
$$s_0 \geq R - d - s_1 \cdot a \cdot z + \frac{\alpha_A}{2}s_1^2\sigma^2 + \frac{c}{2}a^2 + s_1 \cdot a \cdot \delta_z^- + \frac{\alpha_A}{2}s_1^2\delta_{\sigma^2}^+$$

Im Optimum wird eine der beiden Teilnahmebedingungen bindend sein, da sich der Principal sonst durch Reduzierung von s_0 besser stellen könnte (SA_{PS} wird erhöht, die Spannweiten $\delta^-_{SA_P}$ und $\delta^+_{SA_P}$ bleiben unverändert) ohne eine Nebenbedingung zu verletzen. Analog der Analyse der first best-Situation lassen sich also auch im second best zwei Fälle unterscheiden: Der Fall 1, in dem die erste Teilnahmebedingung (4.9) bindend ist, und der Fall 2, in dem die zweite Teilnahmebedingung (4.10) bindend ist.[17] Die Zulässigkeit der Fälle in Abhängigkeit von λ ergibt sich analog zum Beweis des Satzes 4.1 2) auf S. 136 f.[18]

Zu 2)

Für Ziel 1 gilt im ersten Fall:

$$s_0 = R + (\lambda - 1)d - s_1 \cdot a \cdot z + \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \sigma^2 + \frac{c}{2} a^2$$

Die Ausdrücke für s_0 und ($a = s_1 \frac{z-\delta_z^-}{c}$) lassen sich nun einsetzen in die Zielfunktion (ZF) $SA_{PS} - \delta^-_{SA_P} \rightarrow max$:

$$\begin{aligned} ZF &= (1 - s_1)az - \frac{\alpha_P}{2}(1 - s_1)^2 \sigma^2 - R - (\lambda - 1)d + s_1 \cdot a \cdot z - \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \sigma^2 - \frac{c}{2} a^2 \\ &\quad - (1 - s_1)a\delta_z^- - \frac{\alpha_P}{2}(1 - s_1)^2 \delta^-_{\sigma^2} \\ &= s_1 \frac{z - \delta_z^-}{c} z - \frac{\alpha_P}{2}(1 - s_1)^2 \sigma^2 - R - (\lambda - 1)d - \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \sigma^2 - \frac{c}{2} s_1^2 \left(\frac{z - \delta_z^-}{c}\right)^2 \\ &\quad - s_1 \frac{z - \delta_z^-}{c} \delta_z^- + s_1^2 \frac{z - \delta_z^-}{c} \delta_z^- - \frac{\alpha_P}{2}(1 - s_1)^2 \delta^-_{\sigma^2} \end{aligned}$$

Die Zielfunktion ist beeinflusst durch die Unschärfen bzgl. der negativen Abweichung der Produktivität δ_z^- und der möglichen negativen Abweichung beim Risiko $\delta^-_{\sigma^2}$. Durch Ableitung nach s_1 lässt sich nun die Bedingung für den optimalen Prämiensatz bestimmen:

$$\frac{\partial ZF}{\partial s_1} = \frac{z - \delta_z^-}{c} z + \alpha_P(1 - s_1)\sigma^2 - \alpha_A s_1 \sigma^2 - c s_1 \left(\frac{z - \delta_z^-}{c}\right)^2 - \frac{z - \delta_z^-}{c} \delta_z^-$$

[17] Dieses Ergebnis kann auch durch Aufstellen der notwendigen Bedingungen für ein Optimum der Lagrangefunktion des Optimierungsproblems hergeleitet werden (vgl. Beweis Satz 4.1).

[18] In die Bedingungen kann hier zusätzlich $a = s_1 \frac{z - \delta_z^-}{c}$ eingesetzt werden.

$$+\ 2s_1\frac{z-\delta_z^-}{c}\delta_z^- + \alpha_P(1-s_1)\delta_{\sigma^2}^- = 0$$

$$\Leftrightarrow$$

$$s_1 = \frac{\dfrac{(z-\delta_z^-)^2}{c} + \alpha_P(\sigma^2+\delta_{\sigma^2}^-)}{\alpha_P(\sigma^2+\delta_{\sigma^2}^-) + \alpha_A\sigma^2 + \dfrac{(z-\delta_z^-)^2}{c} - 2\dfrac{z-\delta_z^-}{c}\delta_z^-}$$

Im Fall 2 ergibt sich s_0 als:

$$s_0 = R - d - s_1\cdot a\cdot z + \frac{\alpha_A}{2}s_1^2\sigma^2 + \frac{c}{2}a^2 + s_1\ \cdot a\cdot\delta_z^- + \frac{\alpha_A}{2}s_1^2\delta_{\sigma^2}^+$$

Dies und $a = s_1\dfrac{z-\delta_z^-}{c}$ eingesetzt in die Zielfunktion ergibt:

$$\begin{aligned}ZF &= (1-s_1)az - \frac{\alpha_P}{2}(1-s_1)^2\sigma^2 - R + d + s_1 az - \frac{\alpha_A}{2}s_1^2\sigma^2 - \frac{c}{2}a^2 - s_1 a\delta_z^- \\ &\quad - \frac{\alpha_A}{2}s_1^2\delta_{\sigma^2}^+ - (1-s_1)a\delta_z^- - \frac{\alpha_P}{2}(1-s_1)^2\delta_{\sigma^2}^+ \\ &= s_1\frac{z-\delta_z^-}{c}z - \frac{\alpha_P}{2}(1-s_1)^2\sigma^2 - R + d - \frac{\alpha_A}{2}s_1^2\sigma^2 - \frac{c}{2}s_1^2\left(\frac{z-\delta_z^-}{c}\right)^2 \\ &\quad - s_1^2\frac{z-\delta_z^-}{c}\delta_z^- - \frac{\alpha_A}{2}s_1^2\delta_{\sigma^2}^+ - s_1\frac{z-\delta_z^-}{c}\delta_z^- + s_1^2\frac{z-\delta_z^-}{c}\delta_z^- - \frac{\alpha_P}{2}(1-s_1)^2\delta_{\sigma^2}^-\end{aligned}$$

Die Zielfunktion ist abhängig von den möglichen negativen Abweichungen beim Erfolg δ_z^- sowie den positiven und negativen Abweichungen beim Risiko, $\delta_{\sigma^2}^-, \delta_{\sigma^2}^+$. Durch Ableiten der Zielfunktion nach s_1 ergibt sich für den optimalen Prämiensatz:

$$\begin{aligned}\frac{\partial ZF}{\partial s_1} = &\frac{z-\delta_z^-}{c}z + \alpha_P(1-s_1)\sigma^2 - \alpha_A s_1\sigma^2 - cs_1\left(\frac{z-\delta_z^-}{c}\right)^2 - 2s_1\frac{z-\delta_z^-}{c}\delta_z^- \\ &- \alpha_A s_1\delta_{\sigma^2}^+ - \frac{z-\delta_z^-}{c}\delta_z^- + 2s_1\frac{z-\delta_z^-}{c}\delta_z^- + \alpha_P(1-s_1)\delta_{\sigma^2}^- = 0\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$s_1 = \frac{\dfrac{(z-\delta_z^-)^2}{c} + \alpha_P(\sigma^2+\delta_{\sigma^2}^-)}{\alpha_P(\sigma^2+\delta_{\sigma^2}^-) + \alpha_A(\sigma^2+\delta_{\sigma^2}^+) + \dfrac{(z-\delta_z^-)^2}{c}}$$

Für die Zielsetzung 2 $SA_{PS} + \delta^+_{SA_P} \rightarrow max$ des Principal ergibt sich nach Kapitel 4 D. I. 3. die Zielfunktion:

$$(1 - s_1)a(z + \delta_z^+) - \frac{\alpha_P}{2}(1 - s_1)^2(\sigma^2 - \delta^-_{\sigma^2}) - s_0$$

Für den Fall, dass die erste Nebenbedingung (4.9) bindet, gilt wiederum:

$$s_0 = R + (\lambda - 1)d - s_1 \cdot a \cdot z + \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \sigma^2 + \frac{c}{2} a^2$$

Eingesetzt in die Zielfunktion ergibt sich mit $a = s_1 \dfrac{z - \delta_z^-}{c}$:

$$ZF = s_1 \frac{z - \delta_z^-}{c}(z + \delta_z^+) - s_1^2 \frac{z - \delta_z^-}{c}(z + \delta_z^+) - \frac{\alpha_P}{2}(1 - s_1)^2(\sigma^2 - \delta^-_{\sigma^2})$$
$$- R - (\lambda - 1)d + s_1^2 \frac{z - \delta_z^-}{c} z - \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \sigma^2 - \frac{c}{2} s_1^2 \frac{(z - \delta_z^-)^2}{c^2}$$

Durch Ableiten nach s_1 ergibt sich für den variablen Entlohnungsanteil:

$$\frac{\partial ZF}{\partial s_1} = \frac{z - \delta_z^-}{c}(z + \delta_z^+) - 2s_1 \frac{z - \delta_z^-}{c}(z + \delta_z^+) + \alpha_P(1 - s_1)(\sigma^2 - \delta^-_{\sigma^2})$$
$$+ 2s_1 \frac{z - \delta_z^-}{c} z - \alpha_A s_1 \sigma^2 - s_1 \frac{(z - \delta_z^-)^2}{c} = 0$$
$$\Leftrightarrow$$
$$s_1 = \frac{\frac{(z-\delta_z^-)(z+\delta_z^+)}{c} + \alpha_P(\sigma^2 - \delta^-_{\sigma^2})}{2\frac{(z-\delta_z^-)(z+\delta_z^+)}{c} + \alpha_P(\sigma^2 - \delta^-_{\sigma^2}) - 2\frac{z-\delta_z^-}{c} z + \alpha_A \sigma^2 + \frac{(z-\delta_z^-)^2}{c}}$$
$$\Leftrightarrow$$
$$s_1 = \frac{\frac{(z-\delta_z^-)(z+\delta_z^+)}{c} + \alpha_P(\sigma^2 - \delta^-_{\sigma^2})}{2\frac{(z-\delta_z^-)}{c}\delta_z^+ + \alpha_P(\sigma^2 - \delta^-_{\sigma^2}) + \alpha_A \sigma^2 + \frac{(z-\delta_z^-)^2}{c}}$$

Ist die zweite Nebenbedingung (4.10) bindend, so gilt für s_0:

$$s_0 = R - d - s_1 \cdot a \cdot z + \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \sigma^2 + \frac{c}{2} a^2 + s_1 \cdot a \cdot \delta_z^- + \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \delta^+_{\sigma^2}$$

und mit $a = s_1 \dfrac{z - \delta_z^-}{c}$:

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

$$ZF = s_1 \frac{z-\delta_z^-}{c}(z+\delta_z^+) - s_1^2 \frac{z-\delta_z^-}{c}(z+\delta_z^+) - \frac{\alpha_P}{2}(1-s_1)^2(\sigma^2 - \delta_{\sigma^2}^-)$$
$$- R + d + s_1^2 \frac{z-\delta_z^-}{c} z - \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \sigma^2 - \frac{c}{2} s_1^2 \left(\frac{z-\delta_z^-}{c}\right)^2 - s_1^2 \frac{z-\delta_z^-}{c}\delta_z^- - \frac{\alpha_A}{2} s_1^2 \delta_{\sigma^2}^+$$

Ableiten nach s_1 ergibt:

$$\frac{\partial ZF}{\partial s_1} = \frac{z-\delta_z^-}{c}(z+\delta_z^+) - 2s_1 \frac{z-\delta_z^-}{c}(z+\delta_z^+) + \alpha_P(1-s_1)(\sigma^2 - \delta_{\sigma^2}^-)$$
$$+ 2s_1 \frac{z-\delta_z^-}{c} z - \alpha_A s_1 \sigma^2 - s_1 \frac{(z-\delta_z^-)^2}{c} - 2s_1 \frac{z-\delta_z^-}{c}\delta_z^- - \alpha_A s_1 \delta_{\sigma^2}^+ = 0$$
$$\Leftrightarrow$$
$$s_1 = \frac{\frac{(z-\delta_z^-)(z+\delta_z^+)}{c} + \alpha_P(\sigma^2 - \delta_{\sigma^2}^-)}{2\frac{(z-\delta_z^-)(z+\delta_z^+)}{c} + \alpha_P(\sigma^2 - \delta_{\sigma^2}^-) - \frac{(z-\delta_z^-)^2}{c} + \alpha_A(\sigma^2 + \delta_{\sigma^2}^+)}$$

Aus den Bestimmungstermen für s_1 innerhalb der Zielsetzungen 1 und 2 folgt die in Satz 4.4 2) getroffene Aussage.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

Literaturverzeichnis

von Altrock, Constantin (1997), Fuzzy Logic and Neurofuzzy Applications in Business and Finance, Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ.

Arrow, Kenneth J. (1985), The Economics of Agency, in John W. Pratt/Richard J. Zeckhauser, Hrsg., *Principals and Agents: The Structure of Business,* Kap. 2, S. 37–51, Harvard Business Scholl Press, Boston.

Baetge, Jörg/*Heitmann,* Christian (2000), Creating a Fuzzy Rule-Based Indicator for the Review of Credit Standing, Schmalenbach Business Review, 52: S. 318–343.

Baker, George P./*Jensen,* Michael C./*Murphy,* Kevin J. (1988), Compensation and Incentives: Practice vs. Theory, The Journal of Finance, XLIII(3): S. 593–616.

Bandemer, Hans/*Gottwald,* Siegfried (1993), Einführung in Fuzzy-Methoden, Akademie Verlag, Berlin, 4. Auflage.

Bellman, R. E./*Zadeh,* Lofti A. (1970), Decision-Making in a Fuzzy Environment, Management Science, 17(4): S. 141–164.

Biethahn, Jörg/*Hönerloh,* Albrecht/*Kuhl,* Jochen/*Leisewitz,* Marie-Claire/*Nissen,* Volker/*Tietze,* Martin, Hrsg. (1998), Betriebswirtschaftliche Anwendungen des Soft Computing, Vieweg.

Biethahn, Jörg/*Hönerloh,* Albrecht/*Kuhl,* Jochen/*Nissen,* Volker (1997), Fuzzy Set-Theorie in betriebswirtschaftlichen Anwendungen, Franz Vahlen, München.

Bilgic, Taner/*Turksen,* Burhan (2000), Measurement of Membership Functions: Theoretical and Empirical Work, in Didier Dubois/Henri Prade, Hrsg., *Fundamentals of Fuzzy Sets,* Kap. 3, S. 195–230, Kluwer Academic Press, Boston/London/Dordrecht.

Billot, Antoine (1995), Economic Theory of Fuzzy Equilibria, Springer, Berlin/Heidelberg.

Bol, Georg (1994), Wahrscheinlichkeitstheorie, Oldenbourg Verlag, München, 2. Auflage.

Bosch, Harald (1993), Entscheidung und Unschärfe – Eine entscheidungstheoretische Analyse der Fuzzy Set-Theorie, Eul Verlag, Bergisch Gladbach/Köln.

Breuer, Wolfgang (1993), Linearität und Optimalität in ökonomischen Agency-Modellen, Eine Anmerkung zu dem gleichnamigen Beitrag von Alfred Wagenhofer und Ralf Ewert, Zeitschrift für Betriebswirtschaft (ZFB), 63: S. 1073–1076.

Butnariu, Dan (1978), Fuzzy Games: A Description of Concept, Fuzzy Sets and Systems, 1: S. 181–192.

Caillaud, Bernhard/*Hermalin,* Benjamin (1993), The Use of an Agent in a Signalling Model, Journal of Economic Theory, 60: S. 83–113.

Carlsson, Christer (1984), On the Relevance of Fuzzy Sets in Management Science Methodology, in Hans-Jürgen Zimmermann / Lofti A. Zadeh / B. R. Gaines, Hrsg., *Fuzzy Sets and Decision Analysis,* S. 11–28, North-Holland, Amsterdam.

Chanas, Stefan (1983), The Use of Parametric Programming in Fuzzy Linear Programming, Fuzzy Sets and Systems, 11: S. 243–251.

– (1989), Parametric Techniques in Fuzzy Linear Programming Problems, in Jose-Luis Verdegay / Miguel Delgado, Hrsg., *The Interface Between Artificial Intelligence and Operations Research in Fuzzy Environment,* S. 105–116, TÜV-Rheinland, Köln.

Christensen, John (2002), Agency Theory, in Hans-Ulrich Küpper / Alfred Wagenhofer, Hrsg., *Handwörterbuch Unternehmensrechnung und Controlling,* S. 29–39, Schäffer-Poeschel, Stuttgart.

Cox, Earl (1994), The Fuzzy Systems Handbook, Academic Press, Cambridge, MA.

Dederichs, Jürgen (1993), Ein computergestütztes Basismodul kollektiver strategischer Controllingsysteme, Josef Eul, Köln.

Demant, Bernd (1993), Fuzzy-Theorie oder die Faszination des Vagen, Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden.

Derichs, Thomas (1997), Informationsmanagement im Simultaneous Engineering: Systematische Nutzung unsicherer Informationen zur Verkürzung der Produktentwicklungszeiten, Shaker, Aachen.

Domschke, Wolfgang / *Drexl,* Andreas (1991), Einführung in Operations Research, Springer, Berlin et al.

Drösser, Christoph (1994), Fuzzy Logic – Methodische Einführung in krauses Denken, Rowohlt, Hamburg.

Dubois, Didier / *Nguyen,* Hung T. / *Prade,* Henri (2000), Possibility Theory, Probability and Fuzzy Sets, in Didier Dubois / Henri Prade, Hrsg., *Fundamentals of Fuzzy Sets,* Kap. 7, S. 343–438, Kluwer Academic Press, Boston/London/Dordrecht.

Dubois, Didier / *Prade,* Henri (1980), Fuzzy Sets and Systems: Theory and Application, Academic Press, New York et al.

– (1992), The Semantics of Fuzzy If … Then … Rules, in Vilem Novak / Jaroslav Ramik / Milan Mares / Martin Cherny / Jiri Nekola, Hrsg., *Fuzzy Approach to Reasoning and Decision-Making,* Kluwer Academic Publisher, Dordrecht/Boston/London.

– (2000), Fundamentals of Fuzzy Sets, Kluwer Academic Publishers, Boston/London/Dordrecht.

Dutta, Sunil / *Reichelstein,* Stefan (1999a), Asset Valuation and Performance Measurement in a Dynamic Agency Setting, Review of Accounting Studies, (4): S. 235–258.

– (1999b), Controlling Investment Decisions: Hurdle Rates and Intertemporal Cost Allocations, Working Paper, Haas School of Business, Berkeley, S. http://www.haas.berkeley.edu/accounting/Faculty/reichel/wp.htm, Stand 28.01.2002.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

Dyckhoff, Harald (1994), Verknüpfungsoperatoren für unscharfe Mengen und ihre Anwendung bei Mehrpersonenentscheidungen, in Brigitte Werners / Roland Gabriel, Hrsg., *Operations Research,* S. 221–241, Springer, Berlin et al.

Enta, Yuji (1982), Fuzzy Decision Theory, in Ronald R. Yager, Hrsg., *Fuzzy Sets and Possibility Theory,* S. 439–449, Pergamon Press, New York/Oxford/Toronto.

Erlei, Mathias / *Leschke,* Martin / *Sauerland,* Dirk (1999), Neue Institutionenökonomik, Schäffer-Poeschel, Stuttgart.

Ewert, Ralf / *Wagenhofer,* Alfred (2000), Interne Unternehmensrechnung, Springer Verlag, Berlin et al., 4. Auflage.

Fedrizzi, Mario (1987), Introduction to Fuzzy Sets and Possibility Theory, in J. Kacprzyk / S. A. Orlovsky, Hrsg., *Optimization Models Using Fuzzy Sets and Possibility Theory,* S. 13–26, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht et al.

Fisher, Franklin M. (1989), Games Economists Play: a Noncooperative View, RAND Journal of Economics, 20(1): S. 113–125.

Flemming, Klaus (1977), Unscharfe Mengen – Ein Beitrag zur Theorie und einige Aspekte ihrer Anwendung in den Wirtschaftswissenschaften, Gesamthochschule Paderborn, Paderborn.

Forschner, Markus (1998), Prozeß orientiertes Investitionscontrolling: Bewertung von Informationssystemen mit Hilfe der Fuzzy Logic, Dt. Univ.-Verlag, Wiesbaden.

Freund, Rudolf J. (1956), The Introduction of Risc into a Programming Model, Econometrica, 24: S. 253–263.

Fuller, Robert / *Keresztfalvi,* Tibor (1991), On Generalization of Nguyen's Theorem, Fuzzy Sets and Systems, 42: S. 371–374.

Gal, Thomas, Hrsg. (1989), Grundlagen des Operations Research, Springer, Berlin et al., 2. Auflage 1989.

Göbel, Elisabeth (2002), Neue Institutionenökonomik – Konzeption und betriebswirtschaftliche Anwendungen, Lucius & Lucius Verlagsgesellschaft, Stuttgart.

Goetschel, Roy Jr. / *Voxman,* William (1991), Fuzzy Rank Functions, Fuzzy Sets and Systems, 42: S. 245–258.

Göx, Robert F. / *Budde,* Jörg / *Schöndube,* Jens R. (2002), Das lineare Agency Modell bei asymmetrischer Information über den Agentennutzen, Zeitschrift für Betriebswirtschaft (ZFB), 72(1): S. 65–79.

Grabisch, Michel / *Orlovsky,* Sergei A. / *Yager,* Ronald R. (1998), Fuzzy Aggregation of Numerical Preferences, in Roman Slowinski, Hrsg., *Fuzzy Sets in Decicion Analysis, Operations Research and Statistics,* Kap. 2, S. 31–68, Kluwer Academic Press, Boston/Dordrecht/London.

Grossman, Sanford J. / *Hart,* Oliver D. (1983), An Analysis of the Principal-Agent Problem, Econometrica, 51(1): S. 7–45.

Gupta, Mandan M. / *Sanchez,* Elie, Hrsg. (1982), Approximate Reasoning in Decision Analysis, North-Holland, Amsterdam and New York and Oxford.

Güth, Werner (1992), Spieltheorie und ökonomische Beispiele, Springer, Berlin et al.

Hägg, Claes (1978), Possibility and Cost in Decision Analysis, Fuzzy Sets and Systems, 1: S. 81–86.

Harris, Milton / *Townsend,* Robert M. (1981), Resorce Allocation Under Asymmetric Information, Econometrica, 49(1): S. 33–64.

Hart, Oliver D. (1983), Optimal Labour Contracts Under Asymmetric Information, Review of Economic Studies, L: S. 3–35.

Hartmann-Wendels, Thomas (1989), Principal-Agent-Theorie und asymmetrische Informationsverteilung, Zeitschrift für Betriebswirtschaft (ZFB), 59(7): S. 714–734.

Hauke, Wolfgang (1998), Fuzzy-Modelle in der Unternehmensplanung, Physica, Heidelberg.

Hax, Herbert (1991), Theorie der Unternehmung – Information, Anreize und Vertragsgestaltung, in Dieter Ordelheide / Bernd Rudolph / Elke Büsselmann, Hrsg., *Betriebswirtschaftslehre und ökonomische Theorie,* S. 51–72, C. E. Poeschel, Stuttgart.

Hebertinger, Martin (2002), Wertsteigerungsmaße – Eine kritische Analyse, Peter Lang, Frankfurt et al.

Hofmann, Christian (2001), Anreizorientierte Controllingsysteme – Budgetierungs-, Ziel- und Verrechnungspreissysteme, Schäffer-Poeschel, Stuttgart.

Holler, M. / *Illing,* G. (1993), Einführung in die Spieltheorie, Springer, Berlin et al.

Holmström, Bengt (1979), Moral Hazard and Observability, The Bell Journal of Economics, 10: S. 74–91.

Holmström, Bengt / *Milgrom,* Paul (1987), Aggregation and Linearity in the Provision of Intertemporal Incentives, Econometrica, 55(2): S. 303–328.

Holzapfel, Ralph (2000), Standortplanung mit einem Fuzzy Entscheidungsansatz – Standortwahl für eine Getreidemühle in Polen, Lang, Frankfurt am Main.

Hönerloh, Albrecht (1997), Unscharfe Simulation in der Betriebswirtschaft: Modellbildung und Simulation auf der Basis der Fuzzy Set-Theorie, Unitext-Verlag, Göttingen.

Inoue, Hiroshi (1991), A Strong Law of Large Numbers for Fuzzy Random Sets, Fuzzy Sets and Systems, 42: S. 285–291.

Jost, Peter-Jürgen (2001), Die Prinzipal-Agenten-Theorie in der Betriebswirtschaftslehre, Schäffer-Poeschel, Stuttgart.

Kacprzyk, J. / *Orlovski,* S. A., Hrsg. (1987), Optimization Models using Fuzzy Sets and Possibility Theory, Reidel Publishing Company, Dordrecht et al.

Kah, Arnd (1994), Profitcenter-Steuerung, Schäffer-Poeschel, Stuttgart.

Kahlert, Jörg / *Frank,* Hubert (1994), Fuzzy-Logik und Fuzzy-Control, Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden, 2. Auflage.

Kleine, Andreas (1995), Entscheidungstheoretische Aspekte der Principal-Agent-Theorie, Physica, Heidelberg/New York.

Koch, Ingo (1994), Kostenrechnung unter Unsicherheit – Theoretische Fundierung und Instrumentarium zur Einbeziehung unsicherer Erwartungen in die Kostenrechnung, Schäffer-Poeschel, Stuttgart.

Korolev, Konstatin / *Leifert,* Kai D. / *Rommelfanger,* Heinrich (1999), Arbitragetheorie bei vagen Erwartungen der Marktteilnehmer, Tech. Rep. 44, Working Paper Series: Finance and Accounting, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt a. M. 1999.

Kreps, David M. (1994), Mikroökonomische Theorie, aus dem Englischen von Ulrich K. Schittko, Moderne Industrie, Landsberg/Lech.

Kruse, R. / *Nauck,* D. (1992), Die Behandlung unsicheren und vagen Wissens, Fachinformationszentrum der Bundeswehr, Bonn.

Kruse, Rudolf (1996), Fuzzy Systeme – Positive Aspekte der Unvollkommenheit, Informatik-Spektrum, 19: S. 4–11.

Kruse, Rudolf / *Gebhard,* Jörg / *Klawonn,* Frank (1995), Fuzzy-Systeme, B. G. Teubner, Stuttgart, 2. Auflage.

Kuhl, Jochen (1996), Angepasste Fuzzy-Regelungssysteme – Entwicklung und Einsatz bei ausgewählten betriebswirtschaftlichen Problemstellungen, Unitext-Verlag Göttingen, Bovenden.

Kuhl, Jochen / *Nissen,* Volker / *Tietze,* Martin (1998), Soft Computing in Produktion und Materialwirtschaft: Tagungsband zum 4. Göttinger Symposium Soft Computing, Cuvillier, Göttingen.

Küpper, Hans-Ulrich (2001), Controlling, Schäffer-Poeschel, Stuttgart, 3. Auflage.

Küpper, Hans-Ulrich / *Wagenhofer,* Alfred, Hrsg. (2002), Handwörterbuch Unternehmensrechnung und Controlling, Schäffer-Poeschel, Stuttgart.

Laffont, Jean-Jaques (1989), The Economics of Uncertainty and Information, MIT Press, Cambridge/MA.

Laffont, Jean-Jaques / *Tirole,* Jean (1993), A Theory of Incentives in Procurement and Regulation, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, London, England.

Laux, Helmut (1988), Optimale Prämienfunktionen bei Informationsasymmetrie, Zeitschrift für Betriebswirtschaft (ZFB), 58(5/6): S. 588–612.

– (1990), Risiko, Anreiz und Kontrolle: Principal-Agent-Theorie, Einführung und Verbindung mit dem Delegationswert-Konzept, Springer, Berlin et al.

– (1998), Entscheidungstheorie, Springer, Berlin et al., 4. Auflage.

Laux, Helmut / *Liermann,* Felix (1997), Grundlagen der Organisation, Springer, Berlin et al., 4. Auflage.

Lehmann, Ingo / *Weber,* Richard / *Zimmermann,* Hans-Jürgen (1992), Fuzzy Set Theorie, OR Spektrum, 14: S. 1–9.

Lowen, R. (1996), Fuzzy Set Theory – Basic Concepts, Techniques and Bibliography, Kluwer Academic Press, Dordrecht/Boston/London.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

Mansur, Yusuf M. (1995), Fuzzy Sets and Economics – Applications of Fuzzy Mathematics to Non-Cooperative Oligopoly, Edward Elgar, Hants/Vermont.

Mares, Milan (2001), Fuzzy Cooperative Games – Cooperation with Vague Expectations, vol. 72 of *Studies in Fuzziness and Soft Computing,* Physica, Heidelberg/New York.

Meinhövel, Harald (1999), Defizite der Principal-Agent-Theorie, Josef Eul, Lohmar/Köln.

Mißler-Behr, Magdalena/*Lechner,* Wolfgang (1996), Grundelemente der Fuzzy Set Theorie, Arbeitspapiere zur Mathematischen Wirtschaftsforschung, Institut für Statistik und Mathematische Wirtschaftstheorie, Augsburg.

Moore, John (1985), Optimal Labor Contracts when Workers have a Variety of Privately Observed Reservation Wages, Review of Economic Studies, LII: S. 37–67.

Myerson, Roger B. (1979), Incentive Compatibility and the Bargaining Problem, Econometrica, 47(1).

Napiwotzki, Ralf (1997), Strategisches Finanzcontrolling: Entwicklung eines wissensbasierten Prognosesystems zur Unterstützung des strategischen Finanzcontrollings, Eul, Lohmar/Köln.

Nauck, Detlef/*Kruse,* Rudolf (1998), Fuzzy-Systeme und Neuro-Fuzzy-Systeme, in Biethahn et al., Hrsg., *Betriebswirtschaftliche Anwendungen des Soft Computing,* S. 35–54, Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden.

Nguyen, H. T. (1978), A Note on the Extension Principle for Fuzzy Sets, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 64: S. 369–380.

Nishizaki, Ichiro/*Sakawa,* Masatoshi (2001), Fuzzy and Multiobjective Games for Conflict Resolution, vol. 64 of *Studies in Fuzziness and Soft Computing,* Physica, Heidelberg/New York.

Novak, Vilem/*Ramik,* Jaroslaw/*Mares,* Milan/*Cerny,* Martin/*Nekola,* Jiri (1992), Fuzzy Approach to Reasoning and Decicion-Making, Kluwer Academic Press, Dordrecht/Boston/London.

Ordelheide, Dieter/*Rudolph,* Bernd/*Büsselmann,* Elke, Hrsg. (1991), Betriebswirtschaftslehre und Ökonomische Theorie, C. E. Poeschel, Stuttgart.

Orlovsky, S. A. (1977), On Programming With Fuzzy Constraint Sets, Kybernetes, 6: S. 197–201.

– (1980), On Formalization of a General Fuzzy Mathematical Problem, Fuzzy Sets and Systems, 3: S. 311–321.

Pedell, Burkhardt (2000), Commitment als Wettbewerbsstrategie, Duncker & Humblot, Berlin.

Perny, Patrice/*Roubens,* Marc (1998), Fuzzy Preference Modelling, in Roman Slowinski, Hrsg., *Fuzzy Sets in Decicion Analysis, Operations Research and Statistics,* The Handbooks of Fuzzy Sets Series, Kap. 1, S. 3–30, Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London.

Picot, Arnold (1991), Ökonomische Theorien der Organisation – Ein Überblick über neuere Ansätze und deren betriebswirtschaftliches Anwendungspotential, in Dieter Ordelheide / Bernd Rudolph / Elke Büsselmann, Hrsg., *Betriebswirtschaftslehre und ökonomische Theorie,* Kap. III, S. 143–170, C. E. Poeschel, Stuttgart.

Piegat, Andrzej (2001), Fuzzy Modeling and Control, Physica, Heidelberg/New York.

Popp, Heribert (1994), Anwendungen der Fuzzy Set-Theorie in Industrie und Handelsbetrieben, Wirtschaftsinformatik, 36(3): S. 268–285.

– (1997), Einsatz der Fuzzy-Technik in Industrie und Dienstleistungsbereich – Ein Überblick, in Jörg Biethahn / Albrecht Hönerloh / Jochen Kuhl / Volker Nissen, Hrsg., *Fuzzy Set-Theorie in betriebswirtschaftlichen Anwendungen,* S. 23–38, Vahlen, München.

Pratt, John W. / *Zeckhauser,* Richard J., Hrsg. (1985), Principals and Agents: The Structure of Business, Harvard Business School Press, Boston.

Rabetge, Christian (1991), Fuzzy Sets in der Netzplantechnik, Deutscher Universitäts-Verlag, Wiesbaden.

Ramik, Jaroslav / *Rimanek,* Josek (1985), Inequality Relation Between Fuzzy Numbers and Its Use in Fuzzy Optimization, Fuzzy Sets and Systems, 16: S. 123–138.

Rasmusen, Eric (1989), Games and Information: an Introduction to Game Theory, Cambridge University Press, Oxford/New York.

Reichelstein, Stefan (2000), Providing Managerial Incentives: Cash Flow versus Accrual Accounting, Journal of Accounting Research, 38(2): S. 243–269.

Ribeiro, Rita Almeida / *Zimmermann,* Hans-Jürgen / *Yager,* Ronald R. / *Kacprzyk,* Janusz, Hrsg. (1999), Soft Computing in Financial Engineering, Physica, Heidelberg/New York.

Richter, Rudolf / *Furubotn,* Eirik (1999), Neue Institutionenökonomik, Mohr, Tübingen, 2. Auflage.

Rogerson, William P. (1983), The First-Order Approach To Principal-Agent Problems, Tech. Rep. 436, Institute for Mathematical Studies in the Social Sciences, Stanford University 1983.

– (1997), Intertemporal Cost Allocation and Managerial Investment Incentives: A Theory Explaining the Use of Economic Value Added as a Performance Measure, Journal of Political Economy, 105(4): S. 770–795.

Rommelfanger, Heinrich (1988), Entscheiden bei Unschärfe, Fuzzy Decision Support-Systeme, Springer, Berlin/Heidelberg.

– (1994), Fuzzy Decision Support-Systeme, Springer, Heidelberg.

– (1995), PC Software Fulpal 2.0 – An Interactive Algorithm for Solving Multicriteria Fuzzy Linear Programms Controlled by Aspiration Levels, Arbeitspapier 65, Frankfurter Volkswirtschaftliche Beiträge, Frankfurt.

– (1996), Fuzzy Linear Programming and Applications, European Journal of Operational Research, (92): S. 512–527.

– (1999), Fuzzy Modeling of Mathematical Programming Problems and Interactive Processing, Proceedings of the Eighth International Fuzzy Systems Association World Congress, 1: S. 490–494.

Rommelfanger, Heinrich J./*Eickemeier,* Susanne H. (2002), Entscheidungstheorie: Klassische Konzepte und Fuzzy-Erweiterungen, Springer, Berlin et al.

Rommelfanger, Heinrich/*Unterharnscheidt,* D. (1988), Modelle zur Aggregation von Bonitätskriterien, Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung (zfbf), 40: S. 471–503.

Rubinstein, Ariel (1991), Comments on the Interpretation of Game Theory, Econometrica, 59(4): S. 909–924.

Sappington, David E. M. (1991), Incentives in Principal-Agent Relationships, Journal of Economic Perspectives, 5(2): S. 45–66.

Schauenberg, Bernd (1993), Theorie der Unternehmung, in Waldemar Wittmann/Werner Kern/Richard Köhler/Hans-Ulrich Küpper/Klaus v. Wysocki, Hrsg., *Handwörterbuch der Betriebswirtschaft,* vol. 3, Sp. 4168–4182, Schäffer-Poeschel, Stuttgart, 5. Auflage.

Scheffels, Rolf (1996), Fuzzy-Logik in der Jahresabschlußprüfung, Entwicklung eines wissensbasierten Systems zur Analyse der Vermögens-, Finanz- und Ertragslage, Deutscher Universitäts Verlag, Wiesbaden.

Schweizer, Urs (1999), Vertragstheorie, Mohr Siebeck, Tübingen.

Selten, Reinhard (2000), Eingeschränkte Rationalität und ökonomische Motivation, Schriften des Vereins für Socialpolitik, 274: S. 129–157.

Slowinski, Roman, Hrsg. (1998), Fuzzy Sets in Decision Analysis, Operations Research and Statistics, Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London.

Spies, Marcus (1993), Unsicheres Wissen: Wahrscheinlichkeit, Fuzzy-Logik, neuronale Netze und menschliches Denken, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg/Berlin/Oxford.

Spremann, Klaus (1987), Agent and Principal, in Günther Bamberg/Klaus Spremann, Hrsg., *Agency Theory, Information and Incentives,* Kap. 1, S. 3–79, Springer, Berlin/Heidelberg.

Spremann, Klaus/*Zur,* Eberhard, Hrsg. (1992), Controlling: Grundlagen-Informationssysteme-Anwendungen, Gabler, Wiesbaden.

Stiglitz, Joseph E. (1984), Information and Economic Analysis: A Perspective, Supplement to the Economic Journal, 95: S. 21–41.

Szyperski, Norbert, Hrsg. (1989), Handwörterbuch der Planung, C.E. Poeschel, Stuttgart.

Terano, Toshiro/*Asai,* Kiyoji/*Sugeno,* Michio (1991), Fuzzy Systems Theory and Its Applications, Academic Press, San Diego/London.

Thole, U./*Zimmermann,* H.-J./*Zysno,* P. (1979), On the Suitability of Minimum and Product Operators for Intersection of Fuzzy Sets, Fuzzy Sets and Systems, 2: S. 167–180.

Turksen, I. B. (1991), Measurement of Membership Functions and Their Aquisitions, Fuzzy Sets and Systems, 40: S. 5–38.

Turunen, Esko (1999), Mathematics Behind Fuzzy Logic, Physica, Heidelberg.

Urban, Michael (1998), Fuzzy-Konzepte für Just-in-Time-Produktion und -Beschaffung, Peter Lang, Frankfurt am Main et al.

Varian, Hal R. (1994), Mikroökonomie, Oldenbourg, München/Wien, 3. Auflage.

Velthuis, Louis (1998), Lineare Erfolgsbeteiligung – Grundprobleme der Agency-Theorie im Licht des LEN-Modells, Physica, Heidelberg.

Verdegay, J. L. (1982), Fuzzy Mathematical Programming, in M. M. Gupta/ E. Sanchez, Hrsg., *Fuzzy Information and Decision Processes,* S. 231–237, North-Holland, Amsterdam/New York/Oxford.

Verdegay, Jose-Luis/*Delgado,* Miguel, Hrsg. (1989), The Interface between Artificial Intelligence and Operations Research in Fuzzy Environment, TÜV Rheinland, Köln.

Wagenhofer, Alfred (1992), Verrechnungspreise zur Koordination bei Informationsasymmetrie, in Klaus Spremann/Eberhard Zur, Hrsg., *Controlling: Grundlagen-Informationssysteme-Anwendungen,* S. 637–656, Gabler, Wiesbaden.

Wagenhofer, Alfred/*Ewert,* Ralf (1993a), Linearität und Optimalität in ökonomischen Agency-Modellen, Zeitschrift für Betriebswirtschaft (ZFB), 63: S. 373–391.

– (1993b), Linearität und Optimalität in ökonomischen Agency-Modellen, Erwiderung zu den Anmerkungen von Wolfgang Breuer, Zeitschrift für Betriebswirtschaft (ZFB), 63: S. 1077–1079.

Weber, Richard (1999), Application of Fuzzy Logic for Creditworthiness Evaluation, in Rita Almeida Riberio/Hans-Jürgen Zimmermann/Ronald R. Yager/Janusz Kacprzyk, Hrsg., *Soft Computing in Financial Engineering,* S. 388–401, Physica, Heidelberg/New York.

Werners, Brigitte (1984), Interaktive Entscheidungsunterstützung durch ein flexibles mathematisches Programmierungssystem, Minerva-Publikation, München.

– (1994), Approximative Inferenz mit linguistischen Variablen, in Brigitte Werners/Roland Gabriel, Hrsg., *Operations Research,* S. 243–274, Springer, Berlin et al.

Werners, Brigitte/*Gabriel,* Roland (1994), Operations Research, Springer, Berlin et al.

Wittmann, Waldemar/*Kern,* Werner/*Köhler,* Richard/*Küpper,* Hans-Ulrich/*v. Wysocki,* Klaus, Hrsg. (1993), Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, vol. 3, Schäffer-Poeschel, Stuttgart, 5. Auflage.

Wolf, Jochen (1988), Lineare Fuzzy-Modelle zur Unterstützung der Investitionsentscheidung – Modellierung und Lösung von Investitionsproblemen mittels der Theorie unscharfer Mengen, Lang, Frankfurt am Main.

Wolff, Birgitta (1999), Anreizkompatible Reorganisation von Unternehmen, Schäffer-Poeschel, Stuttgart.

DOI https://doi.org/10.3790/978-3-428-51281-2

Yager, R. R. (1982), Fuzzy Sets and Possibility Theory, Pergamon Press, New York/Oxford/Toronto.

Yager, Ronald R. (2000), Simultaneous Solution of Fuzzy Models: an Application to Economic Equilibrium Analysis, Fuzzy Sets and Systems, (115): S. 339–349.

Yang, Taeyong / *Ignizio,* James P. / *Kim,* Hyun-Joon (1991), Fuzzy Programming with Nonlinear Membership Functions: Piecewise Linear Approximation, Fuzzy Sets and Systems, 42: S. 39–53.

Yoshida, Yuji, Hrsg. (2001), Dynamical Aspekts of Fuzzy Decision Making, Physica, Heidelberg/New York.

Zadeh, Lofti A. (1965), Fuzzy Sets, Information and Control, 8: S. 338–353.

– (1973), Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Process, IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, SMC-3, S. 28–44.

– (1975), The Concept of a Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning I, II, Information Sciences, 8(3): S. 199–251, 301–357.

– (1978), Fuzzy Sets as a Basis of a Theory of Possibility, Fuzzy Sets and Systems, 1: S. 3–28.

– (1995), Probability Theory and Fuzzy Logic are Complementary Rather Than Competitive, Technometrics, 37(3): S. 271–276.

Zimmermann, H.-J. (1978), Fuzzy Programming and Linear Programming with Several Objektive Funktions, Fuzzy Sets and Systems, 1: S. 45–55.

Zimmermann, H.-J. / *Zysno,* P. V. (1982), Ein hierarchisches Bewertungssystem für die Kreditwürdigkeitsprüfung im Konsumentenkreditgeschäft, Die Betriebswirtschaft (DBW), 42(3): S. 403–417.

Zimmermann, Hans-Jürgen (1987), Methoden und Modelle des Operations Research, Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden.

– (1989), Die Formulierung und Lösung schlecht-strukturierter Entscheidungsprobleme, in Tomas Gal, Hrsg., *Grundlagen des Operations Research,* Kap. 15, S. 340–419, Springer.

– (1996), Fuzzy Set Theory and Its Applications, Kluwer Academic Publishers, Boston/Dorderecht/London.

Zimmermann, Hans-Jürgen / *Werners,* Birgitte (1989), Unscharfe Planungsentscheidungen, in Norbert Szyperski, Hrsg., *Handwörterbuch der Planung,* Sp. 2053–2060, C. E. Poeschel, Stuttgart.

Zimmermann, Hans-Jürgen / *Zadeh,* Lofti A. / *Gaines,* B. R., Hrsg. (1984), Fuzzy Sets and Decision Analysis, North-Holland, Amsterdam.

Stichwortverzeichnis